

第4章 数字滤波器的基本结构

1. 数字滤波器的结构特点与表示方法
2. IIR滤波器的结构
3. FIR滤波器的结构

4.1 数字滤波器的结构特点与表示方法

- 数字滤波器的分类：
 - 从功能上分：低通、带通、高通、带阻。
 - 从实现方法上分：FIR，IIR。
 - 从设计方法上分：Chebyshev（切比雪夫），Butterworth（巴特
 - 从处理信号分：经典滤波器、现代滤波器等。

4.1 数字滤波器的结构特点与表示方法

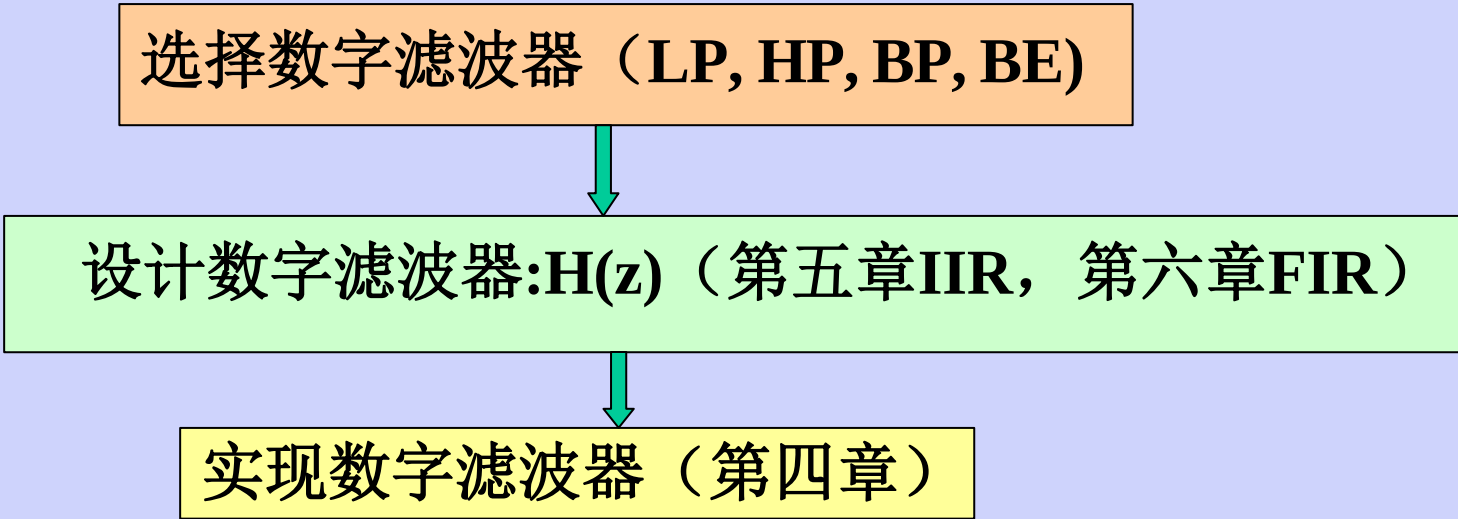
- 现代滤波器：

- 从含有噪声的数据记录（时间序列）中估计出信号的某些特征及信号本身。一旦信号被估计出，估计出的信号将比原信号会有高的信噪比。
- 将信号和噪声视为随机信号，利用他们的统计特性（自相关函数，功率谱等）导出一套最佳估计算法，然后用硬件或软件实现。
- 现代滤波器源于维纳20世纪40年代及以后的工作，这类滤波器的代表为：维纳滤波器，卡尔曼滤波器，线性预测器，自适应滤波器。

4.1 数字滤波器的结构特点与表示方法

受噪声污染信号消除噪声的过程

选择数字滤波器 (LP, HP, BP, BE)



