

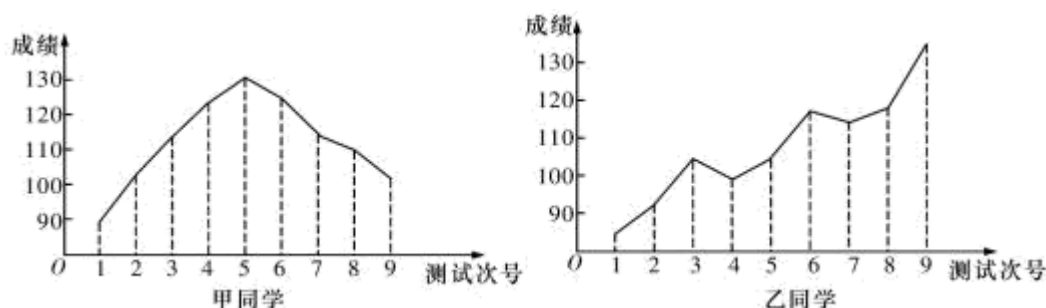
2024 届云南省江川区第二中学高三第一次段考数学试题试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 对某两名高三学生在连续 9 次数学测试中的成绩（单位：分）进行统计得到折线图，下面是关于这两位同学的数学成绩分析。



- ①甲同学的成绩折线图具有较好的对称性，故平均成绩为 130 分；
- ②根据甲同学成绩折线图提供的数据进行统计，估计该同学平均成绩在区间 $[110, 120]$ 内；
- ③乙同学的数学成绩与测试次号具有比较明显的线性相关性，且为正相关；
- ④乙同学连续九次测验成绩每一次均有明显进步。

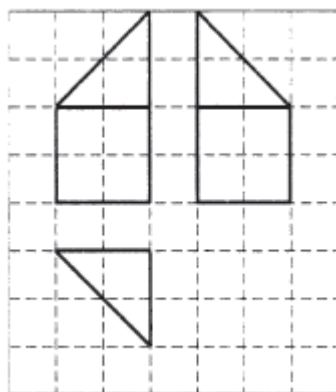
其中正确的个数为（ ）

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

2. 已知函数 $f(x) = \frac{x^3 + \sin x}{(1+x)(m-x) + e^x + e^{-x}}$ 为奇函数，则 $m =$ （ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

3. 如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为（ ）

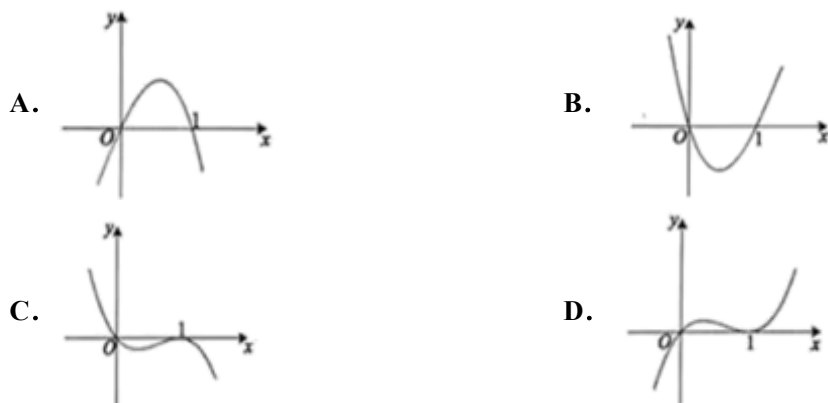


- A. 32 B. $\frac{32}{3}$ C. 16 D. $\frac{16}{3}$

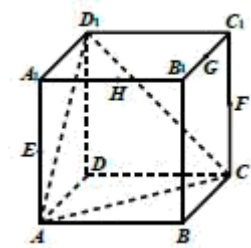
4. 盒子中有编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 的 7 个相同的球, 从中任取 3 个编号不同的球, 则取的 3 个球的编号的中位数恰好为 5 的概率是 ()

- A. $\frac{2}{35}$ B. $\frac{8}{35}$ C. $\frac{6}{35}$ D. $\frac{3}{7}$

5. 设函数 $f(x)$ 在 R 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值, 则函数 $y=-xf'(x)$ 的图象可能是 ()



6. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G, H 分别为棱 $AA_1, CC_1, B_1C_1, A_1B_1$ 的中点, 则下列各直线中, 不与平面 ACD_1 平行的是 ()



- A. 直线 EF B. 直线 GH C. 直线 EH D. 直线 A_1B

7. 若复数 $z = 2m - 1 + mi$ ($m \in R$) 在复平面内的对应点在直线 $y = -x$ 上, 则 $\bar{z}$ 等于 ()

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}i$ D. $-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}i$

