广西示范性高中 2024-2025 学年高三上学期 12 月调研数学试题

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、单选题

1．复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$ 的共轭复数是（　）

A．$-\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$　　B．$\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$　　C．$-\mathrm{i}$　　D．i

2．已知集合 $A=\{x\mid -2<\ln x\le 2\}$，$B=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，则 $A\cap B=$（　）

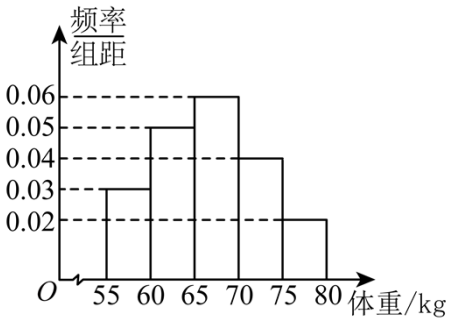
A．$\{-1,0\}$　　B．$\{1,2\}$

C．$\{-1,0,1\}$　　D．$\{1,2,3\}$

3．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 不平行，向量 $3\vec{a}+4\vec{b}$ 与 $k\vec{a}-2\vec{b}$ 平行，则 k 的值是（　）

A．$-\dfrac{8}{3}$　　B．$\dfrac{8}{3}$　　C．$-\dfrac{3}{2}$　　D．$\dfrac{3}{2}$

4．少年强则国强，少年智则国智．党和政府一直重视青少年的健康成长，出台了一系列政策和行动计划，提高学生身体素质．为了加强对学生的营养健康监测，某校在 3000 名学生中，抽查了 100 名学生的体重数据情况．根据所得数据绘制样本的频率分布直方图如图所示，则下列结论正确的是（　）



A．样本的众数为 65　　B．样本的第 80 百分位数为 72.5

C．样本的平均值为 67.5　　D．该校学生中低于 65kg 的学生大约为 1000 人

5．已知圆 $C_1:(x+3)^2+y^2=81$ 和 $C_2:(x-3)^2+y^2=1$，若动圆 P 与圆 C_1 内切，同时与圆 C_2 外切，则该动圆圆心的轨迹方程为（　）

A．$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{7}=1$　　B．$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$

6．已知正三棱锥 $S-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上，棱锥的底面是边长为 $2\sqrt{3}$

的正三角形，侧棱长为$2\sqrt{5}$，则球O的表面积为（　）

A．10π　　B．25π　　C．100π　　D．125π

7．已知函数$f(x)=x\sin x-1$与$g(x)=a(x^2+1)$的图象恰有一个交点，则$a=$（　）

A．-1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

8．甲、乙两人同时从A地出发沿同一路线到达B地，所用的时间分别为t_1s，t_2s，甲有一半的时间以速度m m/s行走，另一半的时间以速度n m/s行走；乙有一半的路程以速度m m/s行走，另一半的路程以速度n m/s行走，且$m\neq n$，则（　）

A．$t_1>t_2$　　B．$t_1<t_2$

C．$t_1=t_2$　　D．t_1,t_2的大小不能确定

二、多选题

9．已知函数$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，则下列结论成立的是（　）

A．$f(x)$的最小正周期为π　　B．曲线$y=f(x)$关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称

C．点$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$是曲线$y=f(x)$的对称中心　　D．$f(x)$在区间$(0,\pi)$上单调递增

10．已知F为抛物线$C:y^2=4x$的焦点，C的准线为l，直线$x-y-1=0$与C交于A，B两点（A在第一象限内），与l交于点D，则（　）

A．$|AB|=6$

B．$|BD|=\sqrt{2}|BF|$

C．以AF为直径的圆与y轴相切

D．l上存在点E，使得$\triangle AEF$为等边三角形

11．设函数$f(x)=xe^x+(1-x)e^{1-x}$，则下列结论正确的有（　）

A．曲线$f(x)$是轴对称图形

B．函数$f(x)$有极大值为$\sqrt{e}$

C．若$x_1+x_2=1$，则$x_1f(x_1)+x_2f(x_2)\geq\sqrt{e}$

D．若$x_1+x_2<1$，且$x_2>\frac{1}{2}$，则$f(x_2)<f(1-x_1)$

三、填空题

12．有三台车床加工同一型号的零件，第一台为旧车床加工的次品率为10%，第二，三台为新车床加工的次品率均为5%，三台车床加工出来的零件混放在一起.已知一，二，三台车床加工的零件数分别占总数的20%，40%，40%.任取一个零件，计算它是次品的概率为_____.