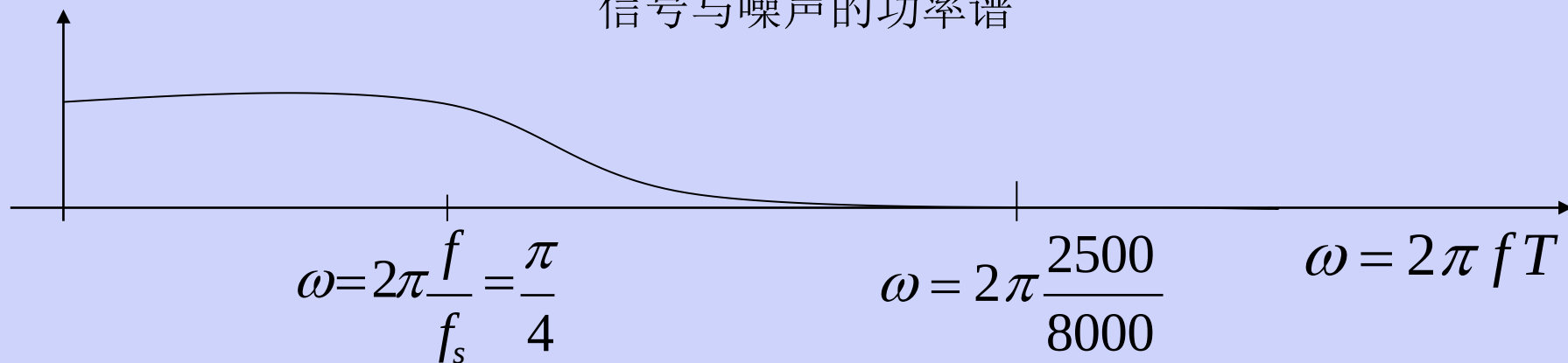
```
graph TD; A[选择数字滤波器 (LP, HP, BP, BE)] --> B[设计数字滤波器: H(z) (第五章IIR, 第六章FIR)]; B --> C[实现数字滤波器 (第四章)];
```

设计数字滤波器: $H(z)$ (第五章IIR, 第六章FIR)

实现数字滤波器 (第四章)

信号淹没在啸叫噪声中

信号与噪声的功率谱



➤设计数字滤波器(DF)即是求系统函数 $H(z)$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

➤同一个系统函数 $H(z)$ 实现方法有多种。软件，硬件，IIR, FIR

➤结构的不同将会影响系统的精度、误差、稳定性、经济性以及运算速度等性能

➤数字滤波器(DF)的结构实现借助于方框图和信号流图表示

1. 离散时间系统结构的方框图表示法

数字滤波器可以用系统函数表示为

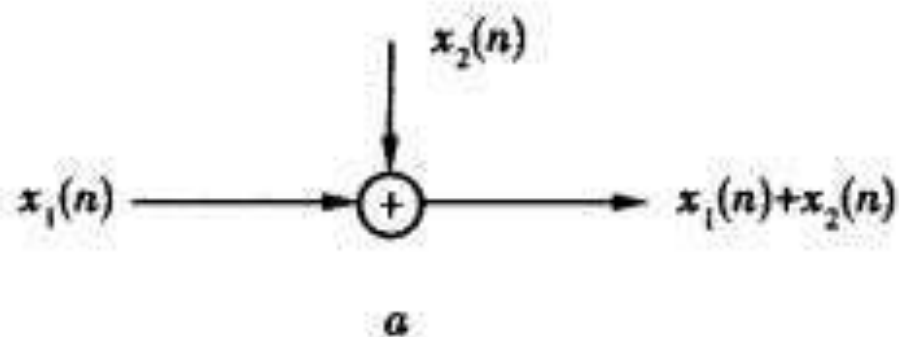
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

由 $H(z)$ 可以得到表示系统输入与输出关系的差分方程为

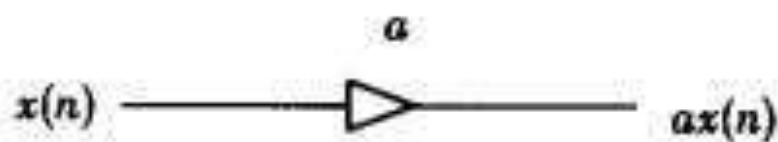
$$y(n) = \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$$