8. 将函数 $f(x) = 2\sin(3x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后, 得到函数的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称, 则

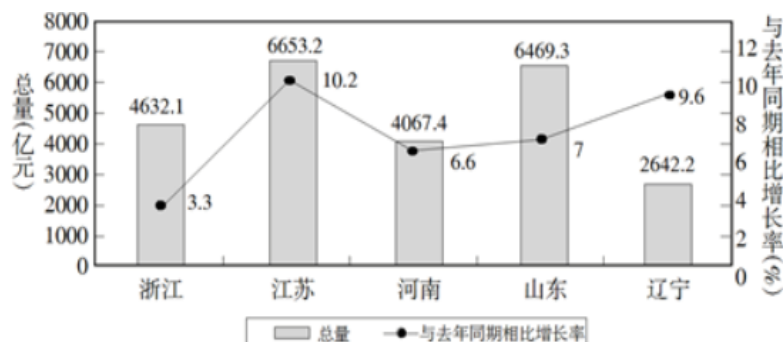
函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$ 上的值域是 ()

- A. $[-1, 2]$ B. $[-\sqrt{3}, 2]$ C. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$ D. $[-\sqrt{2}, 2]$

9. 一辆邮车从 A 地往 B 地运送邮件, 沿途共有 n 地, 依次记为 $A_1, A_2, \dots, A_n$ (A_1 为 A 地, A_n 为 B 地). 从 A_1 地出发时, 装上发往后面 $n-1$ 地的邮件各 1 件, 到达后面各地后卸下前面各地发往该地的邮件, 同时装上该地发往后面各地的邮件各 1 件, 记该邮车到达 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 各地装卸完毕后剩余的邮件数记为 a_k ($k=1, 2, \dots, n$). 则 a_k 的表达式为 ().

- A. $k(n-k+1)$ B. $k(n-k-1)$ C. $n(n-k)$ D. $k(n-k)$

10. 如图所示是某年第一季度五省 GDP 情况图, 则下列说法中不正确的是 ()

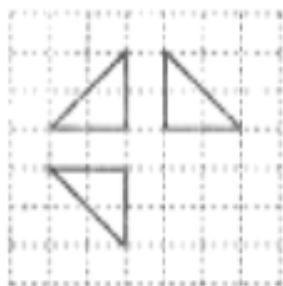


- A. 该年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 3 的是山东省
 B. 与去年同期相比, 该年第一季度的 GDP 总量实现了增长
 C. 该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省份有 2 个
 D. 去年同期浙江省的 GDP 总量超过了 4500 亿元

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} - a_n = 2$, 且 a_1, a_3, a_4 成等比数列. 若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 S_n 的最小值为 ()

- A. -10 B. -14 C. -18 D. -20

12. 如图所示, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某多面体的三视图, 则该几何体的各个面中最大面的面积为 ()



- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 8 D. $8\sqrt{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 一个袋中装着标有数字 1, 2, 3, 4, 5 的小球各 2 个, 从中任意摸取 3 个小球, 每个小球被取出的可能性相等, 则取出的 3 个小球中数字最大的为 4 的概率是__.

14. 直线 $x\sin\alpha + y + 2 = 0$ 的倾斜角的取值范围是_____.

15. 设实数 x, y 满足 $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ 5x - y - 6 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的最大值是_____.

16. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 直线 l 与圆 O 交于 P, Q 两点, $A(2, 2)$, 若 $|AP|^2 + |AQ|^2 = 40$, 则弦 PQ 的长度的最大值为_____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 其中 $a < c$, $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc} = \frac{-\cos(B + C)}{\sin C \cos C}$.

- (1) 求角 C 的值;
- (2) 若 $c = 45$, $a = 27\sqrt{2}$, D 为 AC 边上的任意一点, 求 $AD + 2BD$ 的最小值.

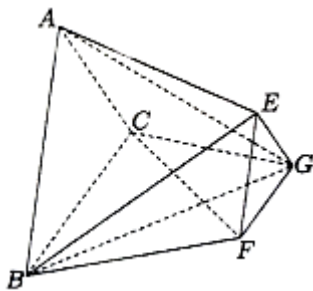
18. (12 分) 追求人类与生存环境的和谐发展是中国特色社会主义生态文明的价值取向. 为了改善空气质量, 某城市环保局随机抽取了一年内 100 天的空气质量指数 (AQI) 的检测数据, 结果统计如下:

AQI	[0, 50]	(50, 100]	(100, 150]	(150, 200]	(200, 250]	(250, 300]
空气质量	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染
天数	6	14	18	27	25	10

- (1) 从空气质量指数属于 $[0, 50]$, $(50, 100]$ 的天数中任取 3 天, 求这 3 天中空气质量至少有 2 天为优的概率;
- (2) 已知某企业每天的经济损失 y (单位: 元) 与空气质量指数 x 的关系式为 $y = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 100, \\ 220, & 100 < x \leq 250, \\ 1480, & 250 < x \leq 300, \end{cases}$ 试估计该

企业一个月 (按 30 天计算) 的经济损失的数学期望.

