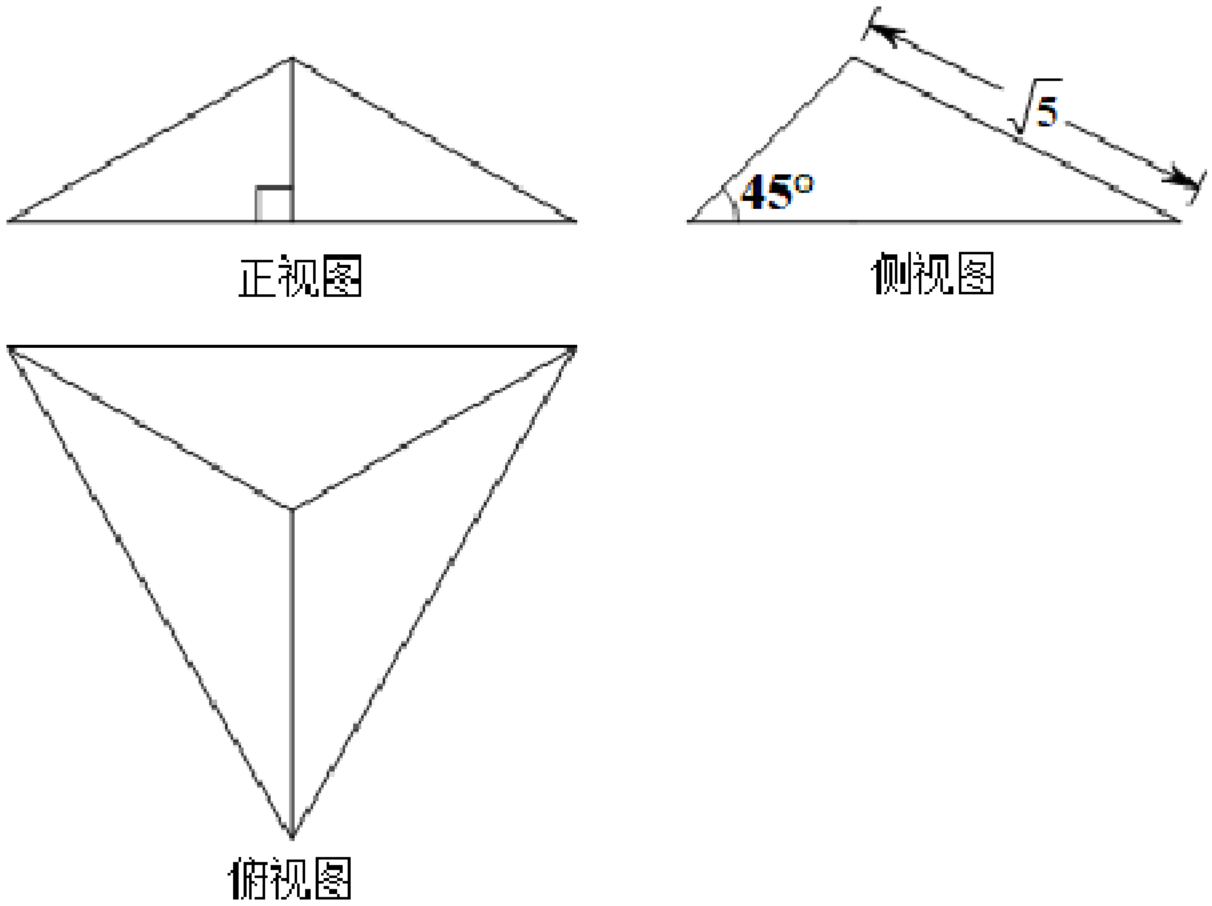
一、选择题

1．正三棱锥（底面为正三角形，顶点在底面的射影为底面中心的棱锥）的三视图如图所示，俯视图是正三角形，O 是其中心，则正视图（等腰三角形）的腰长等于（　）



A．$\sqrt{5}$　　　B．2　　　C．$\sqrt{3}$　　　D．$\sqrt{2}$

2．已知正方体 $ABCD$　$A_1B_1C_1D_1$，E、F 分别是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 和 ADD_1A_1 的中心，则 EF 和 BD 所成的角的大小是（　）

A．30　　　B．45　　　C．60　　　D．90

3．设 l_1、l_2、l_3 是三条不同的直线，　、　、　是三个不同的平面，则下列命题是真命题的是（　）

A．若 $l_1//$　，$l_2//$　，则 $l_1//l_2$

B．若 l_1　　，l_2　　，则 l_1　l_2

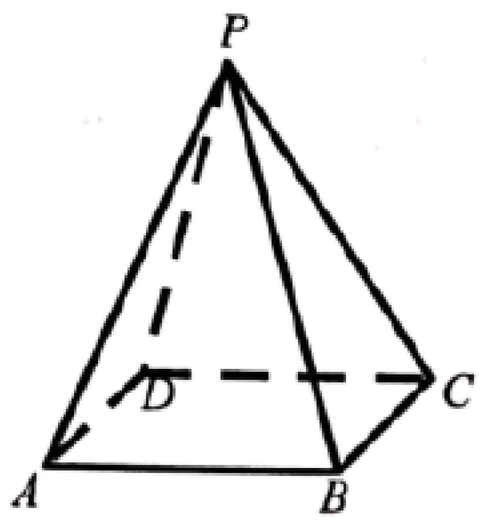
C．若 $l_1//l_2$，l_1　　，l_2　　，　　l_3，则 $l_1//l_3$

D．若　　，　　l_1，　　l_2，则 $l_1//l_2$

4．已知正三棱柱 ABC　$A_1B_1C_1$，底面正三角形 ABC 的边长为 2，侧棱 AA_1 长为 2，则点 B_1 到平面 A_1BC 的距离为（　）

A．$\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$　　　B．$\dfrac{2\sqrt{21}}{21}$　　　C．$\dfrac{4\sqrt{7}}{7}$　　　D．$\dfrac{4\sqrt{7}}{21}$

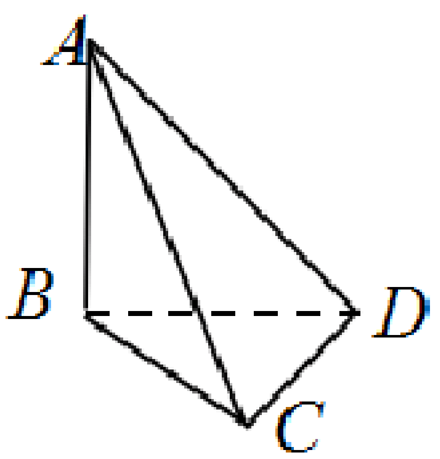
5．如图，在正四棱锥 P　$ABCD$ 中，设直线 PB 与直线 DC、平面 $ABCD$ 所成的角分别为　、　，二面角 P　CD　B 的大小为　，则（　）