基本运算包括：信号相加、信号与常数相乘以及时移

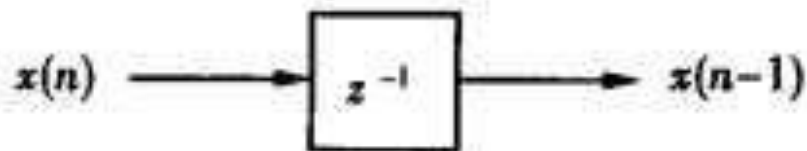
加法器



常数乘法器



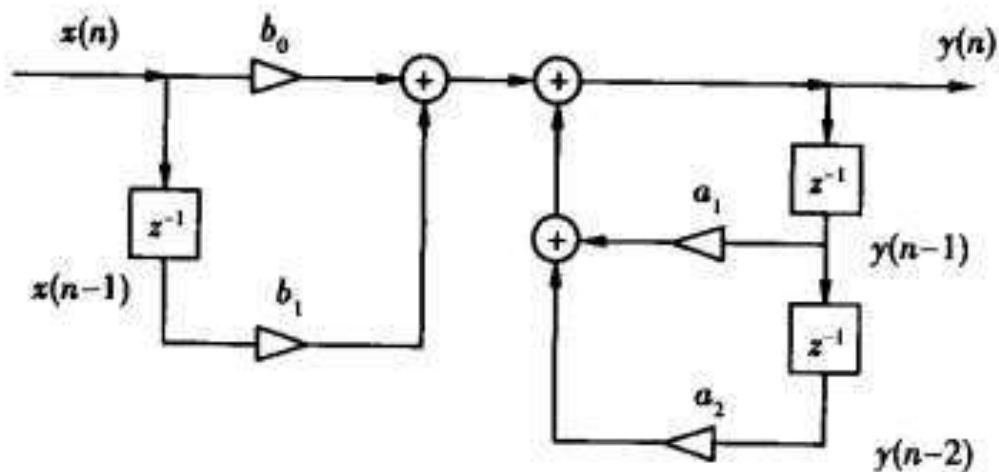
单位延迟器



基本运算单元的方框图

例：设一个二阶数字滤波器系统的差分方程为

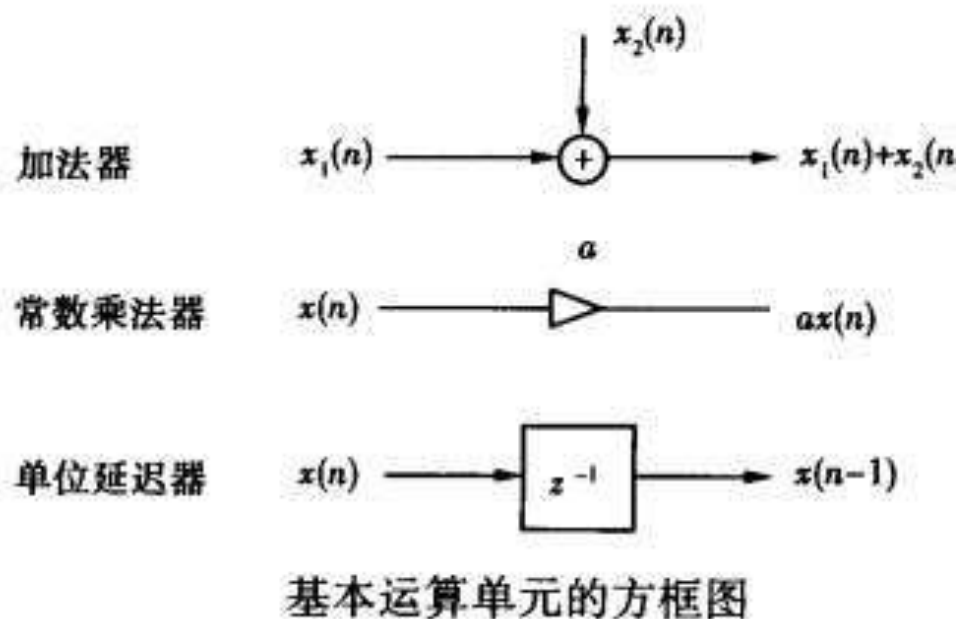
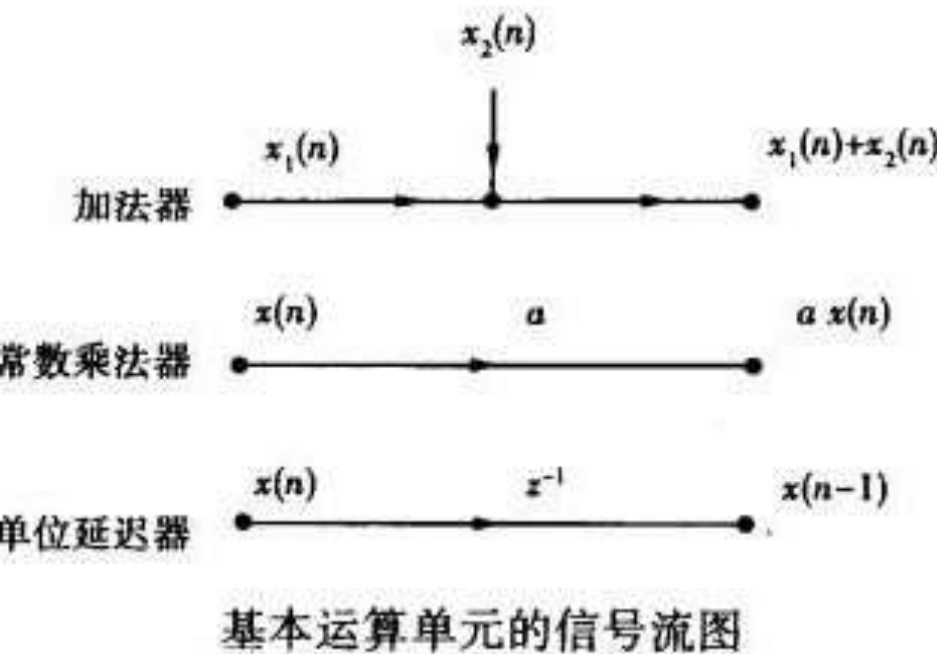
$$y(n] = a_1y(n - 1) + a_2y(n - 2) + b_0x(n) + b_1x(n - 1)$$