19. (12 分) 如图, 三棱台 $ABC - EFG$ 的底面是正三角形, 平面 $ABC \perp$ 平面 $BCGF$, $CB = 2GF$, $BF = CF$.



- (1) 求证: $AB \perp CG$;

(2) 若 $BC = CF$ ，求直线 AE 与平面 BEG 所成角的正弦值.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \sin(x + \frac{\pi}{2}) + \sin(x + \frac{\pi}{3})$, $x \in R$.

(I) 求 $f(2019\pi)$ 的值;

(II) 若 $f(\alpha) = 1$, 且 $0 < \alpha < \pi$, 求 $\cos \alpha$ 的值.

21. (12 分) 随着科技的发展, 网络已逐渐融入了人们的生活. 网购是非常方便的购物方式, 为了了解网购在我市的普及情况, 某调查机构进行了有关网购的调查问卷, 并从参与调查的市民中随机抽取了男女各 100 人进行分析, 从而得到表 (单位: 人)

	经常网购	偶尔或不用网购	合计
男性	50		100
女性	70		100
合计			

(1) 完成上表, 并根据以上数据判断能否在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为我市市民网购与性别有关?

(2) ①现从所抽取的女市民中利用分层抽样的方法抽取 10 人, 再从这 10 人中随机选取 3 人赠送优惠券, 求选取的 3 人中至少有 2 人经常网购的概率;

②将频率视为概率, 从我市所有参与调查的市民中随机抽取 10 人赠送礼品, 记其中经常网购的人数为 X , 求随机变量 X 的数学期望和方差.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$

$P(K^2 \geq K_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
K_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

22. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左顶点为 A , 右焦点为 F , P, Q 为椭圆 C 上两点, 圆 $O: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$.

(1) 若 $PF \perp x$ 轴, 且满足直线 AP 与圆 O 相切, 求圆 O 的方程;

(2) 若圆 O 的半径为 $\sqrt{3}$, 点 P, Q 满足 $k_{OP} \cdot k_{OQ} = -\frac{3}{4}$, 求直线 PQ 被圆 O 截得弦长的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

利用图形，判断折线图平均分以及线性相关性，成绩的比较，说明正误即可。

【详解】

①甲同学的成绩折线图具有较好的对称性，最高130分，平均成绩为低于130分，①错误；

②根据甲同学成绩折线图提供的数据进行统计，估计该同学平均成绩在区间 $[110,120]$ 内，②正确；

③乙同学的数学成绩与测试次号具有比较明显的线性相关性，且为正相关，③正确；

④乙同学在这连续九次测验中第四次、第七次成绩较上一次成绩有退步，故④不正确。

故选：C.

【点睛】

本题考查折线图的应用，线性相关以及平均分的求解，考查转化思想以及计算能力，属于基础题。

2、B

【解析】

根据 $f(x)$ 整体的奇偶性和部分的奇偶性，判断出 m 的值。

【详解】

依题意 $f(x)$ 是奇函数.而 $y = x^3 + \sin x$ 为奇函数， $y = e^x + e^{-x}$ 为偶函数，所以 $g(x) = (1+x)(m-x)$ 为偶函数，故

$g(x) - g(-x) = 0$ ，也即 $(1+x)(m-x) - (1-x)(m+x) = 0$ ，化简得 $(2m-2)x = 0$ ，所以 $m = 1$ 。

故选：B

【点睛】

本小题主要考查根据函数的奇偶性求参数值，属于基础题。

3、D

【解析】

根据三视图判断出几何体是由一个三棱锥和一个三棱柱构成，利用锥体和柱体的体积公式计算出体积并相加求得几何体的体积.

【详解】

由三视图可知该几何体的直观图是由一个三棱锥和三棱柱构成，该多面体体积为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{16}{3}$.

故选 D.

【点睛】

本小题主要考查三视图还原为原图，考查柱体和锥体的体积公式，属于基础题.

4、B

【解析】

由题意，取的3个球的编号的中位数恰好为5的情况有 $C_4^1 C_2^1$ ，所有的情况有 C_7^3 种，由古典概型的概率公式即得解.

【详解】

由题意，取的3个球的编号的中位数恰好为5的情况有 $C_4^1 C_2^1$ ，所有的情况有 C_7^3 种

由古典概型，取的3个球的编号的中位数恰好为5的概率为：

$$P = \frac{C_4^1 C_2^1}{C_7^3} = \frac{8}{35}$$

故选：B

【点睛】

本题考查了排列组合在古典概型中的应用，考查了学生综合分析，概念理解，数学运算的能力，属于中档题.

