

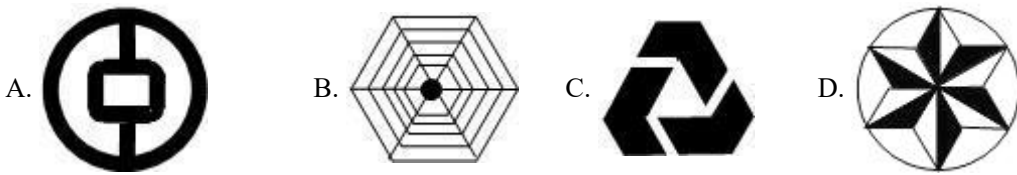
2023-2024 学年天津二十中九年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\sin 60^\circ$ 的值为()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 下列图案中，不是中心对称图形的是()



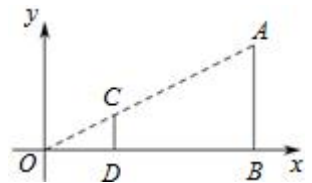
3. 下列说法正确的是()

- A. “购买 1 张彩票，中奖”是不可能事件
 B. “任意画一个三角形，其内角和是 180° ”是必然事件
 C. 抛掷一枚质地均匀的硬币 10 次，有 3 次正面朝上，说明正面朝上的概率是 0.3
 D. 某射击运动员射击了九次都没有中靶，故他射击的第十次也一定不中靶

4. 不透明袋子中装有 9 个球，其中有 5 个红球和 4 个黑球，这些球除颜色外无其他差别，从袋子中随机取出 1 个球，则它是红球的概率是()

- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

5. 如图，点 $A(6, 3)$ 、 $B(6, 0)$ 在直角坐标系内. 以原点 O 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{3}$ ，在第一象限内把线段 AB 缩小后得到线段 CD ，那么点 C 的坐标为()



- A. (3, 1) B. (2, 0) C. (3, 3) D. (2, 1)

6. 若点 $A(-2, y_1)$ ， $B(-1, y_2)$ ， $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，则 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系是()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_3 < y_1$ C. $y_2 < y_1 < y_3$ D. $y_3 < y_1 < y_2$

7. 把抛物线 $y = 3(x - 2)^2 + 1$ 的图象向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位，所得的抛物线的函数关系式是()

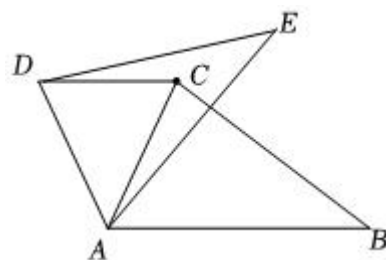
A. $y = 3(x - 3)^2 - 1$

B. $y = 3(x - 3)^2 + 3$

C. $y = 3(x - 2)^2 - 1$

D. $y = 3(x - 1)^2 + 3$

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 70^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 在平面内绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle AED$ 的位置，点 E 与 B 对应，且 $CD \parallel AB$ ，则旋转角的度数为()



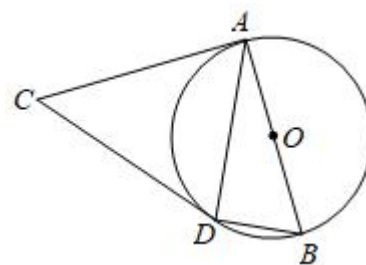
A. 30°

B. 40°

C. 70°

D. 110°

9. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 为 $\odot O$ 外一点， CA, CD 分别与 $\odot O$ 相切于点 A, D ，连接 BD, AD 。若 $\angle ACD = 50^\circ$ ，则 $\angle DBA$ 的度数是()



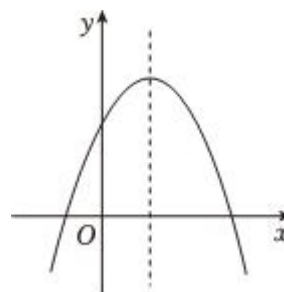
A. 15°

B. 35°

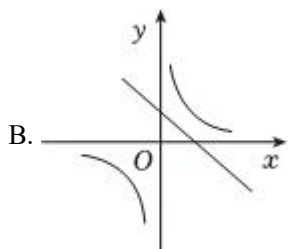
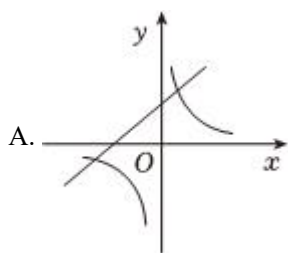
C. 65°