- 如果系统在计算机上软件实现，左图所示的网络结构可以作为实现该系统的编程基础
- 如果用硬件实现，左图则给出了系统的硬件结构

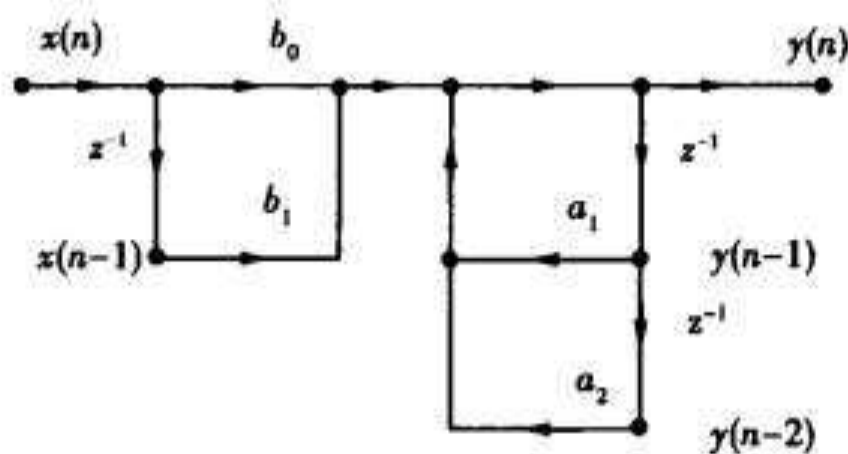
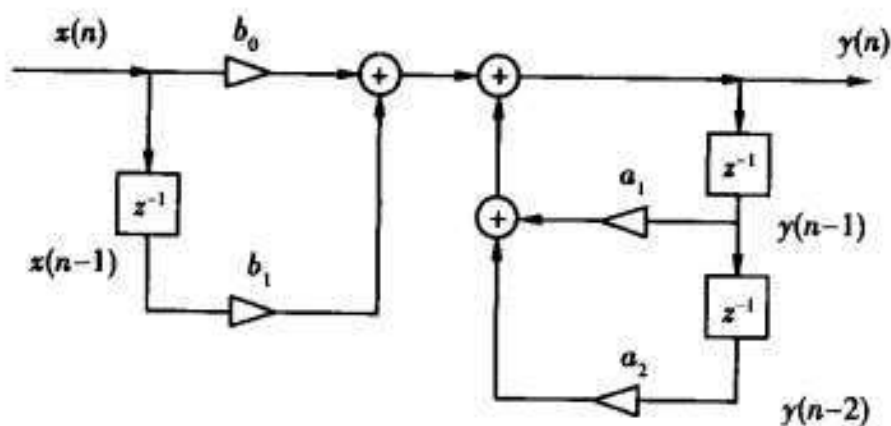
方框图能够形象地表明实现系统所要求的硬件数量、算法步骤以及运算过程的复杂程度

2. 离散时间系统结构的信号流图表示法



2. 离散时间系统结构的信号流图表示法

例 二阶数字滤波器系统的信号流图可表示为



信号流图与方框图完全等效，但是画起来要更简单些

3. 数字滤波器的种类

- 按单位采样响应划分：
 - “无限长单位脉冲响应(IIR)DF”: 系统的 $h(n)$ 延伸到无穷长
 - “有限长单位脉冲响应(FIR)DF”: 系统的 $h(n)$ 为有限长序列
- FIR DF的差分方程与系统函数表示式(非递归型结构)

