

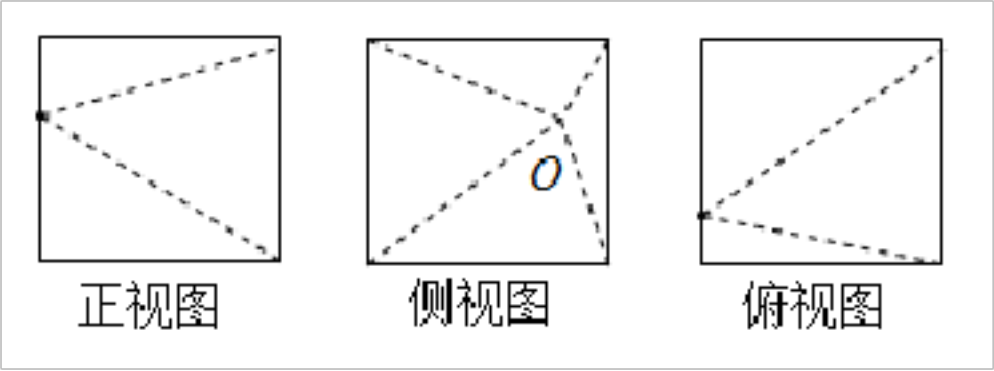
湖南省郴州市第二中学 2024 学年数学高三上期末达标检测试题

注意事项：

- 1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
- 2. 答题时请按要求用笔。
- 3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
- 4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
- 5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，某几何体的三视图是由三个边长为 **2** 的正方形和其内部的一些虚线构成的，则该几何体的体积为()



- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. 6 D. 与点 O 的位置有关

2. 已知 $a = (\frac{1}{2})^{0.2}, b = \log_{\frac{1}{2}} 0.2, c = a^b$ ，则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$ C. $a < c < b$ D. $b < c < a$

3. 若实数 $x、y$ 满足 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x + y \geq 1 \\ y \geq x \end{cases}$ ，则 $z = x + 2y$ 的最小值是 ()

- A. 6 B. 5 C. 2 D. $\frac{3}{2}$

4. 已知全集 $U = \{x | x^2 \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$ ， $A = \{1, 2\}$ ，则 $C_U A =$ ()

- A. $\{-1\}$ B. $[-1, 0]$ C. $\{-2, -1, 0\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

5. 若函数 $y = 2\sin(2x + \varphi)$ 的图象过点 $(\frac{\pi}{6}, 1)$ ，则它的一条对称轴方程可能是 ()

- A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $x = \frac{\pi}{3}$ C. $x = \frac{\pi}{12}$ D. $x = \frac{5\pi}{12}$

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln(2-x), & x \leq 1, \\ -x^2 + 1, & x > 1, \end{cases}$ 若 $|f(x)| - ax + a \geq 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-\frac{1}{2}, 1]$ B. $[0, 1]$ C. $[1, +\infty)$ D. $[0, 2]$

7. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{Z} | (x+1)(x-3) \leq 0\}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2\}$ ，则 $C_U A =$ ()

- A. $\{-1,3\}$ B. $\{-1,0\}$ C. $\{0,3\}$ D. $\{-1,0,3\}$

8. 方程 $2(x-1)\sin \pi x + 1 = 0$ 在区间 $[-2,4]$ 内的所有解之和等于()

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

9. 已知 i 是虚数单位, 若 $\frac{z}{1-i} = i$, 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 3