5、B

【解析】

由题意首先确定导函数的符号，然后结合题意确定函数在区间 $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$, $(1, +\infty)$ 和 $x = 0, x = 1$ 处函数的特征即可确定函数图像.

【详解】

Q 函数 $f(x)$ 在 R 上可导，其导函数为 $f'(x)$ ，且函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极大值，

$\therefore$ 当 $x > 1$ 时， $f'(x) < 0$ ；当 $x = 1$ 时， $f'(x) = 0$ ；当 $x < 1$ 时， $f'(x) > 0$.

$\therefore x < 0$ 时， $y = -xf'(x) > 0$ ， $0 < x < 1$ 时， $y = -xf'(x) < 0$ ，

当 $x = 0$ 或 $x = 1$ 时， $y = -xf'(x) = 0$ ；当 $x > 1$ 时， $-xf'(x) > 0$.

故选： *B*

【点睛】

根据函数取得极大值，判断导函数在极值点附近左侧为正，右侧为负，由正负情况讨论图像可能成立的选项，是判断图像问题常见方法，有一定难度.

6、C

【解析】

充分利用正方体的几何特征，利用线面平行的判定定理，根据 $EF // AC$ 判断 A 的正误.根据

$GH // AC_1, AC_1 // AC$ ，判断 B 的正误.根据 $EH // C_1D, C_1D$ 与 D_1C 相交，判断 C 的正误.根据 $A_1B // D_1C$ ，判断 D 的正误.

【详解】

在正方体中，因为 $EF // AC$ ，所以 $EF //$ 平面 ACD_1 ，故 A 正确.

因为 $GH // AC_1, AC_1 // AC$ ，所以 $GH // AC$ ，所以 $GH //$ 平面 ACD_1 故 B 正确.

因为 $A_1B // D_1C$ ，所以 $A_1B //$ 平面 ACD_1 ，故 D 正确.

因为 $EH // C_1D, C_1D$ 与 D_1C 相交，所以 EH 与平面 ACD_1 相交，故 C 错误.

故选：C

【点睛】

本题主要考查正方体的几何特征，线面平行的判定定理，还考查了推理论证的能力，属中档题.

7、C

【解析】

由题意得 $2m - 1 + m = 0$ ，可求得 $m = -\frac{1}{3}$ ，再根据共轭复数的定义可得选项.

【详解】

由题意得 $2m - 1 + m = 0$ ，解得 $m = -\frac{1}{3}$ ，所以 $z = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}i$ ，所以 $\bar{z} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3}i$ ，

故选：C.

【点睛】

本题考查复数的几何表示和共轭复数的定义，属于基础题.

8、D

【解析】

由题意利用函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，三角函数的图象的对称性，余弦函数的值域，求得结果.

【详解】

解：把函数 $f(x) = 2\sin(3x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后，

可得 $y = 2\sin\left(3x - \frac{3\pi}{8} + \varphi\right)$ 的图象；

再根据得到函数的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称，

$$\therefore 3 \times \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{8} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$\therefore \varphi = \frac{7\pi}{8}, \quad \text{函数 } f(x) = 2\sin\left(3x + \frac{7\pi}{8}\right).$$

$$\text{在 } \left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right] \text{ 上, } 3x + \frac{7\pi}{8} \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4}\right], \quad \therefore \sin\left(3x - \frac{\pi}{8}\right) \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right],$$

$$\text{故 } f(x) = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{8}\right) \in [-\sqrt{2}, 2], \quad \text{即 } f(x) \text{ 的值域是 } [-\sqrt{2}, 2],$$

故选：D.

【点睛】

本题主要考查函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律，三角函数的图象的对称性，余弦函数的值域，属于中档题.

9、D

【解析】

根据题意，分析该邮车到第 k 站时，一共装上的邮件和卸下的邮件数目，进而计算可得答案.

【详解】

解：根据题意，该邮车到第 k 站时，一共装上了 $(n-1) + (n-2) + \dots + (n-k) = \frac{(2n-1-k) \times k}{2}$ 件邮件，

需要卸下 $1 + 2 + 3 + \dots + (k-1) = \frac{k \times (k-1)}{2}$ 件邮件，

$$\text{则 } a_k = \frac{(2n-1-k) \times k}{2} - \frac{k \times (k-1)}{2} = k(n-k),$$

故选：D.

【点睛】

本题主要考查数列递推公式的应用，属于中档题.

10、D

【解析】

根据折线图、柱形图的性质，对选项逐一判断即可.

【详解】

由折线图可知 A、B 项均正确，该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/125122334112011304>