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad H(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k}$$

- IIR DF的差分方程与系统函数表示式(递归型结构)

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) \quad H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}$$

4.2 IIR滤波器的结构

IIR滤波器结构采用递归结构。基本网络结构包括直接型(I型、II型)、级联型与并联型

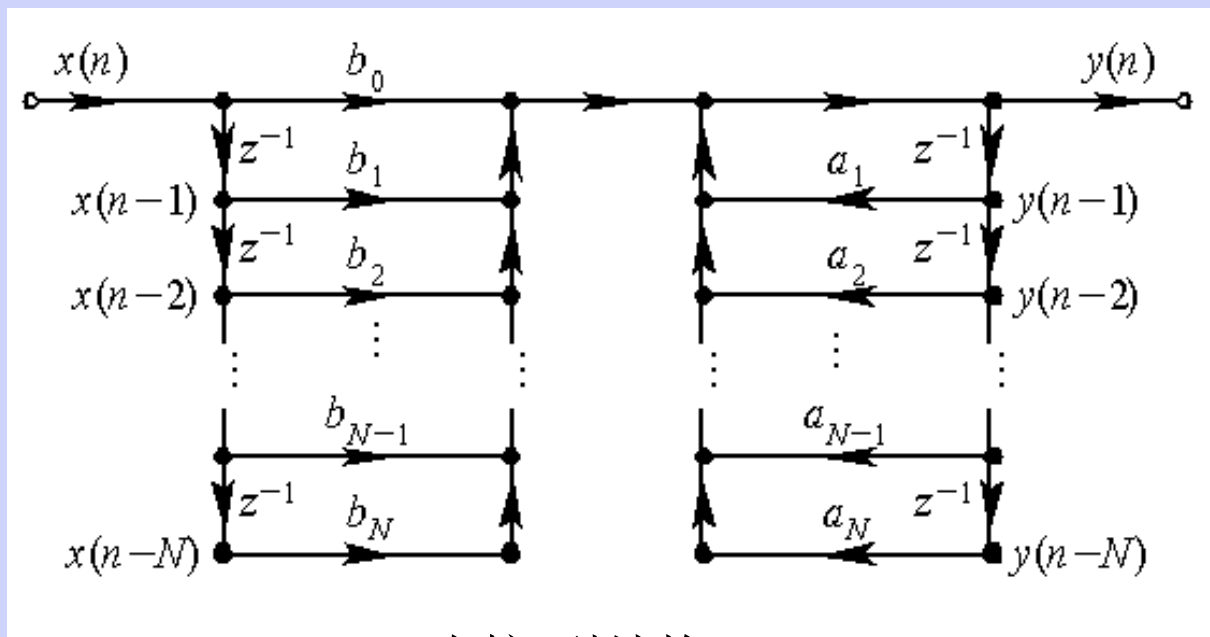
1 直接型 (I型)

N 阶的IIR滤波器的差分方程表示如下

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i)$$

令 $M=N$ 时，方程对应的信号流图可表示成

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i]$$



直接I型结构

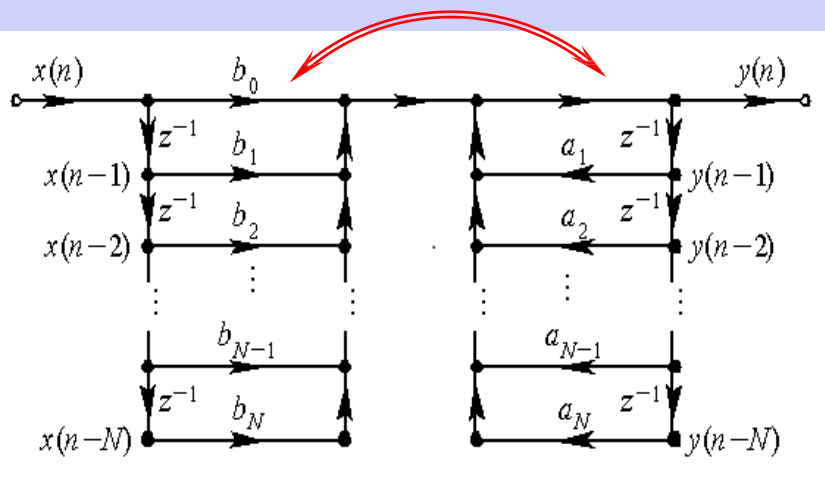
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}$$