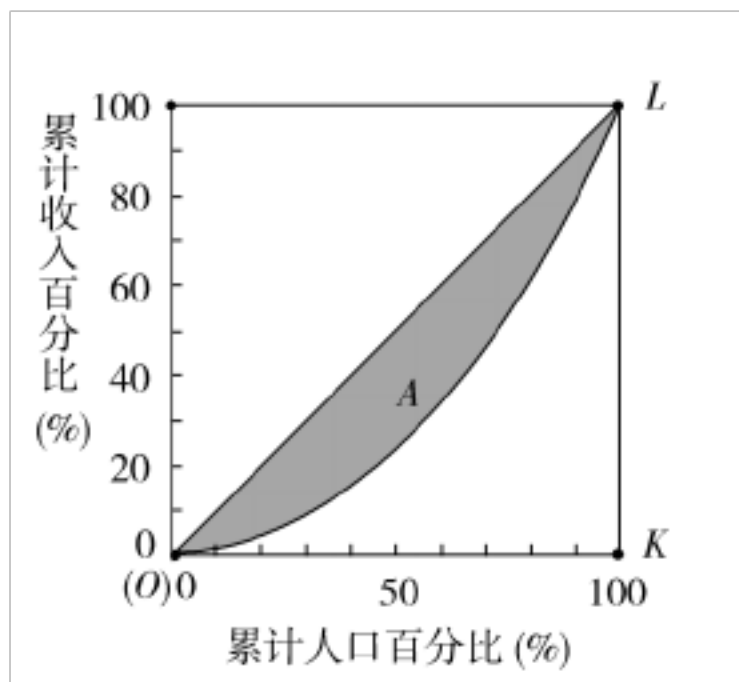
10. 计算 $\log_2 \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{5\pi}{3} \right)$ 等于()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

11. 下列几何体的三视图中, 恰好有两个视图相同的几何体是 ()

- A. 正方体 B. 球体
C. 圆锥 D. 长宽高互不相等的长方体

12. 为了研究国民收入在国民之间的分配, 避免贫富过分悬殊, 美国统计学家劳伦茨提出了著名的劳伦茨曲线, 如图所示. 劳伦茨曲线为直线 OL 时, 表示收入完全平等. 劳伦茨曲线为折线 OKL 时, 表示收入完全不平等. 记区域 A 为不平等区域, a 表示其面积, S 为 $\triangle OKL$ 的面积, 将 $Gini = \frac{a}{S}$ 称为基尼系数.



对于下列说法:

- ① $Gini$ 越小, 则国民分配越公平;
② 设劳伦茨曲线对应的函数为 $y = f(x)$, 则对 $\forall x \in (0,1)$, 均有 $\frac{f(x)}{x} > 1$;
③ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^2 (x \in [0,1])$, 则 $Gini = \frac{1}{4}$;
④ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^3 (x \in [0,1])$, 则 $Gini = \frac{1}{2}$.

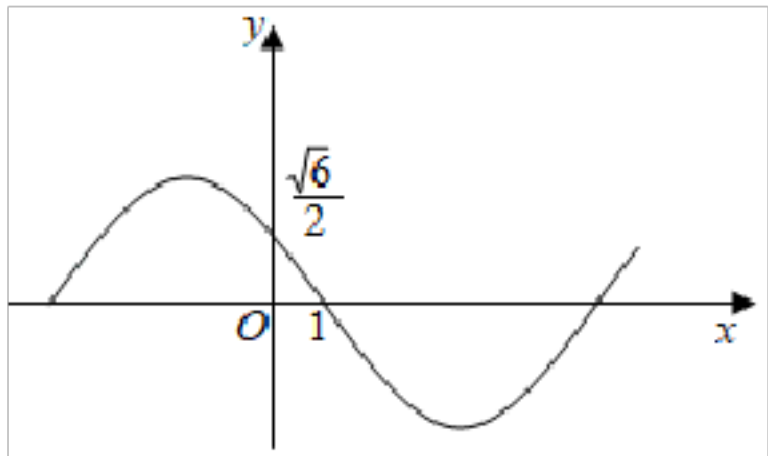
其中正确的是:

- A. ①④ B. ②③ C. ①③④ D. ①②④

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 从一箱产品中随机地抽取一件，设事件 $A = \{\text{抽到一等品}\}$ ，事件 $B = \{\text{抽到二等品}\}$ ，事件 $C = \{\text{抽到三等品}\}$ ，且已知 $P(A) = 0.65$ ， $P(B) = 0.2$ ， $P(C) = 0.1$ ，则事件“抽到的产品不是一等品”的概率为_____。