13．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别是$F_1,F_2$，若双曲线右支上的点$P\left(\sqrt{a^2+b^2},\frac{3}{2}\right)$满足$|PF_1|=\frac{11}{3}|PF_2|$，则该双曲线的离心率为_____.

14．设$a\in\mathrm{R}$，函数$f(x)=\begin{cases}|x-1|,x\geq 0\\ -x^2+ax,x<0\end{cases}$，当$a=1$时，函数$y=f(f(x))$有_____个零点；若函数$y=f(f(x))$恰有 3 个零点，则实数$a$的取值范围为_____.

四、解答题

15．记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$b\sin 2A=a\sin B$.

(1)求角A；

(2)若$a=\sqrt{7},\triangle ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求$\triangle ABC$的周长.

16．随着互联网发展，网络已成为人们日常学习、工作和生活不可或缺的部分，互联网在带给人们生活便捷与高效工作的同时，网络犯罪也日益增多，为了防范网络犯罪与网络诈骗，学校举办“网络安全宣传倡议”活动.某学校从全体学生中随机抽取了 400 人对“网络安全宣传倡议”的了解情况进行问卷调查，统计结果如下表所示：

	男	女	合计
了解	150		240
不了解		90	
合计			

(1)根据所提供的数据，完成2×2列联表，并依据小概率值$\alpha=0.005$

的独立性检验，能否认为对“网络安全宣传倡议”的了解情况与性别有关？

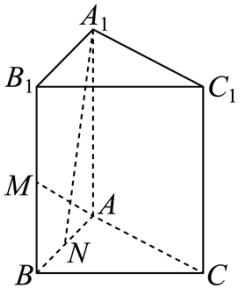
(2)对了解‘网络安全宣传倡议”的人按性别用比例分配的分层抽样的方法抽取 8 人，再从这 8 人中随机抽取 3 人，记 X 为抽取的 3 人中女生的人数，求 X 的分布列和数学期望.

参考公式：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据：

α	0.10	0.05	0.010	0.005
x_a	2.706	3.841	6.635	7.879

17．如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=3,AA_1=4,BC=5,M,N$ 分别是棱 BB_1,AB 的中点，且 $AM\perp A_1N$.



(1)求证：$AC\perp AM$；

(2)若点 P 满足 $\overrightarrow{A_1P}=2\overrightarrow{PC}$，求平面 PAM 与平面 BAM 的夹角的余弦值.

18．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\dfrac{1}{3}(1-a_n)\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$．若 $2+b_n=3\log_{\frac{1}{4}}a_n$，且数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n=a_n\cdot b_n$.

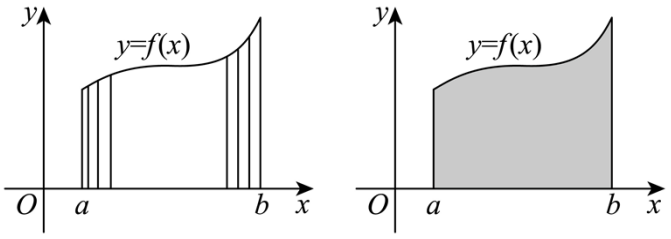
(1)求证：数列 $\{b_n\}$ 是等差数列；

(2)求证：数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 $T_n<\dfrac{2}{3}$；

(3)若 $c_n\le\dfrac{1}{4}\left(t^2+t-1\right)$ 对一切 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，求实数 t 的取值范围.

19．一般地，设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，用分点 $a=x_0<x_1<\cdots<x_{i-1}<x_i<\cdots<x_n=b$ 将区间 $[a,b]$ 分成 n 个小区间，每个小区间的长度为 $\Delta x\left(\Delta x=x_i-x_{i-1}\right)$，在每个小区间 $[x_{i-1},x_i]$

上任取一点$\xi_i\left(i=1,2,\mathrm{L}\ ,n\right)$，作和式$S_n=\sum_{i=1}^{n}f\left(\xi_i\right)\Delta x=\sum_{i=1}^{n}f\left(\xi_i\right)\left(x_i-x_{i-1}\right)$．如果当$\Delta x$无限接近于0（亦即$n\to+\infty$）时，上述和式$S_n$无限趋近于常数S，那么称该常数S为函数$f\left(x\right)$在区间$\left[a,b\right]$上的定积分，记为$S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$．当$f\left(x\right)\geq 0$时，定积分$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$的几何意义表示由曲线$y=f(x)$，两直线$x=a,x=b$与$x$轴所围成的曲边梯形的面积（如下图）.