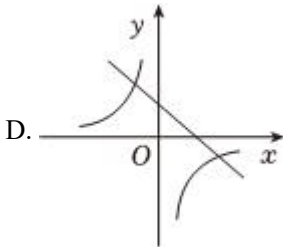
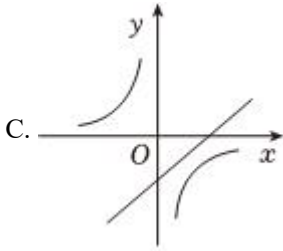
D. 75°

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示，则反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 与



一次函数 $y = -cx + b$ 在同一平面直角坐标系内的图象可能是()



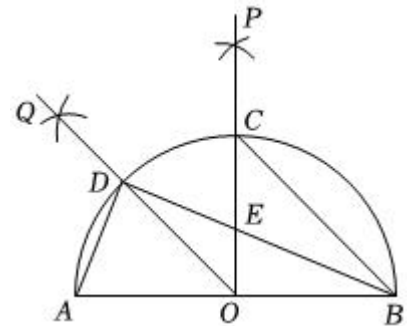


11. 如图， AB 是半圆 O 的直径，按以下步骤作图：

(1) 分别以 A, B 为圆心，大于 AO 长为半径作弧，两弧交于点 P ，连接 OP 与半圆交于点 C ；

(2) 分别以 A, C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧，两弧交于点 Q ，连接 OQ 与半圆交于点 D ；

(3) 连接 AD, BD, BC, BD 与 OC 交于点 E 。



根据以上作图过程及所作图形，下列结论：① BD 平分 $\angle ABC$ ；② $BC \parallel OD$ ；③ $CE = OE$ ；

④ $AD^2 = OD \cdot CE$ ；所有正确结论的个数是()

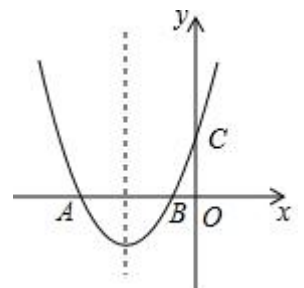
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

12. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴的正半轴交于点 C ，它的对称轴为直线 $x = -1$ 。有下列结论：

① $abc > 0$ ；② $4ac - b^2 > 0$ ；③ $c - a > 0$ ；④ 当 $x = -n^2 - 2 (n$ 为实数) 时， $y \geq c$ 。

其中，正确结论的个数是()

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3



二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

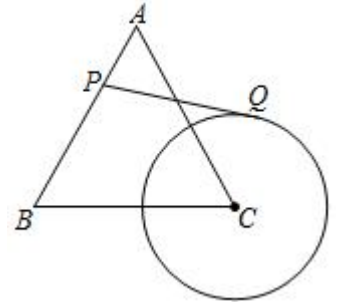
13. 在平面直角坐标系中，把点 $P(-3, 2)$ 绕原点 O 顺时针旋转 180° ，所得到的对应点 P' 的坐标为_____.

14. 已知 $\odot O$ 的内接正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$ ，则 $\odot O$ 的周长为_____.

15. 用一个圆心角为 120° ，半径为 5 的扇形作一个圆锥的侧面，这个圆锥的底面圆半径为_____.

16. 一个小组有若干人，新年互送贺卡一张，共送贺卡 72 张，共有_____人.