A．　　，　　　　　　　　　B．　　，

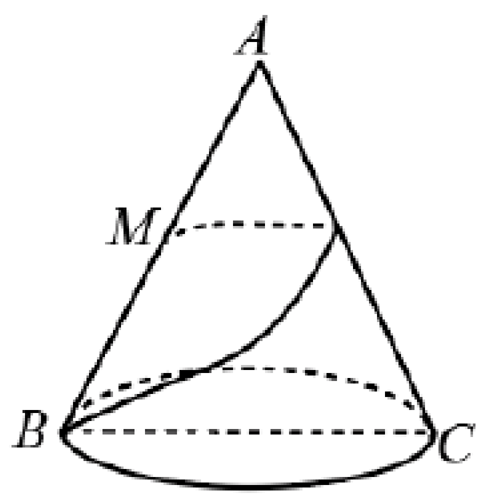
C．　　，　　　　　　　　　D．　　，

6．在我国古代，将四个角都是直角三角形的四面体称为“鳖臑”．在“鳖臑”ABCD 中，AB　平面 BCD，BD　CD 且 AB　BD　CD，若该四面体的体积为$\frac{4}{3}$，则该四面体外接球的表面积为（　）



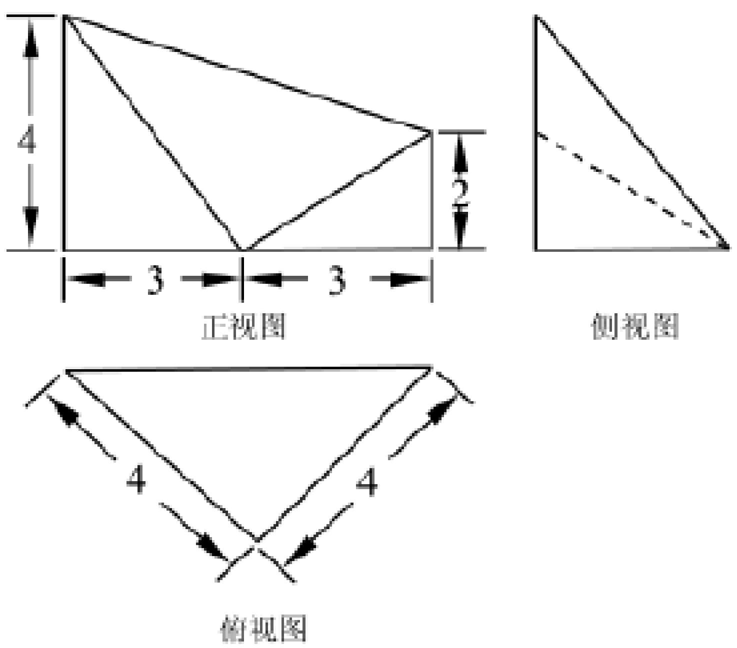
A．8　　　　B．12　　　　C．14　　　　D．16

7．如图，圆锥的母线长为 4，点 M 为母线 AB 的中点，从点 M 处拉一条绳子，绕圆锥的侧面转一周达到 B 点，这条绳子的长度最短值为$2\sqrt{5}$，则此圆锥的表面积为（ ）



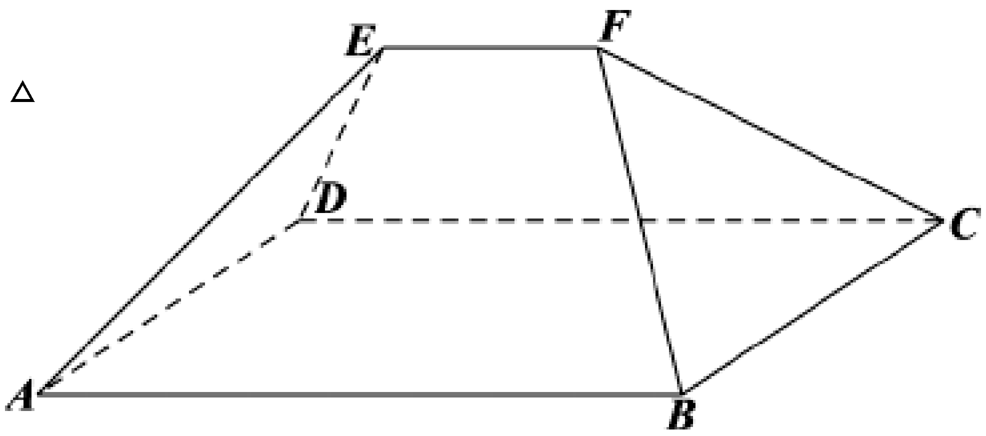
A．4　　　　B．5　　　　C．6　　　　D．8

8．某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm^3）是（　）



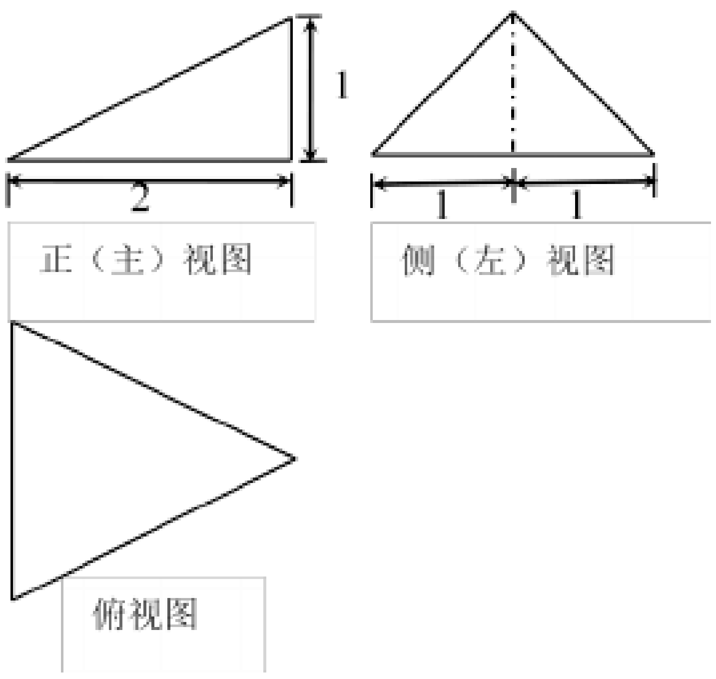
A．24　　　　B．30　　　　C．$4\sqrt{7}$　　　　D．$6\sqrt{7}$

9．《九章算术》是古代中国乃至东方的第一步自成体系的数学专著，书中记载了一种名为“刍甍”的五面体（如图），其中四边形 $ABCD$ 为矩形，EF /AB ，若 AB 　$3EF$ ，△ADE 和△BCF 都是正三角形，且 AD 　$2EF$ ，则异面直线 AE 与 CF 所成角的大小为（　）