如果$f\left(x\right)$是区间$\left[a,b\right]$上的连续函数，并且$F'\left(x\right)=f\left(x\right)$，那么

$\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(x\right)\Big|_a^b=F\left(b\right)-F\left(a\right)$

(1)求$\int_1^2\left(\mathrm{e}^x-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$；

(2)设函数$f\left(x\right)=\ln\left(x+1\right),g\left(x\right)=xf'\left(x\right)\left(x\geq 0\right)$.

（1）若$f\left(x\right)\geq mg\left(x\right)$恒成立，求实数$m$的取值范围；

（2）数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_1=1,a_n=g\left(a_{n-1}\right)$，利用定积分的几何意义，证明：

$\sum_{i=2}^{n}a_i<\ln n<\sum_{i=1}^{n}a_i$.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	C	B	C	B	A	B	AC	BC
题号	11									
答案	ACD									

1．D

【分析】先根据复数的除法求 z，再根据共轭复数的概念求解.

【详解】复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\dfrac{(2-\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}{(1+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}=\dfrac{2-4\mathrm{i}-\mathrm{i}-2}{5}=-\mathrm{i}$，

则共轭复数为 i.

故选：D.

2．D

【分析】由对数单调性解集合 A 中不等式，再求集合交集即可.

【详解】由 $-2<\ln x\le 2$ 可得 $\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}<x\le \mathrm{e}^2$，故 $A=\left\{x\mid \dfrac{1}{\mathrm{e}^2}<x\le \mathrm{e}^2\right\}$，

又因为 $B=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，

所以 $A\cap B=\{1,2,3\}$.

故选：D

3．C

【分析】根据共线定理即可求解.

【详解】由于 $3\vec{a}+4\vec{b}$ 与 $k\vec{a}-2\vec{b}$ 平行，故存在实数 λ，使得

$k\vec{a}-2\vec{b}=\lambda\left(3\vec{a}+4\vec{b}\right)\Rightarrow(k-3\lambda)\vec{a}=(4\lambda+2)\vec{b}$，

由于向量 $\vec{a},\vec{b}$ 不平行，故 $k-3\lambda=0,4\lambda+2=0$，解得 $k=-\dfrac{3}{2}$，

故选：C

4．B

【分析】根据众数，百分位数，平均数的定义判断 A，B，C，再求低于 $65\mathrm{kg}$ 的学生的频率，由此估计总体中体重低于 $65\mathrm{kg}$ 的学生的人数，判断 D.

【详解】由频率分布直方图可得众数为 67.5，A 错误；

平均数为 $57.5\times0.15+62.5\times0.25+67.5\times0.3+72.5\times0.2+77.5\times0.1=66.75$，C 错误；

因为体重位于 $[55,60),[60,65),[65,70),[70,75)$ 的频率分别为 $0.15,0.25,0.3,0.2$，

因为$0.15+0.25+0.3+0.2>0.8$，

所以第 80 百分位数位于区间$[70,75)$内，设第 80 百分位数为x，

则$0.15+0.25+0.3+(x-70)\times 0.04=0.8$，

所以$x=72.5$，即样本的第 80 百分位数为 72.5，B 正确；

样本中低于65kg的学生的频率为$0.15+0.25=0.4$，

所以该校学生中低于65kg的学生大约为$3000\times 0.4=1200$，D 错误；

故选：B.

5．C

【分析】根据圆与圆的位置关系可知$|PC_1|+|PC_2|=10$，结合椭圆的定义可得轨迹方程.

【详解】由已知圆$C_1:(x+3)^2+y^2=81$和$C_2:(x-3)^2+y^2=1$，

可知$C_1(-3,0)$，$r_1=9$，$C_2(3,0)$，$r_2=1$，且$|C_1C_2|=6$，

又动圆P与圆C_1内切，同时与圆C_2外切，

则$|PC_1|=r_1-r_P=9-r_P$，$|PC_2|=r_2+r_P=1+r_P$，

所以$|PC_1|+|PC_2|=10>|C_1C_2|$，

所以动点P到两个定点$C_1(-3,0)$，$C_2(3,0)$的距离之和为定值，

即满足椭圆的定义，

所以点P的轨迹是以C_1，C_2为焦点的椭圆，

且长轴长度$2a=10$，焦距$2c=6$，即$a=5$，$c=3$，

所以$b=\sqrt{a^2-c^2}=4$，

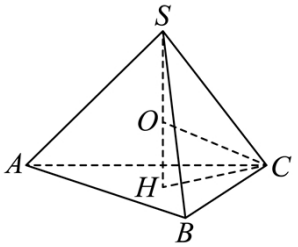
椭圆方程为$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$，

故选：C

6．B

【分析】先判断球心在三棱锥的高线SH上，由正弦定理求得CH，求得SH，借助于$\text{Rt}\triangle OHC$列方程，求出外接球半径即得.