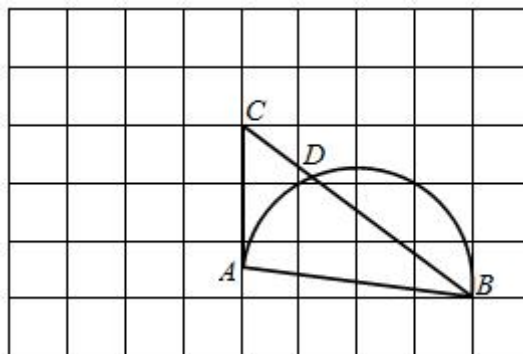
17. 如图，等边三角形 ABC 的边长为 4， $\odot C$ 的半径为 $\sqrt{3}$ ， P 为 AB 边上一动点，过点 P 作 $\odot C$ 的切线 PQ ，切点为 Q ，则 PQ 的最小值为_____.



18. 如图，在每个小正方形的边长为 1 的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 B, C 均落在格点上，点 A 在网格线上，且 $AC = \frac{5}{2}$.

(I) 线段 AB 的长等于_____；

(II) 以 AB 为直径的半圆与边 BC 相交于点 D ，在圆上有一点 P ，使得 BP 平分 $\angle ABC$ ，请用无刻度的直尺在如图所示的网格中画出点 P ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明）_____.



三、解答题：本题共 7 小题，共 56 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19. (本小题 8 分)

(1) 小敏与小霞两位同学解方程 $3(x - 3) = (x - 3)^2$ 精过程如下框：

小敏： 两边同除以 $(x - 3)$ ，得，	小霞： 移项，得 $3(x - 3) - (x - 3)^2 = 0$ ，
----------------------------	--

$3 = x - 3,$ 则 $x = 6.$	提取公因式, 得 $(x - 3)(3 - x - 3) = 0.$ 则 $x - 3 = 0$ 或 $3 - x - 3 = 0,$ 解得 $x_1 = 3, x_2 = 0.$
----------------------------	--

你认为他们的解法中是否有正确的? 如果有, 指出哪位同学的解法正确; 如果没有, 写出正确的解法.

(2) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 若方程的两实数根分别为 $x_1, x_2, (x_1 \neq x_2)$, 且满足 $x_1^2 + x_2^2 = 15$, 求实数 m 的值.

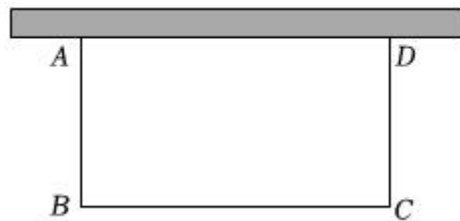
20. (本小题 8 分)

如图, 学校为美化环境, 在靠墙的一侧设计了一块矩形花圃 $ABCD$, 其中, 墙长 $18m$, 花圃三边外围用篱笆围起, 共用篱笆 $32m$. 设 CD 的长为 $x m$.

(1) 则 AB 的长为 _____ m , BC 的长为 _____ m , (用含 x 的代数式表示)

(2) 若花圃的面积为 $120m^2$, 求花圃一边 AB 的长;

(3) 花圃的面积能达到 $130m^2$ 吗? 说明理由.



21. (本小题 8 分)

已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, 连接 BD .

(I) 如图①, 连接 OC, AD . 若 $\angle ADC = 56^\circ$, 求 $\angle CDB$ 及 $\angle COB$ 的大小;

(II) 如图②, 过点 C 作 DB 的垂线, 交 DB 的延长线于点 E , 连接 OD . 若 $\angle ABD = 2\angle CDB, \angle ODC = 20^\circ$, 求 $\angle DCE$ 的大小.

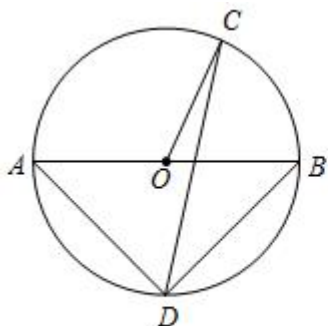


图1

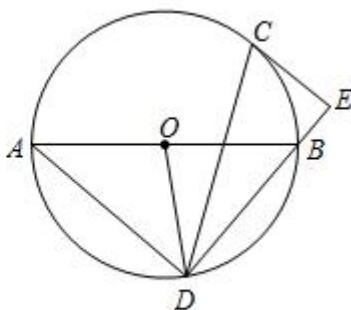


图2

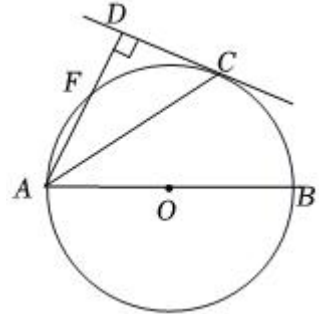
22. (本小题 8 分)

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, F 为 $\odot O$ 上一点, AC 平分 $\angle FAB$ 交 $\odot O$ 于点 C . 过点 C 作 $CD \perp AF$ 交 AF 的延长

线于点 D .