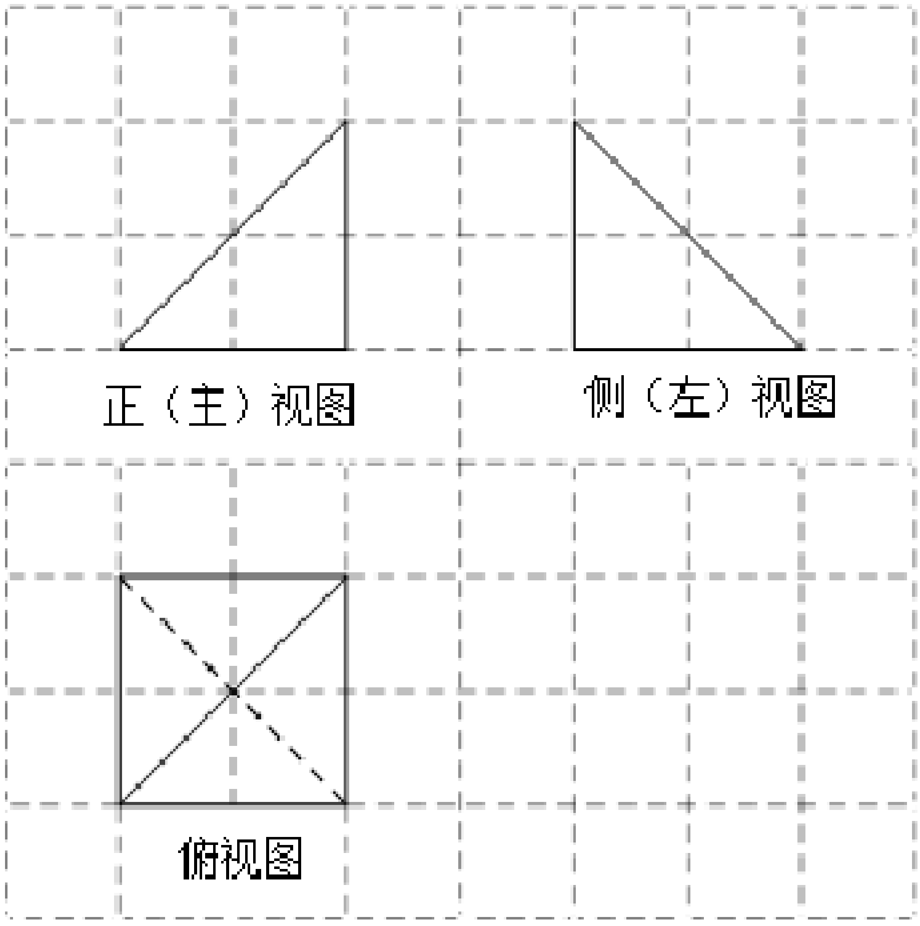
A．$\frac{\ }{6}$　　　　B．$\frac{\ }{4}$　　　　C．$\frac{\ }{3}$　　　　D．$\frac{\ }{2}$

10．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



A．$\frac{1}{6}$　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　C．$\frac{2}{3}$　　　　D．2

11．某三棱锥的三视图如图所示，已知网格纸上小正方形的边长为 1，则该三棱锥的体积为（　）



A．$\frac{4}{3}$

B．$\frac{8}{3}$

C．3

D．4

12． 是两个不重合的平面，在下列条件中，可判定平面 与 平行的是（ ）

A．m 、n 是 内的两条直线，且 m // ， n//

B． 、 都垂直于平面

C． 内不共线三点到 的距离相

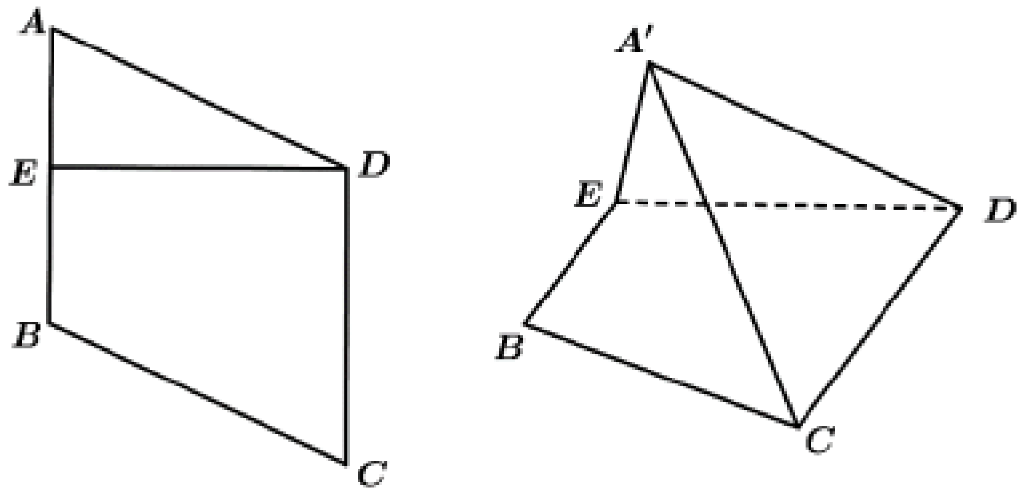
D．m 、n 是两条异面直线，m ，n ，且 m // ， n//

二、填空题

13．在正三棱锥 O ABC 中，已知 AOB 45 ，记 为二面角 A OB C 的大小，cos m $\sqrt{n}$，其中 m ，n 为整数，则以 |n|， |m|， |m n|分别为长、宽、高的长方体的外接球直径为__________.

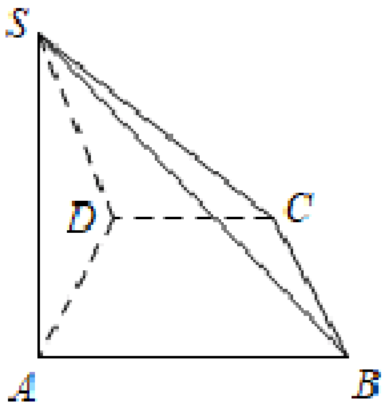
14．如图在菱形 ABCD 中，AB 2， A 60 ，E 为 AB 中点，将 AED 沿 DE 折起使二面角 A ED C 的大小为 90 ，则空间 A 、C 两点的距离为________；

。 △



15. 在三棱锥$P\quad ABC$ 中，P 在底面 ABC 的射影为 ABC 的重心，点M 为棱PA 的中点，记二面角$P\quad BC\quad M$ 的平面角为 ，则$\tan$ 的最大值为______.

16. 如图，已知四棱锥$S\quad ABCD$ 的底面为等腰梯形，$AB //CD$，$AD\quad DC\quad BC\quad 1$，$AB\quad SA\quad 2$，且$SA$ 平面$ABCD$，则四棱锥$S\quad ABCD$ 外接球的体积为____.