14. 函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) \left(\varphi > 0, \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi \right)$ 的图像如图所示，则该函数的最小正周期为_____。

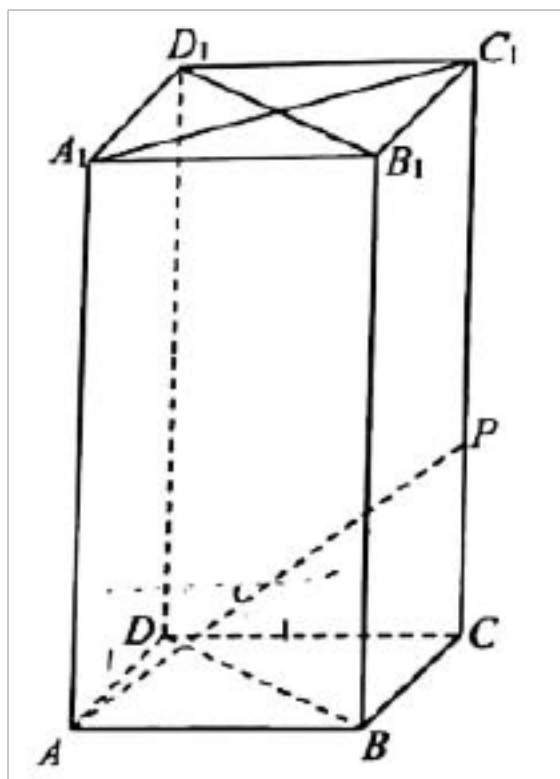


15. 已知 $\triangle ABC$ 内角 A ， B ， C 的对边分别为 a ， b ， c 。 $a = 4$ ， $b = \sqrt{6}$ ， $A = \frac{\pi}{3}$ 则 $\cos 2B =$ _____。

16. 设函数 $f(x) = -3x^2 + 6x$ 在区间 $[a, b]$ 上的值域是 $[-9, 3]$ ，则 $b - a$ 的取值范围是_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，在底面边长为 1，侧棱长为 2 的正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， P 是侧棱 CC_1 上的一点， $CP = m$ 。



(1) 若 $m = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，求直线 AP 与平面 BDD_1B_1 所成角；

(2) 在线段 A_1C_1 上是否存在一个定点 Q ，使得对任意的实数 m ，都有 $D_1Q \perp AP$ ，并证明你的结论。

18. (12 分) 已知 a, b 都是大于零的实数。

(1) 证明 $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b$ ；

(2) 若 $a > b$ ，证明 $a^2 + \frac{a}{b^3} + \frac{1}{a(a-b)} > 4$ 。

19. (12 分) 设函数 $f(x) = |x+a| + |x-1| (a \in \mathbf{R})$ 。

(1) 当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x) \geq 4$ 的解集；

(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x) \geq 2$ ，求实数 a 的取值范围。

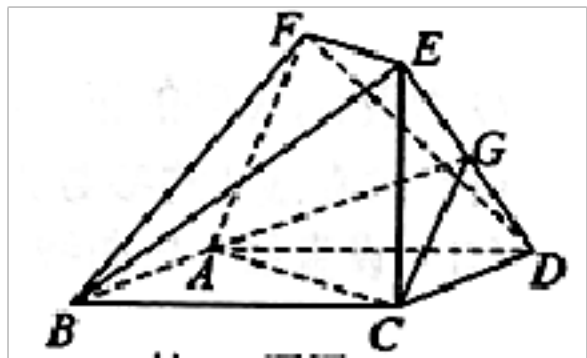
20. (12 分) 已知 $f(x) = a \sin(1-x) + \ln x$ ，其中 $a \in \mathbf{R}$ 。