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $DC = 6$, $AB = 13$, 求 AF 的长.



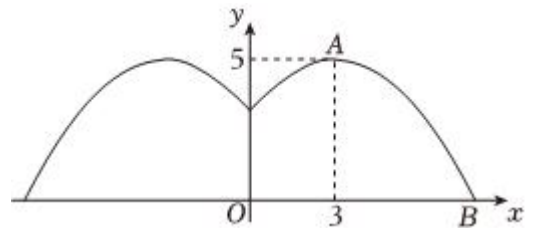
23. (本小题 8 分)

如图, 某游乐园有一个直径为 16 米的圆形喷水池, 喷水池的正中心有一个竖直的立柱, 从立柱的顶端向外喷水, 喷出的水恰好落在喷水池的边缘处, 已知喷出的水柱为相同的抛物线, 且在距离水池中心 3 米处达到最大高度为 5 米, 以水池直径所在的直线为 x 轴, 立柱所在的直线为 y 轴建立平面直角坐标系.

(1) 第一象限第抛物线第顶点坐标为 _____, 与 x 轴交点 B 坐标为 _____;

(2) 求第一象限水柱所在抛物线的函数表达式;

(3) 王师傅在喷水池内维修设备期间, 水管意外喷水, 为了不被淋湿, 身高 1.8 米的王师傅站立时必须离水池中心多少米以内? 请说明理由.



24. (本小题 8 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(2,0)$, 点 P 为线段 AB 外一动点, 且 $PA = OA$. 点 B 为 x 轴上一点, 现在以 B 为旋转中心, 将 PB 顺时针旋转 60° 至 BM , 连接 PM .

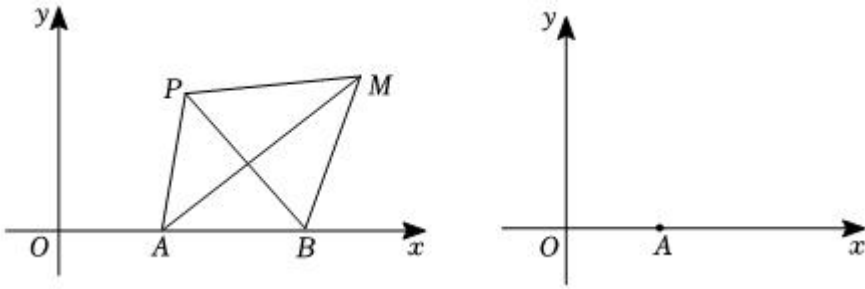
(1):

① $\angle PBM =$ _____;

② 求证: $\triangle PBM$ 为等边三角形;

(2) 当 $PA \perp x$ 轴, $B(2 + 2\sqrt{3}, 0)$ 时, 求 AM 的长;

(3) 当点 B 的坐标为 $(5, 0)$ 时, 求线段 AM 的最大值 (直接写出结果即可).



25. (本小题 8 分)

在平面直角坐标系中, 点 $O(0, 0)$, $A(-3, 0)$, $B(3, 0)$. 已知抛物线 $y = ax^2 - 5ax + 4$ (a 为常数, $a \neq 0$), 与 y 轴相交于点 C , P 为顶点.

- (1) 当抛物线过点 A 时, 求该抛物线的顶点 P 的坐标;
- (2) 若点 P 在 x 轴上方, 当 $\angle POB = 45^\circ$ 时, 求 a 的值;
- (3) 在 (1) 的情况下, 连接 AC , BC , 点 E , 点 F 分别是线段 CO , BC 上的动点, 且 $CE = BF$, 连接 AE , AF , 求 $AE + AF$ 的最小值, 并求此时点 E 和点 F 的坐标.