17. 在三棱锥$D\quad ABC$ 中，AD 平面ABC，$AC\quad 3$，$BC\quad \sqrt{17}$，$\cos\quad BAC\quad \frac{1}{3}$，若三棱锥$D\quad ABC$ 的体积为$\frac{2\sqrt{7}}{3}$，则此三棱锥的外接球的表面积为____

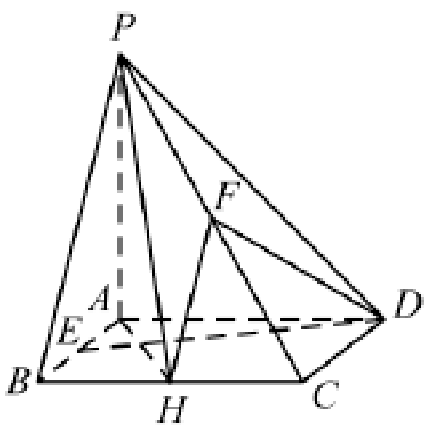
18. 已知 ABC 是等腰直角三角形，斜边$AB\quad 2$，P 是平面ABC 外的一点，且满足$PA\quad PB\quad PC$，$APB\quad 120$，则三棱锥$P\quad ABC$ 外接球的表面积为_____.

19. 已知点O 为圆锥PO 底面的圆心，圆锥PO 的轴截面为边长为 2 的等边三角形$\triangle PAB$，圆锥PO 的外接球的表面积为____.

20. 在四棱锥$P\quad ABCD$ 中，平面PAD 平面$ABCD$，且$ABCD$ 为矩形，$DPA\quad \frac{\pi}{2}$，$AD\quad 2\sqrt{3}$，$AB\quad 2$，$PA\quad PD$，则四棱锥$P\quad ABCD$ 的外接球的体积为_____.

三、解答题

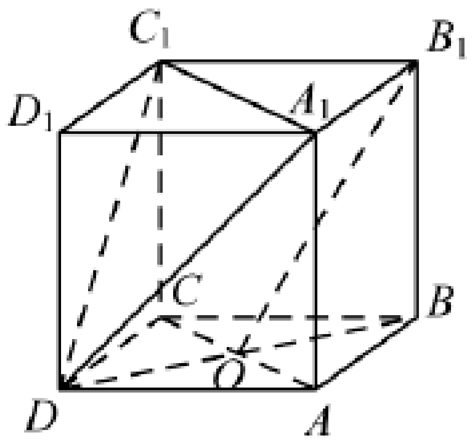
21. 如图，四棱锥$P\quad ABCD$ 的底面为正方形，PA 底面$ABCD$，E，F，H 分别为AB，PC，BC 的中点.



（1）求证：DE 平面 PAH ；

（2）若 PA AD 2，求直线 PD 与平面 PAH 所成线面角的正弦值.

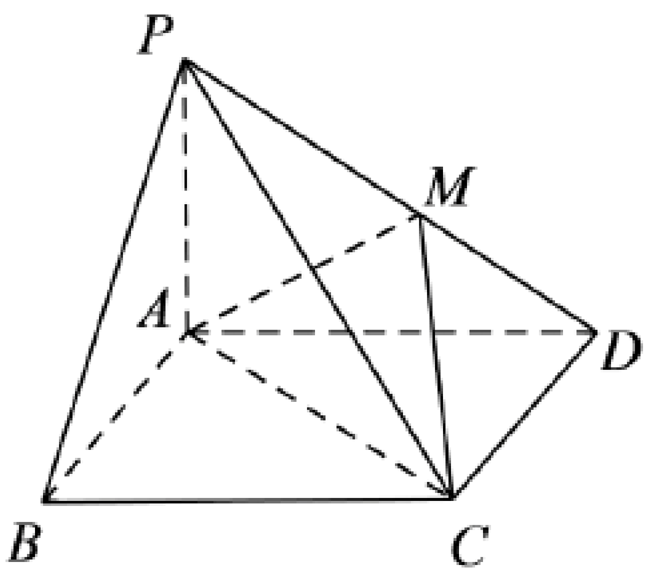
22. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD$ $A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是底面 $ABCD$ 的中心.



（1）求证:B_1O//平面 DA_1C_1 ;

（2）求点 O 到平面 DA_1C_1 的距离.

23. 如图，在四棱锥 P $ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，PA 底面 $ABCD$ ，PA AB ，点 M 是棱 PD 的中点.

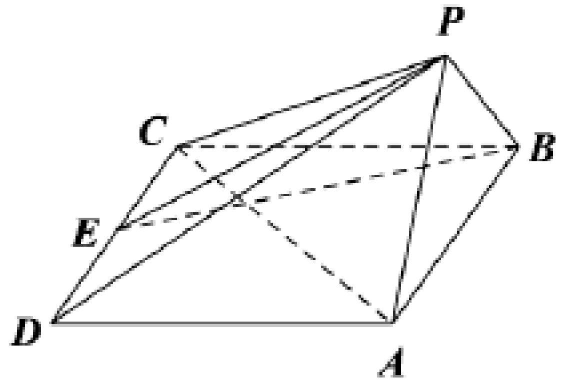


（1）求证：PB //平面 ACM ；

（2）求三棱锥 P ACM 的体积.

24. 在四棱锥 P $ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为正方形，平面 PAB 平面 $ABCD$ ，PAB 为等腰直角三角形，PA PB ，AB 2 .

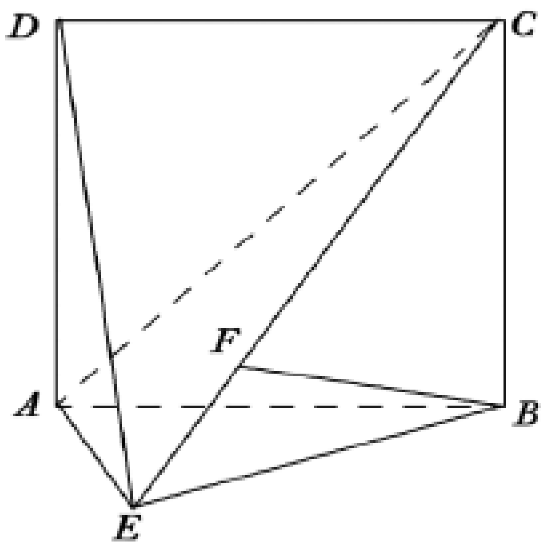
△



（1）求证：平面 PBC　　平面 PAC　；

（2）设 E 为 CD　的中点，求点 E 到平面 PBC　的距离.