(1) 当 $a=0$ 时，设函数 $g(x) = f(x) - x^2$ ，求函数 $g(x)$ 的极值。

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上递增，求 a 的取值范围；

(3) 证明：
$$\sum_{k=1} \sin \frac{1}{(2+k)^2} < \ln 3 - \ln 2.$$

21. (12 分) 如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是菱形， $EF \parallel AC$ ， $EF=1$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $CE \perp$ 平面 $ABCD$ ， $CE = \sqrt{3}$ ， $CD=2$ ， G 是 DE 的中点。



(I) 求证：平面 $ACG \parallel$ 平面 BEF ；

(II) 求直线 AD 与平面 ABF 所成的角的正弦值。

22. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A ， B ， C 所对的边分别为 a ， b ， c ，且 $a = b \cos C + c \sin B$ 。

(1) 求 B 的值；

(2) 设 $\angle BAC$ 的平分线 AD 与边 BC 交于点 D ，已知 $AD = \frac{17}{7}$ ， $\cos A = -\frac{7}{25}$ ，求 b 的值。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、 B

【解题分析】

根据三视图还原直观图如下图所示，几何体的体积为正方体的体积减去四棱锥的体积，即可求出结论.

【题目详解】

如下图是还原后的几何体，是由棱长为 **2** 的正方体挖去一个四棱锥构成的，

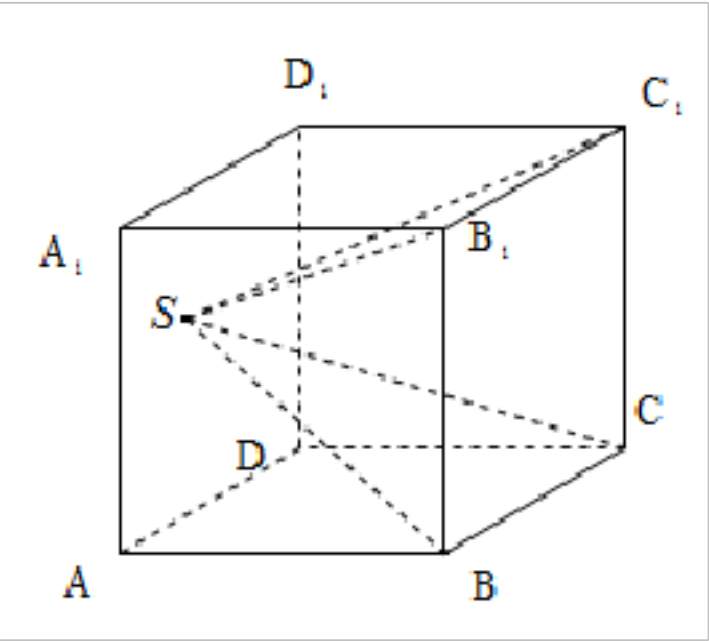
正方体的体积为 **8**，四棱锥的底面是边长为 **2** 的正方形，

顶点 **O** 在平面 ADD_1A_1 上，高为 **2**，

所以四棱锥的体积为 $\frac{1}{3}\times 4\times 2=\frac{8}{3}$ ，

所以该几何体的体积为 $8-\frac{8}{3}=\frac{16}{3}$.

故选:**B**.



【题目点拨】

本题考查三视图求几何体的体积，还原几何体的直观图是解题的关键，属于基础题.

2、 B

【解题分析】

利用函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 与函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 互为反函数，可得 $0<a<b<1$ ，再利用对数运算性质比较 **a,c** 进而可得结论.

【题目详解】

依题意，函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 与函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 关于直线 $y=x$ 对称，则 $0<\left(\frac{1}{2}\right)^{0.2}<\log_{\frac{1}{2}}0.2$ ，

即 $0<a<b<1$ ，又 $c=ab=\left(\frac{1}{2}\right)^{0.2\times\log_{\frac{1}{2}}0.2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}}0.2^0.2}=0.2^{0.2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{0.2}<\left(\frac{1}{2}\right)^{0.2}=a$ ，

所以， $c < a < b$.

故选：B.

【题目点拨】

本题主要考查对数、指数的大小比较，属于基础题.