答案和解析

1. 【答案】B

【解析】解： $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：B.

直接根据特殊角的三角函数值进行计算即可.

本题考查的是特殊角的三角函数值，熟记各特殊角度的三角函数值是解答此题的关键.

2. 【答案】C

【解析】解：根据概念，知

A、B、D 既是轴对称图形，也是中心对称图形；

C、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形.

故选：C.

根据中心对称图形的概念求解.

掌握中心对称图形的概念.

中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后重合.

3. 【答案】B

【解析】解：A、“购买 1 张彩票，中奖”是随机事件，故本选项错误，不符合题意；

B、“任意画一个三角形，其内角和是 180° ”是必然事件，故本选项正确，符合题意；

C、抛掷一枚质地均匀的硬币 10 次，有 3 次正面朝上，不能说明正面朝上的概率是 0.3，随着实验次数的增多越来越接近于理论数值 0.5，故本选项错误，不符合题意；

D、射击运动员射击一次中靶与不中靶的可能性不相等，所以他击中靶的概率不是 0.5，故本选项错误，不符合题意；

故选：B.

根据概率的意义进行判定即可得出答案.

此题主要考查了概率的意义，正确理解概率的意义是解题的关键.

4. 【答案】D

【解析】解： \because 袋子中装有 9 个球，其中 5 个红球，

\therefore 它是红球的概率是 $\frac{5}{9}$ ；

故选：D.

根据袋子中装有 9 个球，其中 2 个红球，再根据概率公式即可得出答案.

本题考查了概率的公式. 正确记忆概率=所求情况数与总情况数之比是解题关键.

5. 【答案】D

【解析】解：∵ $A(6,3)$ 、 $B(6,0)$,

$$\therefore OB = 6, AB = 3,$$

由题意得, $\triangle ODC \sim \triangle OBA$, 相似比为 $\frac{1}{3}$,

$$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OD = 2, CD = 1,$$

∴ 点 C 的坐标为 $(2,1)$,

故选: D .

根据得 A 、 B 的坐标求出 OB 、 AB 的长, 根据位似的概念得到比例式, 计算求出 OD 、 CD 的长, 得到点 C 的坐标.

本题考查的是位似变换的概念和性质以及坐标与图形的性质.

6. 【答案】C

【解析】解：∵ $k = 2 > 0$,

∴ 反比例函数经过第一、三象限, 且在每一象限内, y 随着 x 增大而减小,

∴ 点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上,

∴ 点 A , B 在第三象限, C 在第一象限,

$$\therefore y_2 < y_1 < y_3;$$

故选: C .

根据 $k > 0$, 可得反比例函数图象和增减性, 即可进行比较.

本题考查了反比例函数的图象和性质, 熟练掌握反比例函数的增减性是解题的关键.

7. 【答案】D

【解析】解：∵ 抛物线 $y = 3(x-2)^2 + 1$ 的顶点坐标为 $(2, 1)$,

∴ 平移后抛物线的顶点坐标为 $(1, 3)$,

∴ 平移后抛物线的解析式为 $y = 3(x-1)^2 + 3$.

故选: D .

找出抛物线的顶点坐标，将其按要求平移后可得出新抛物线的顶点坐标，进而即可得出抛物线的解析式。

本题考查了二次函数图象与几何变换，通过平移顶点找出平移后抛物线的解析式是解题的关键。

8. 【答案】 B

【解析】解： $\because CD \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle DCA = \angle BAC = 70^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 绕点 A 旋转到 $\triangle AED$ 的位置，

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD, AC = AD,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 180^\circ - \angle ADC - \angle ACD = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD = 40^\circ, \text{ 即旋转角的度数为 } 40^\circ.$$

故选： B.