【详解】如图，设点S在底面的射影为点H，



因底面边长均为$2\sqrt{3}$，侧棱长均为$2\sqrt{5}$，故球心O在SH上，

连接CH，设球O的半径为R，则$SO=OC=R$，

由正弦定理$\frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=2CH$，解得$CH=2$，

在Rt△SHC中，$SH=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4$，则$OH=|4-R|$，

在Rt$\triangle OHC$中，由$|4-R|^2+4=R^2$，解得$R=\frac{5}{2}$，

则球O的表面积为$S=4\pi R^2=4\pi\times(\frac{5}{2})^2=25\pi$.

故选：B.

7．A

【分析】根据函数的奇偶性可确定两函数的交点在y轴上，由$f(0)=g(0)$可求得$a=-1$；

代回验证，结合导数知识可确定$x=0$为唯一零点，由此可得结论.

【详解】$\because f(x)$与$g(x)$的定义域均为$\mathbf{R}$，$f(-x)=-x\sin(-x)-1=x\sin x-1=f(x)$，

$g(-x)=a\left[(-x)^2+1\right]=a(x^2+1)=g(x)$，

$\therefore f(x)$与$g(x)$均为定义在$\mathbf{R}$上的偶函数，

又$f(x)$与$g(x)$的图象恰有一个交点，$\therefore$交点必在y轴上，

$\therefore f(0)=g(0)$，$\therefore a=-1$.

当$a=-1$时，设$h(x)=f(x)-g(x)=x\sin x+x^2=x(\sin x+x)$，

令$h(x)=0$，则$x=0$或$\sin x+x=0$，

令$p(x)=\sin x+x$，则$p'(x)=\cos x+1\geq 0$，$\therefore p(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增，

又$p(0)=0$，$\therefore\sin x+x=0$有唯一解$x=0$，

$\therefore f(x)$与$g(x)$图象有唯一交点，横坐标为$x=0$，满足题意；

综上所述：$a=-1$.

故选：A.

8．B

【分析】设A地到B地相距S m,根据题意，列出方程① 和② ，分别求出t_1,t_2，通过作差，整理，配方即可推得$t_1<t_2$.

【详解】设A地到B地相距S m,依题意，$\frac{t_1}{2}m+\frac{t_1}{2}n=S$ ① ，$\frac{\frac{S}{2}}{m}+\frac{\frac{S}{2}}{n}=t_2$ ② ，

由①,可得$t_1=\frac{2S}{m+n}$，由②,可得$t_2=\frac{m+n}{2mn}S$.

则$t_1-t_2=\frac{2S}{m+n}-\frac{m+n}{2mn}S=S(\frac{2}{m+n}-\frac{m+n}{2mn})=S\cdot\frac{4mn-(m+n)^2}{2mn(m+n)}=S\cdot\frac{-(m-n)^2}{2mn(m+n)}$，

因$m\neq n$，且$m,n>0$，故$t_1-t_2<0$，即$t_1<t_2$.

故选：B.

9．AC

【分析】根据周期的公式即可求解A，代入验证即可求解BC，利用整体法，即可求解D.

【详解】对于A, $f(x)$的最小正周期为$\frac{2\pi}{2}=\pi$,故A正确，

对于B，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\sin\left(2\times\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=-2\sin\frac{\pi}{6}=-1\neq\pm2$，故$y=f(x)$不关于直线$x=\frac{\pi}{2}$对称，B错误，

对于C，$f\left(-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(2\times\frac{\pi}{-12}+\frac{\pi}{6}\right)=2\sin0=0$，故$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$是曲线$y=f(x)$的对称中心，C正确，

对于D，当$x\in(0,\pi)$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{13\pi}{6}\right)\not\subset\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right],k\in Z$,故D错误，

故选：AC

10．BC

【分析】由题意可得直线$x-y-1=0$经过抛物线焦点F，设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，联立直线与抛物线，可得x_1+x_2的值，从而求解焦点弦，即可判断A；根据抛物线的定义过A,B作$AA'\perp l,BB'\perp l$，垂足为A',B'，从而可得$|BD|,|BF|$的关系，即可判断B；结合抛物线的定义以及直线与圆的位置关系，即可判断C；根据抛物线的定义结合正三角形的几何性质，即可判断D.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/125140144213012013