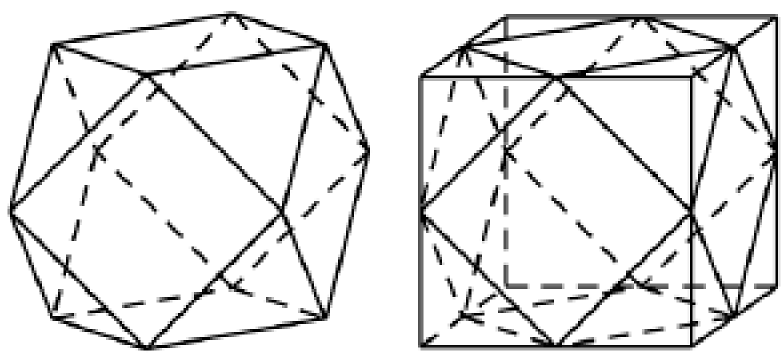
25．如图，四棱锥 E　ABCD　中，底面 ABCD　是边长为 2 的正方形，平面 AEB　　平面 ABCD　，　EBA　$\frac{}{4}$，EB　$\sqrt{2}$，F 为 CE　上的点，BF　　CE　.



（1）求证：BF　　平面 ACE　；

（2）求点 D 到平面 ACE　的距离.

26．我市论语广场准备设置一些多面体形或球形的石凳供市民休息，如图（1）的多面体石凳是由图（2）的正方体石块截去八个相同的四面体得到，且该石凳的体积是 $\frac{160}{3}$ dm ^{3}.



图(1)　图(2)

（Ⅰ）求正方体石块的棱长；

（Ⅱ）若将图（2）的正方体石块打磨成一个球形的石凳，求此球形石凳的最大体积.

【参考答案】*试卷处理标记，请不要删除**

一、选择题

1．B

解析：B

【分析】

可得原几何体如图所示正三棱锥 $A\quad BCD$ ，取 BD 中点 E ，连接 AE ,CE ，设底面边长为 $2x$，表示出 $AO\quad OE\quad \dfrac{AE}{\sqrt{2}}\quad \sqrt{\dfrac{5\quad x^2}{2}}$，$OE\quad \dfrac{1}{3}CE\quad \dfrac{\sqrt{3}x}{3}$，即可求出 x，进而求出腰长.

【详解】

根据三视图可得原几何体如图所示正三棱锥 $A\quad BCD$ ，

取 BD 中点 E ，连接 AE ,CE ，则底面中心 O 在 CE 上，连接 AO ，可得 AO 　平面 ABC ，

由三视图可知 $AB\quad AC\quad AD\quad \sqrt{5}$， $AEC\quad 45$ ，

设底面边长为 $2x$，则 $DE\quad x$，则 $AE\quad \sqrt{5\quad x^2}$，。

则在等腰直角三角形 AOE 中， $AO\quad OE\quad \dfrac{AE}{\sqrt{2}}\quad \sqrt{\dfrac{5\quad x^2}{2}}$，

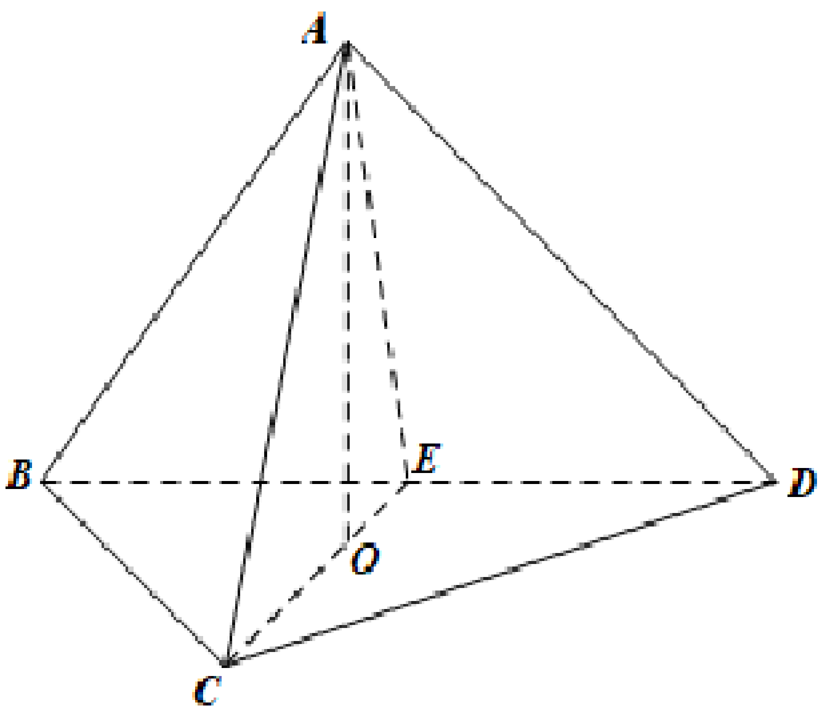
O 是底面中心，则 $OE\quad \dfrac{1}{3}CE\quad \dfrac{\sqrt{3}x}{3}$，

则 $\sqrt{\dfrac{5\quad x^2}{2}}\quad \dfrac{\sqrt{3}x}{3}$，解得 $x\quad \sqrt{3}$，

则 $AO\quad 1$，底面边长为 $2\sqrt{3}$，

则正视图（等腰三角形）的腰长为 $\sqrt{\sqrt{3}^{\,2}\quad 1^2}\quad 2$.

故选：B.



【点睛】

本题考查根据三视图计算原几何体的相关量，解题的关键是根据正三棱锥中的关系求出底面边长.

2．C

解析：C

【分析】

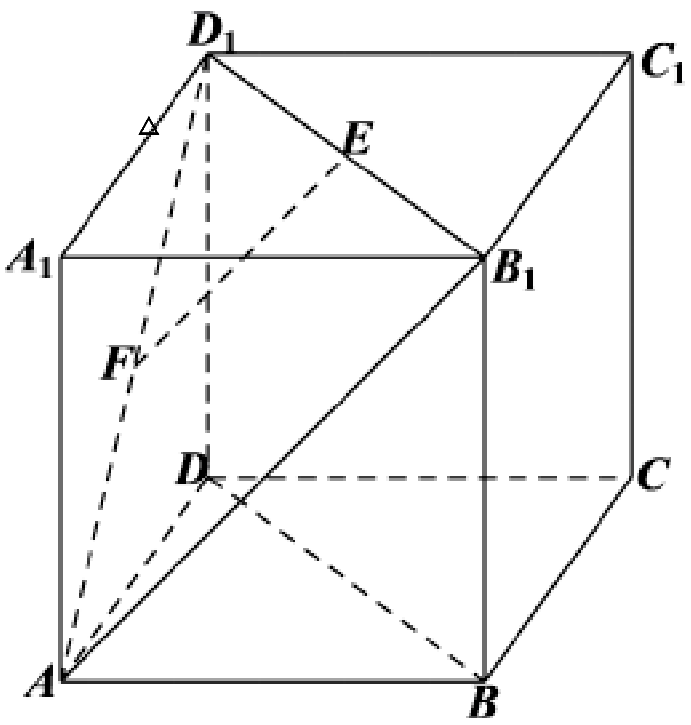
作出图形，连接 AD_1、B_1D_1、AB_1，推导出 $EF\,/\!/\,AB_1$，$BD\,/\!/\,B_1D_1$，可得出异面直线 EF 和 BD 所成的角为 $\angle AB_1D_1$，分析 $\triangle AB_1D_1$ 的形状，即可得出结果.