先根据平行线的性质得 $\angle DCA = \angle BAC = 70^\circ$ ，再根据旋转的性质得 $\angle BAE = \angle CAD$ ， $AC = AD$ ，则根据等腰三角形的性质得 $\angle ADC = \angle ACD = 70^\circ$ ，然后根据三角形内角和定理计算出 $\angle CAD = 40^\circ$ ，即可确定旋转角的度数。

本题主要考查了旋转的性质、平行线的性质、等腰三角形的性质以及三角形内角和定理等知识，能灵活运用旋转的性质进行推理是解此题的关键。

9. 【答案】 C

【解析】解： $\because CA, CD$ 分别与 $\odot O$ 相切于点 A, D ，

$$\therefore \angle CAO = 90^\circ, AC = CD,$$

$$\therefore \angle ACD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ACD) = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ - \angle CAD = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ,$$

$\because AB$ 是直径，

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBA = 90^\circ - \angle DAB = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ,$$

故选： C.

根据切线的性质得出 $\angle CAO = 90^\circ$ ， $AC = CD$ ，求出 $\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ACD) = 65^\circ$ ，求出 $\angle DAB$ ，根据圆周角定理求出 $\angle ADB = 90^\circ$ ，再求出答案即可。

本题考查了圆周角定理，等腰三角形的性质，直角三角形的性质，圆周角定理等知识点，能综合运用知识点进行推理和计算是解此题的关键.

10.【答案】D

【解析】解：根据二次函数图象与 y 轴的交点可得 $c > 0$ ，根据抛物线开口向下可得 $a < 0$ ，由对称轴在 y 轴右边可得 $a、b$ 异号，故 $b > 0$ ，

则反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 的图象在第二、四象限，

一次函数 $y = -cx + b$ 经过第一、二、四象限，

故选：D.

首先根据二次函数图象与 y 轴的交点可得 $c > 0$ ，根据抛物线开口向下可得 $a < 0$ ，由对称轴在 y 轴右边可得 $a、b$ 异号，故 $b > 0$ ，再根据反比例函数的性质与一次函数图象与系数的关系画出图象可得答案.

此题主要考查了二次函数图象，一次函数图象，反比例函数图象，关键是根据二次函数图象确定出 $a、b、c$ 的符号.

11.【答案】C

【解析】解：由作图可知， OP 垂直平分线段 AB ， OQ 平分 $\angle AOC$ ，故①正确，

$\therefore OP \perp AB$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOD = \frac{1}{2}\angle AOC = 45^\circ$ ，

$\therefore OB = OC$ ，

$\therefore \angle OBC = 45^\circ$ ，

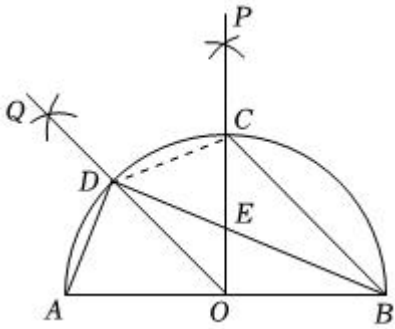
$\therefore \angle AOD = \angle OBC = 45^\circ$ ，

$\therefore OD \parallel BC$ ，故②正确，

$\therefore \frac{OD}{BC} = \frac{OE}{EC} < 1$ ，

$\therefore OE < EC$ ，故③错误，

连接 CD .



$$\because \angle DCE = \angle DCO, \quad \angle CDE = \angle COD = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle DCE \sim \triangle OCD,$$

$$\therefore \frac{CD}{OC} = \frac{CE}{CD},$$

$$\therefore CD^2 = OD \cdot CE,$$

$$\because \angle AOD = \angle DOC,$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD},$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore AD^2 = OD \cdot CE, \text{ 故④正确,}$$

故选: C.

由作图可知, OP 垂直平分线段 AB , OQ 平分 $\angle AOC$, 利用平行线的判定, 相似三角形的性质一一判断即可.

本题考查相似三角形的判定和性质, 圆周角定理, 平行线的判定等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

12. 【答案】C

【解析】解: 由图象开口向上, 可知 $a > 0$,

与 y 轴的交点在 x 轴的上方, 可知 $c > 0$,

又对称轴为直线 $x = -1$, 所以 $-\frac{b}{2a} < 0$, 所以 $b > 0$,

$\therefore abc > 0$, 故①正确;

\because 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点,

$$\therefore b^2 - 4ac > 0,$$

$\therefore 4ac - b^2 < 0$, 故②错误;

$$\because -\frac{b}{2a} = -1,$$

$$\therefore b = 2a,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/125214313001011144>