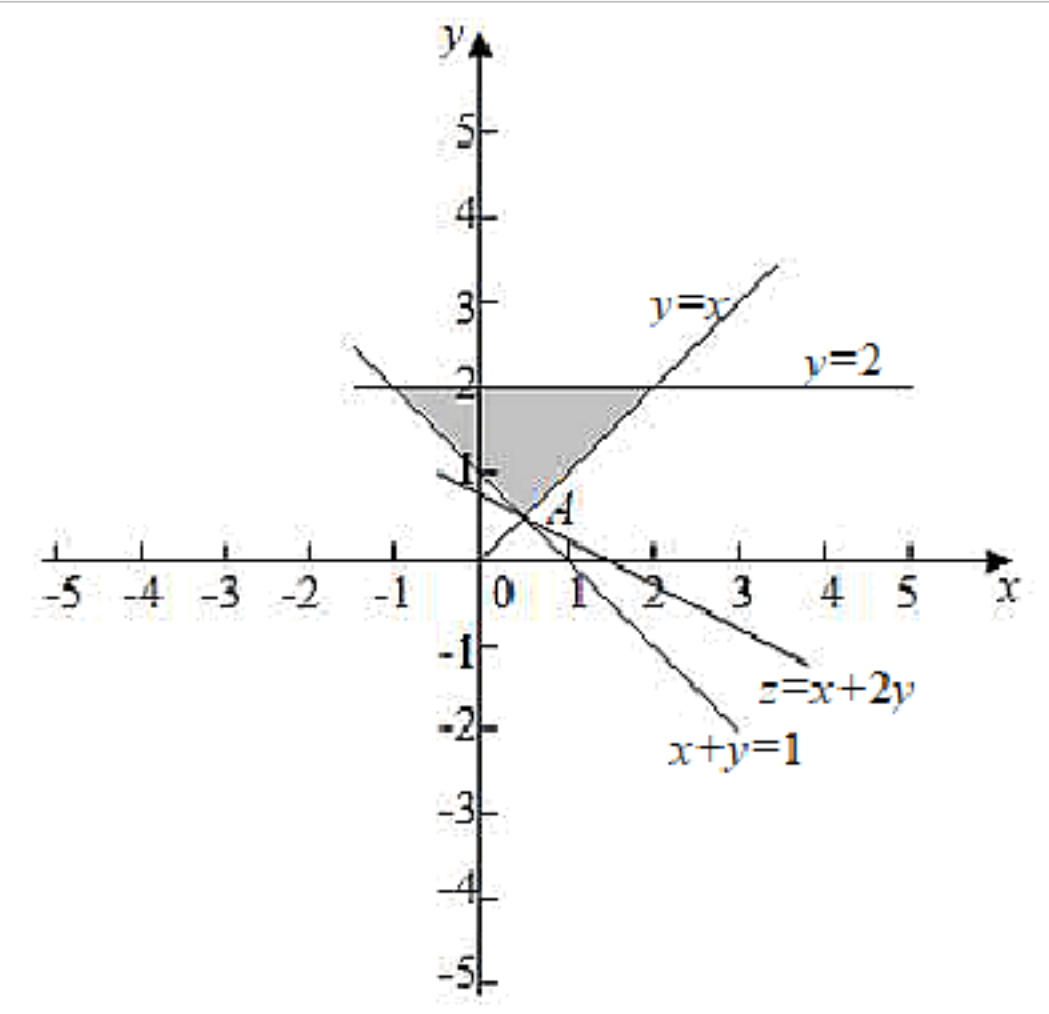
3、D

【解题分析】

根据约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数得答案

【题目详解】

作出不等式组 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x + y \geq 1 \\ y \geq x \end{cases}$ 所表示的可行域如下图所示：



联立 $\begin{cases} y = x \\ x + y = 1 \end{cases}$ ，得 $x = y = \frac{1}{2}$ ，可得点 $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ，

由 $z = x + 2y$ 得 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{z}{2}$ ，平移直线 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{z}{2}$ ，

当该直线经过可行域的顶点 A 时，该直线在 y 轴上的截距最小，

此时 z 取最小值，即 $z_{\min} = \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 。

故选：D.