【详解】

如下图所示，连接 AD_1、B_1D_1、AB_1，

设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，则 $AD_1=AB_1=B_1D_1=\sqrt{2}$，

所以，$\triangle AB_1D_1$ 为等边三角形，则 $\angle AB_1D_1=60^{\circ}$，



因为 E、F 分别是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 和 ADD_1A_1 的中心，则 E、F 分别是 B_1D_1、AD_1 的中点，所以，$EF\,/\!/\,AB_1$，

在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$BB_1\,/\!/\,DD_1$ 且 $BB_1=DD_1$，

所以，四边形 BB_1D_1D 为平行四边形，则 $BD\,/\!/\,B_1D_1$，

所以，异面直线 EF 和 BD 所成的角为 $\angle AB_1D_1=60^{\circ}$.

故选：C.

【点睛】

思路点睛：平移线段法是求异面直线所成角的常用方法，其基本思路是通过平移直线，把异面直线的问题化归为共面直线问题来解决，具体步骤如下：

（1）平移：平移异面直线中的一条或两条，作出异面直线所成的角；

（2）认定：证明作出的角就是所求异面直线所成的角；

（3）计算：求该角的值，常利用解三角形；

（4）取舍：由异面直线所成的角的取值范围是 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，当所作的角为钝角时，应取它的补角作为两条异面直线所成的角.

3．C

解析：C

【分析】

利用已知条件判断 l_1 与 l_2 的位置关系，可判断 AD 选项的正误；利用线面垂直的性质定理可判断 B 选项的正误；利用线面平行的性质定理可判断 C 选项的正误.

【详解】

对于 A 选项，若 $l_1 //$ ，$l_2 //$ ，则 l_1 与 l_2 平行、相交或异面，A 选项错误；

对于 B 选项，若 l_1 ，l_2 ，由线面垂直的性质定理可得 $l_1 // l_2$，B 选项错误；

对于 C 选项，$l_1 // l_2$，l_1 ，l_2 ，、不重合，则 l_1 ，$l_1 //$ ，

l_1 ，l_3，$l_1 // l_3$，C 选项正确；

对于 D 选项，若 ，l_1，l_2，则 l_1 与 l_2 相交或平行，D 选项错误.

故选：C.

【点睛】

方法点睛：对于空间线面位置关系的组合判断题，解决的方法是"推理论证加反例推断"，即正确的结论需要根据空间线面位置关系的相关定理进行证明，错误的结论需要通过举出反例说明其错误，在解题中可以以常见的空间几何体（如正方体、正四面体等）为模型进行推理或者反驳.

4．A

解析：A

【分析】

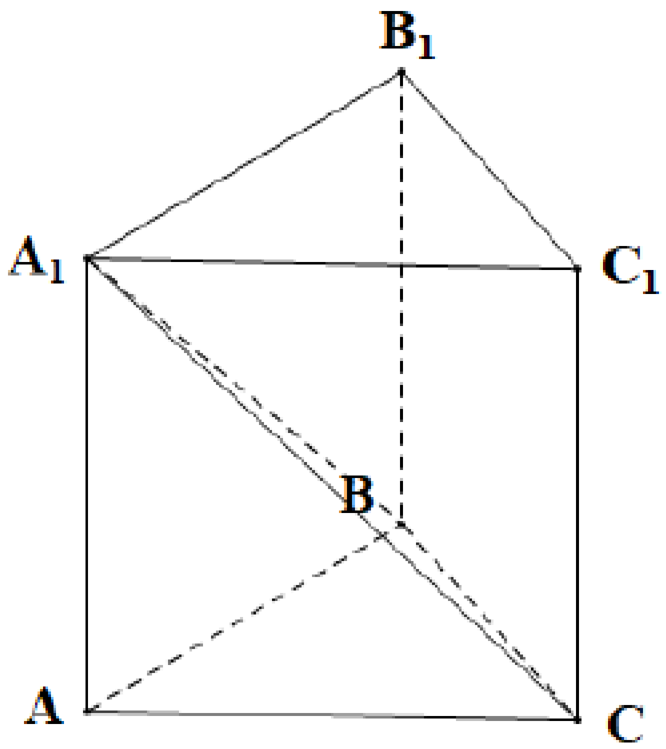
根据题意，将点 B_1 到平面 A_1BC 的距离转化为点 A 到平面 A_1BC 的距离，然后再利用等体积法 V_{A-A_1BC} V_{A_1-ABC} 代入求解点 A 到平面 A_1BC 的距离.

【详解】

已知正三棱柱 ABC $A_1B_1C_1$，底面正三角形 ABC 的边长为 2，侧棱 AA_1 长为 2，所以可得 A_1B A_1C $2\sqrt{2}$， A_1BC 为等腰三角形，所以 A_1BC 的高为 $\sqrt{7}$，由对称性可知，$V_{B_1-A_1BC}$ V_{A-A_1BC}，所以点 B_1 到平面 A_1BC 的距离等于点 A 到平面 A_1BC 的距离，所以 V_{A-A_1BC} V_{A_1-ABC}，又因为 $S_{\triangle A_1BC}$ $\frac{1}{2}$ 2 $\sqrt{7}$ $\sqrt{7}$，$S_{\triangle ABC}$ $\frac{1}{2}$ 2 $\sqrt{3}$ $\sqrt{3}$，所以

$\frac{1}{3}$ $S_{\triangle A_1BC}$ h $\frac{1}{3}$ $S_{\triangle ABC}$ 2，即 h $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ $\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

故选：A.



【点睛】

一般关于点到面的距离的计算，一是可以考虑通过空间向量的方法，写出点的坐标，计算平面的法向量，然后代入数量积的夹角公式计算即可，二是可以通过等体积法，通过换底换高代入利用体积相等计算.

5．A

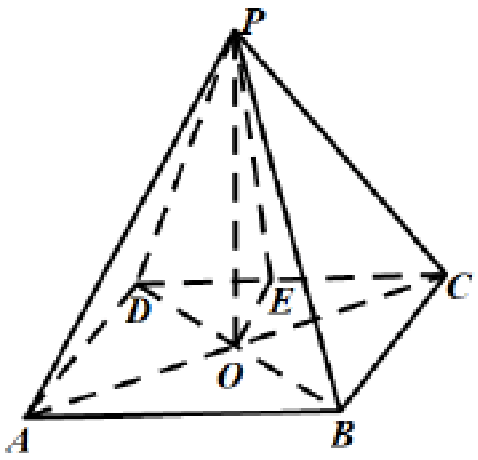
解析：A

【分析】

连接 AC 、BD 交于 O，连 PO，取 CD 的中点 E，连 OE，PE，根据正棱锥的性质可知， PCE ， PCO ， PEO ，再比较三个角的正弦值可得结果.

【详解】

连接 AC 、BD 交于 O，连 PO，取 CD 的中点 E，连 OE，PE，如图：



因为 $AB // CD$，所以 PBA ，又因为四棱锥 P $ABCD$ 为正四棱锥，所以 PCE ，

由正四棱锥的性质可知，PO 平面 $ABCD$，所以 PCO ，

易得 OE CD，PE CD，所以 PEO ，

因为 $\sin \frac{PE}{PC}$，$\sin \frac{PO}{PC}$，且 PE PO，所以 $\sin$ $\sin$ ，又 ， 都是锐角，

所以 ，

因为 $\sin \quad \frac{PO}{PE}$，$\sin \quad \frac{PO}{PC}$，且 $PC \quad PE$，所以 $\sin \quad \sin$，因为 ， 都是锐角，所以 .

故选：A

【点睛】

关键点点睛：根据正棱锥的性质，利用异面直线所成角、直线与平面所成角、二面角的平面角的定义得到这三个角是解题关键，属于中档题.

6．B

解析：B

【分析】

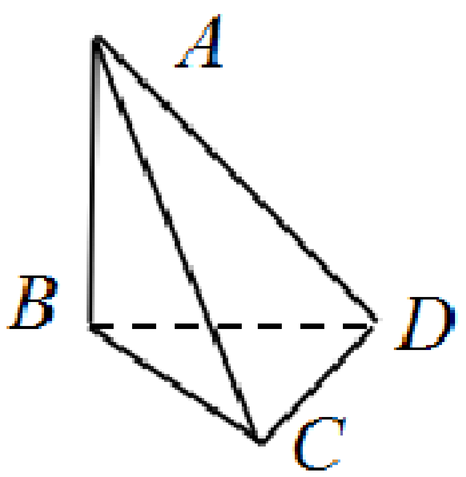
由题意计算 $AB \quad BD \quad CD \quad 2$，分析该几何体可以扩充为长方体，所以只用求长方体的外接球即可.

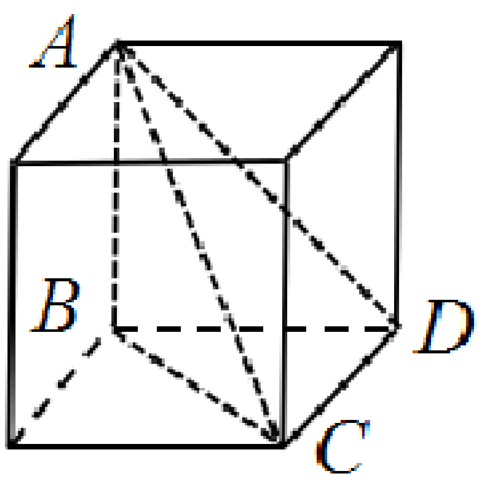
【详解】

因为 AB 平面 BCD，$BD \quad CD$ 且 $AB \quad BD \quad CD$，$V_{A \quad BCD} \quad \frac{4}{3}$，

而 $V_{A \quad BCD} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} BD \quad CD \quad AB \quad \frac{4}{3}$，所以 $AB \quad BD \quad CD \quad 2$，

所以该几何体可以扩充为正方体方体，所以只用求正方体的外接球即可.





设外接球的半径为 R，则 $2R \quad 2\sqrt{3}$，

所以外接球的表面积为 $S \quad 4 \quad R^2 \quad 12$

故选：B

【点睛】

多面体的外接球问题解题关键是找球心和半径，求半径的方法有：

(1)公式法；(2)多面体几何性质法；(3)补形法；(4)寻求轴截面圆半径法；(5)确定球心位置法.

7．B

解析：B

【分析】

根据圆锥侧面展开图是一个扇形，且线段 $MB \quad 2\sqrt{5}$ 计算底面圆半径即可求解.

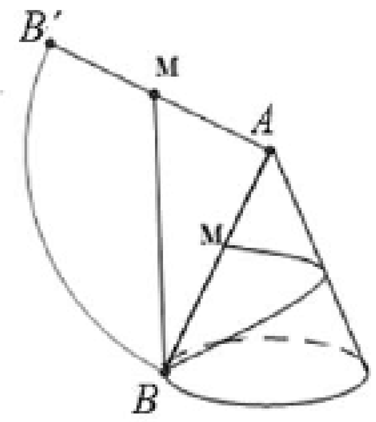
【详解】

设底面圆半径为 r，

由母线长l 4，可知侧面展开图扇形的圆心角为 $\frac{2\ r}{l}$ $\frac{r}{2}$，

将圆锥侧面展开成一个扇形，从点M 拉一绳子围绕圆锥侧面转到点B，最短距离为BM ；

如图，
=



在 ABM 中，MB $2\sqrt{5}$,AM 2,AB 4，

所以AM^2 AB^2 MB^2，

所以 MAB $\overline{2}$，

故 $\frac{r}{2}$ $\overline{2}$，解得r 1，

所以圆锥的表面积为S rl r^2 5 ，

故选：B

【点睛】

关键点点睛：首先圆锥的侧面展开图为扇形，其圆心角为 $\frac{2\ r}{l}$，其次从点M 拉一绳子围绕圆锥侧面转到点B，绳子的最短距离即为展开图中线段MB 的长，解三角即可求解底面圆半径r，利用圆锥表面积公式求解.

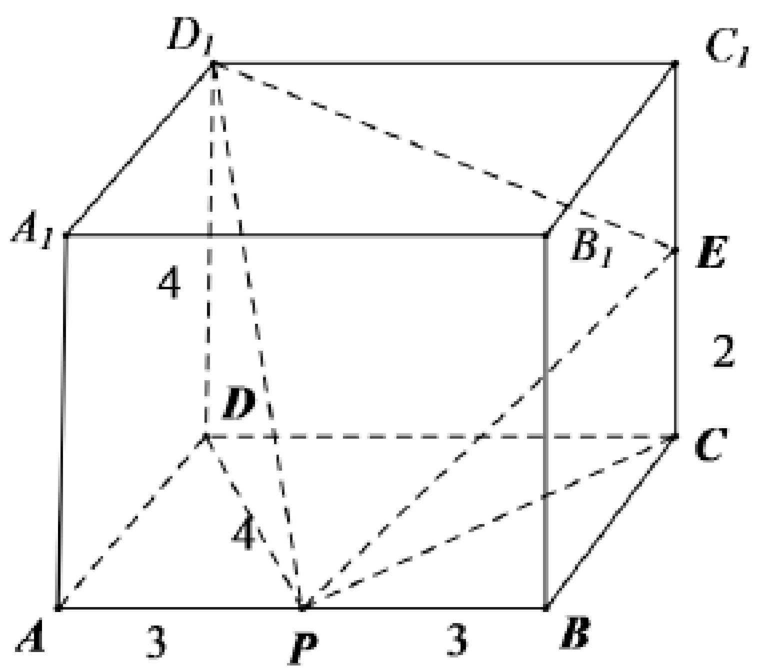
8. D

解析：D

【分析】

先找到几何体的原图，再求出几何体的高，再求几何体的体积得解.