【题目点拨】

本题考查简单的线性规划，考查数形结合的解题思想方法，是基础题.

4、C

【解题分析】

先求出集合 U ，再根据补集的定义求出结果即可.

【题目详解】

由题意得 $U = \{x|x^2 \leq 4, x \in Z\} = \{x|-2 \leq x \leq 2, x \in Z\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$,

$$\because A = \{1, 2\},$$

$$\therefore C_U A = \{-2, -1, 0\}.$$

故选 C.

【题目点拨】

本题考查集合补集的运算，求解的关键是正确求出集合 U 和熟悉补集的定义，属于简单题.

5、B

【解题分析】

把已知点坐标代入求出 φ ，然后验证各选项.

【题目详解】

由题意 $2\sin(\frac{\pi}{3} + \varphi) = 1$ ， $\sin(\frac{\pi}{3} + \varphi) = \frac{1}{2}$ ， $\varphi = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$ 或 $\varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ， $k \in Z$ ，

不妨取 $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ 或 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ，

若 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ，则函数为 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2}) = \cos 2x$ ，四个选项都不合题意，

若 $\varphi = -\frac{\pi}{6}$ ，则函数为 $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$ ，只有 $x = \frac{\pi}{3}$ 时， $\sin(2 \times \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}) = 1$ ，即 $x = \frac{\pi}{3}$ 是对称轴.

故选：B.

【题目点拨】

本题考查正弦型复合函数的对称轴，掌握正弦函数的性质是解题关键.

6、D

【解题分析】

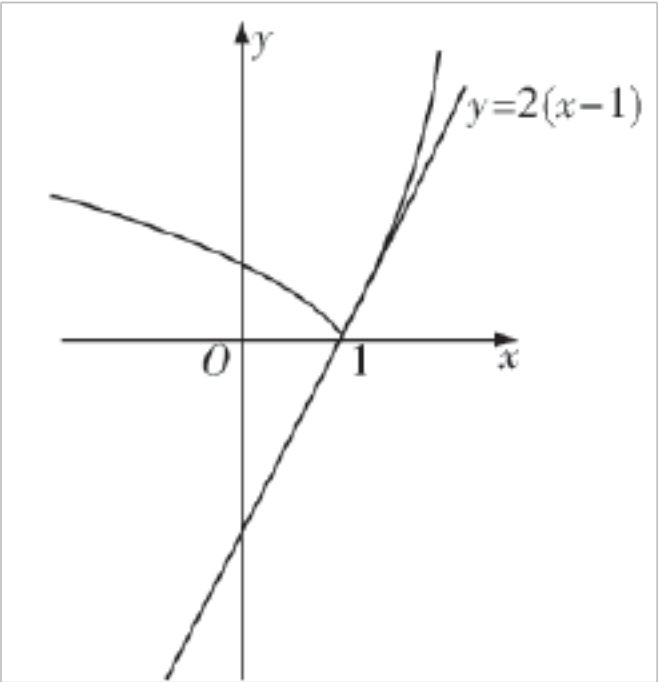
由 $|f(x)| - ax + a \geq 0$ 恒成立，等价于 $y = |f(x)|$ 的图像在 $y = a(x - 1)$ 的图像的上方，然后作出两个函数的图像，利用数形结合的方法求答案.

【题目详解】

因为 $|f(x)| = \begin{cases} \ln(2 - x), & x \leq 1, \\ x^2 - 1, & x > 1, \end{cases}$ 由 $|f(x)| \geq a(x - 1)$ 恒成立，分别作出 $y = |f(x)|$ 及 $y = a(x - 1)$ 的图象，由图知，当 $a < 0$

时，不符合题意，只须考虑 $a\geqslant 0$ 的情形，当 $y=a(x-1)$ 与 $y=|f(x)|(x\geqslant 1)$ 图象相切于 $(1,0)$ 时，由导数几何意义，此时 $a=(x^2-1)'|_{x=1}=2$ ，故 $0\leqslant a\leqslant 2$ 。

故选：D



【题目点拨】

此题考查的是函数中恒成立问题，利用了数形结合的思想，属于难题.