【详解】



由三视图可知几何体为图中的四棱锥 $P\quad CDD_1E$，

由题得 $AD\quad \sqrt{4^2\quad 3^2}\quad \sqrt{7}$，所以几何体的高为 $\sqrt{7}$.

所以几何体的体积为 $\frac{1}{3}\ \frac{1}{2}(2\quad 4)\ 6\ \sqrt{7}\quad 6\sqrt{7}$.

故选：D

【点睛】

方法点睛：通过三视图找几何体原图常用的方法有：（1）直接法；（2）拼凑法；（3）模型法.本题利用的就是模型法.要根据已知条件灵活选择方法求解.

9．D

解析：D

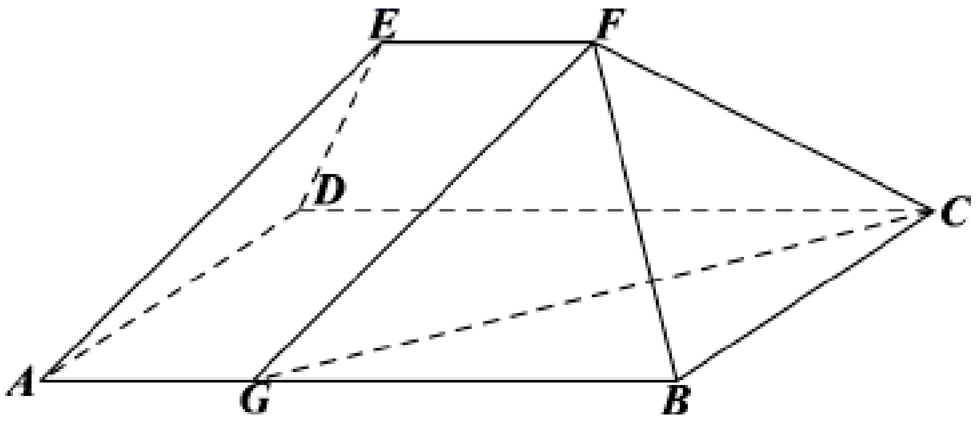
【分析】

过点 F 作 $FG//AE$ 交 AB 于点 G，连接 CG，则异面直线 AE 与 CF 所成角为 CFG 或其补角，然后在 $\triangle CFG$ 中求解.

【详解】

如下图所示，在平面 $ABFE$ 中，过点 F 作 $FG//AE$ 交 AB 于点 G，连接 CG，

则异面直线 AE 与 CF 所成角为 CFG 或其补角，



设 $EF\quad 1$，则 $AB\quad 3$，$BC\quad CF\quad AE\quad 2$，

因为 $EF//AB$，$FG//AE$，所以，四边形 $AEFG$ 为平行四边形，

所以，$FG\quad AE\quad 2$，$AG\quad 1$，$BG\quad 2$，

由于 $ABC\quad \frac{}{2}$，由勾股定理可得 $CG\quad \sqrt{BC^2\quad BG^2}\quad 2\sqrt{2}$，

所以，$CG^2\quad CF^2\quad FG^2$，则 $CFG\quad \frac{}{2}$.

故选：D.

【点睛】

思路点睛：平移线段法是求异面直线所成角的常用方法，其基本思路是通过平移直线，把异面直线的问题化归为共面直线问题来解决，具体步骤如下：

（1）平移：平移异面直线中的一条或两条，作出异面直线所成的角；

（2）认定：证明作出的角就是所求异面直线所成的角；

（3）计算：求该角的值，常利用解三角形；

（4）取舍：由异面直线所成的角的取值范围是 $0,\frac{}{2}$，当所作的角为钝角时，应取它的

补角作为两条异面直线所成的角.

10．C

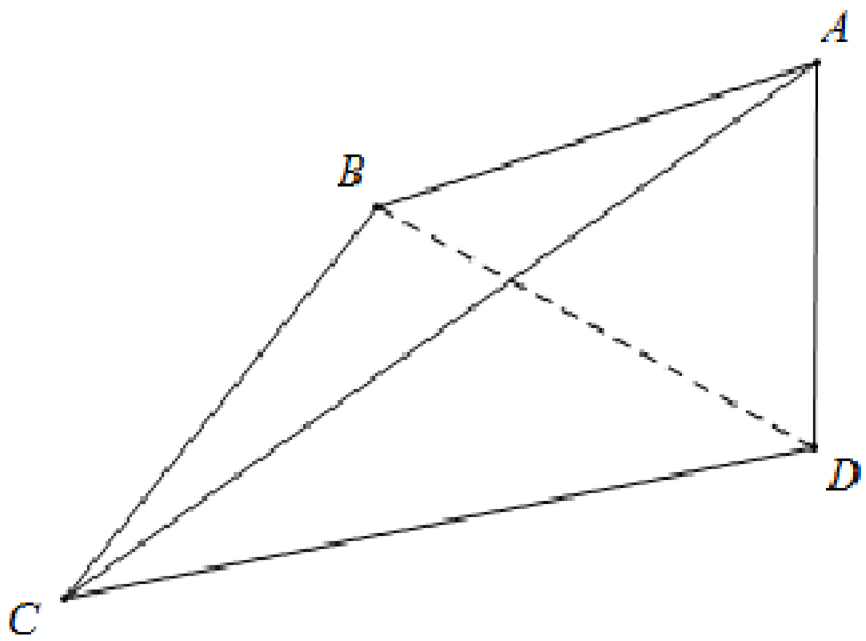
解析：C

【分析】

根据题中所给的几何体的三视图还原几何体，得到相应的三棱锥，之后利用椎体体积公式求得结果.

【详解】

根据题中所给的几何体的三视图还原几何体如图所示：



该三棱锥满足底面$\triangle BCD$ 是等腰三角形，且底边和底边上的高线都是 2；

且侧棱 AD 底面 BCD ，$AD \quad 1$，

所以$V=\frac{1}{3}\ \ \frac{1}{2}\ \ 2\ \ 2\ \ 1=\frac{2}{3}$，

故选：C.

【点睛】

方法点睛：该题考查的是有关根据所给几何体三视图求几何体体积的问题，解题方法如下：

（1）应注意把握三个视图的尺寸关系：主视图与俯视图长应对正（简称长对正），主视图与左视图高度保持平齐（简称高平齐），左视图与俯视图宽度应相等（简称宽相等），若不按顺序放置和不全时，则应注意三个视图名称；

（2）根据三视图还原几何体；

（3）利用椎体体积公式求解即可.

11．A

解析：A

【分析】

首先由三视图还原几何体，然后由几何体的空间结构特征求解三棱锥的体积即可.

【详解】

由三视图可知，在棱长为 2 的正方体中，其对应的几何体为棱锥$P\quad ABC$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/118121015056007001