7、A

【解题分析】

先求得全集包含的元素，由此求得集合A的补集.

【题目详解】

由 $(x+1)(x-3)\leq 0$ 解得 $-1\leq x\leq 3$ ，故 $U=\{-1,0,1,2,3\}$ ，所以 $C_UA=\{-1,3\}$ ，故选A.

【题目点拨】

本小题主要考查补集的概念及运算，考查一元二次不等式的解法，属于基础题.

8、C

【解题分析】

画出函数 $y=\sin \pi x$ 和 $y=-\frac{1}{2(x-1)}$ 的图像， $y=\sin \pi x$ 和 $y=-\frac{1}{2(x-1)}$ 均关于点 $(1,0)$ 中心对称，计算得到答案.

【题目详解】

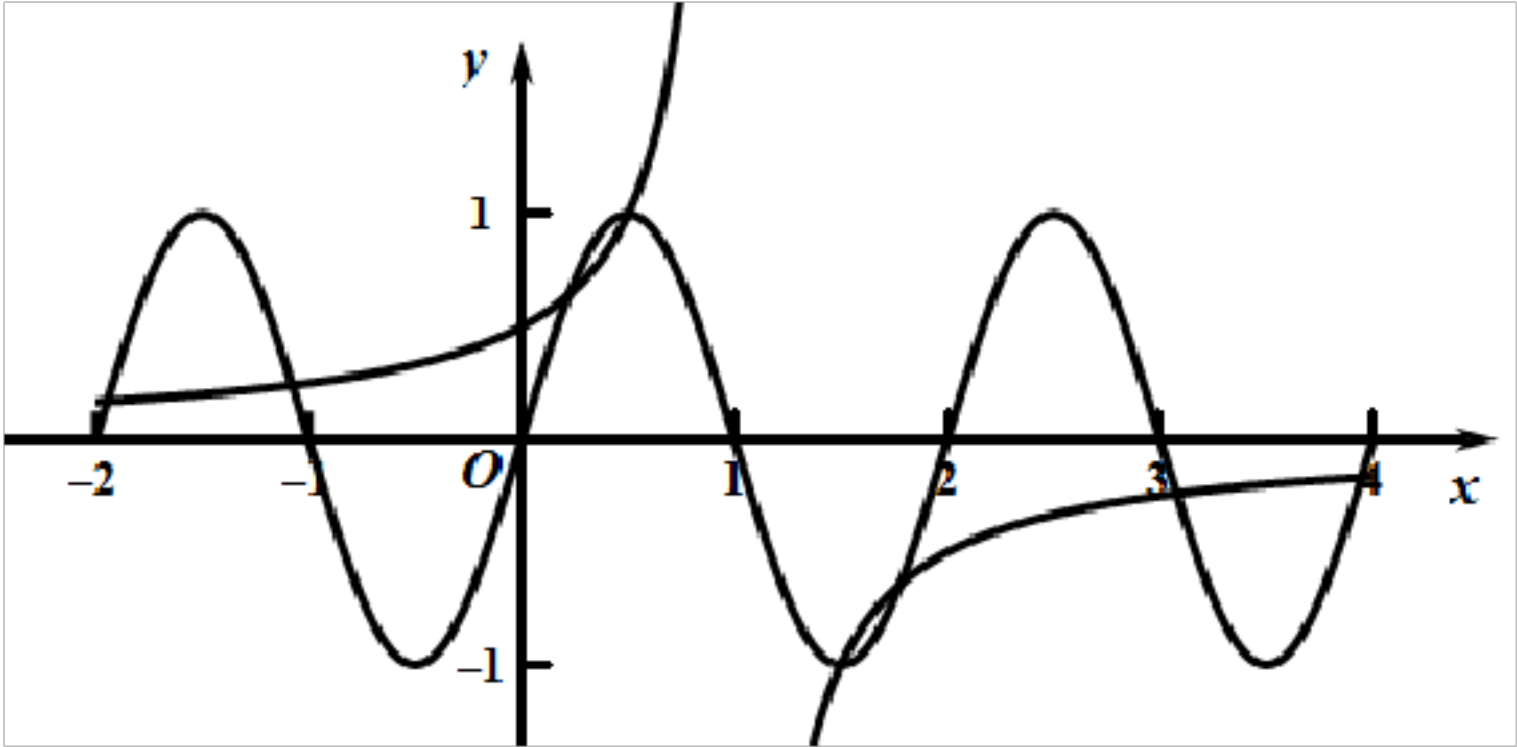
$2(x-1)\sin \pi x+1=0$ ，验证知 $x=1$ 不成立，故 $\sin \pi x=-\frac{1}{2(x-1)}$ ，

画出函数 $y=\sin \pi x$ 和 $y=-\frac{1}{2(x-1)}$ 的图像，

易知： $y=\sin \pi x$ 和 $y=-\frac{1}{2(x-1)}$ 均关于点 $(1,0)$ 中心对称，图像共有 8 个交点，

故所有解之和等于 $4\times 2=8$.

故选： C.



【题目点拨】

本题考查了方程解的问题，意在考查学生的计算能力和应用能力，确定函数关于点 $(1,0)$ 中心对称是解题的关键.

9、 A

【解题分析】

直接将 $\frac{z}{1-i}=i$ 两边同时乘以 $1-i$ 求出复数 z ，再求其模即可.

【题目详解】

解：将 $\frac{z}{1-i}=i$ 两边同时乘以 $1-i$ ，得

$$z=i(1-i)=1+i$$

$$|z|=\sqrt{2}$$

故选： A

【题目点拨】

考查复数的运算及其模的求法，是基础题.

10、 A

【解题分析】

利用诱导公式、特殊角的三角函数值，结合对数运算，求得所求表达式的值.

【题目详解】

$$\text{原式}=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)\right]=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}\right]=\log_22^{-\frac{3}{2}}=-\frac{3}{2}.$$

故选： A

【题目点拨】

本小题主要考查诱导公式，考查对数运算，属于基础题.

11、C

【解题分析】

根据基本几何体的三视图确定.

【题目详解】

正方体的三个三视图都是相等的正方形，球的三个三视图都是相等的圆，圆锥的三个三视图有一个是圆，另外两个是全等的等腰三角形，长宽高互不相等的长方体的三视图是三个两两不全等的矩形.

故选：C.

【题目点拨】

本题考查基本几何体的三视图，掌握基本几何体的三视图是解题关键.

12、A

【解题分析】

对于①，根据基尼系数公式 $Gini = \frac{a}{S}$ ，可得基尼系数越小，不平等区域的面积 a 越小，国民分配越公平，所以①正确.

对于②，根据劳伦茨曲线为一条凹向横轴的曲线，由图得 $\forall x \in (0,1)$ ，均有 $f(x) < x$ ，可得 $\frac{f(x)}{x} < 1$ ，所以②错误.对于

③，因为 $a = \int_0^1 (x - x^2) dx = (\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3) \Big|_0^1 = \frac{1}{6}$ ，所以 $Gini = \frac{a}{S} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$ ，所以③错误.对于④，因为

$a = \int_0^1 (x - x^3) dx = (\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4) \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$ ，所以 $Gini = \frac{a}{S} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ，所以④正确.故选 A.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、0.35

【解题分析】

根据对立事件的概率和为 1，结合题意，即可求出结果来.

【题目详解】

解：由题意知本题是一个对立事件的概率，

$\because$ 抽到的不是一等品的对立事件是抽到一等品，

$\therefore P(A) = 0.65$ ，

$\therefore$ 抽到不是一等品的概率是 $P = 1 - P(A) = 1 - 0.65 = 0.35$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/125041203230011134>