直接型(I型)---结构特点

- 两个网络级联，第一个横向结构 M 节延时网络实现零点，第二个有反馈的 N 节延时网络实现极点。
- 共需 $(N+M)$ 级延时单元。
- 系数 a_i, b_i 不是直接决定单个零极点，因而不能很好地进行滤波器性能控制。
- 极点对系数的变化过于灵敏，从而使系统频率响应对系数变化过于灵敏，也就是对有限精度（有限字长）运算过于灵敏，容易出现不稳定或产生较大误差。

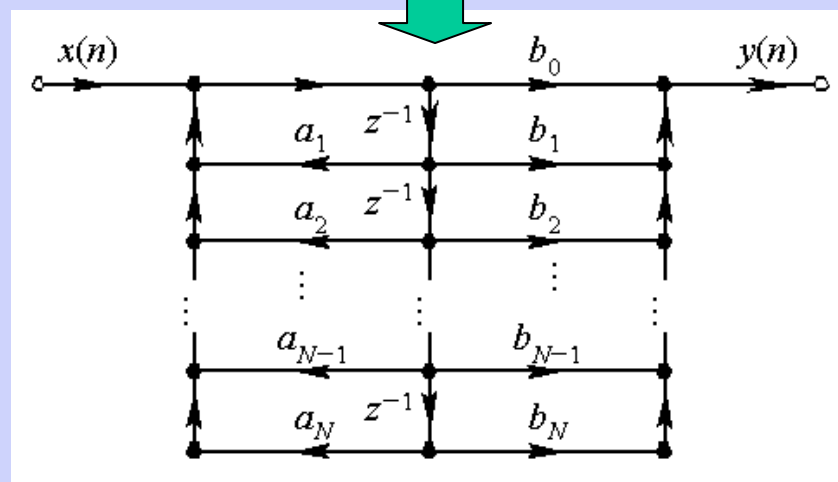
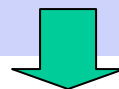
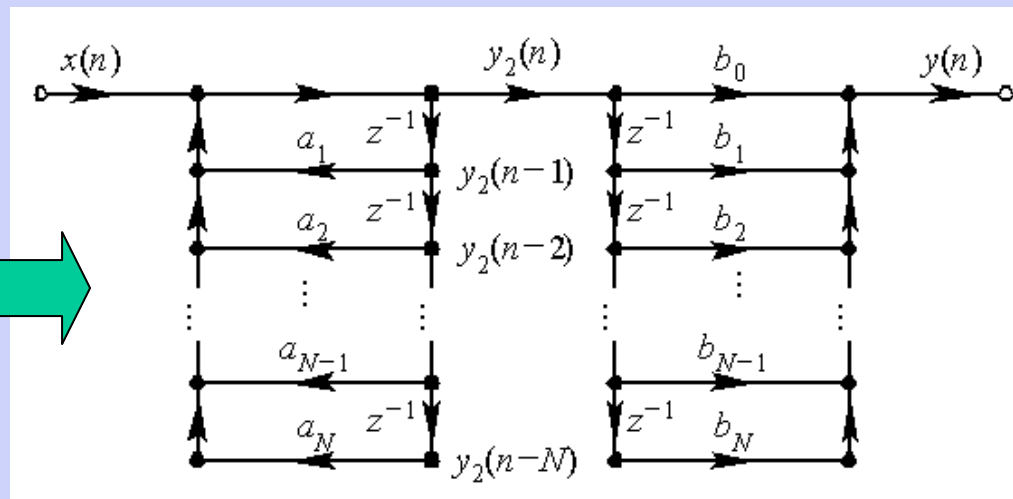
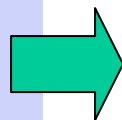
2. 直接型(II型)---正准型结构

$$y(n) = \sum_{i=0}^N b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i)$$



直接I型结构

$$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z)$$



- 直接型结构简单直观
- 对于高阶系统, 存在调整零、极点困难, 对系数量化效应敏感度高等缺点

直接型(II型)---结构特点

- 两个网络级联，第一个有反馈的N节延时网络实现极点，第二个横向结构M节延时网络实现零点。
- 实现N阶滤波器 ($N \geq M$)，只需N级延时单元。所需延时单元最少，故称典范型。
- 具有直接型实现的一般缺点。

系统函数为

$$H(z) = \sum_{i=0}^M b_i z^{-i}$$

MATLAB 信号处理工具箱函数filter就是按照直接型结构实现滤波器

$$y_n = \text{filter}(B, A, x_n)$$

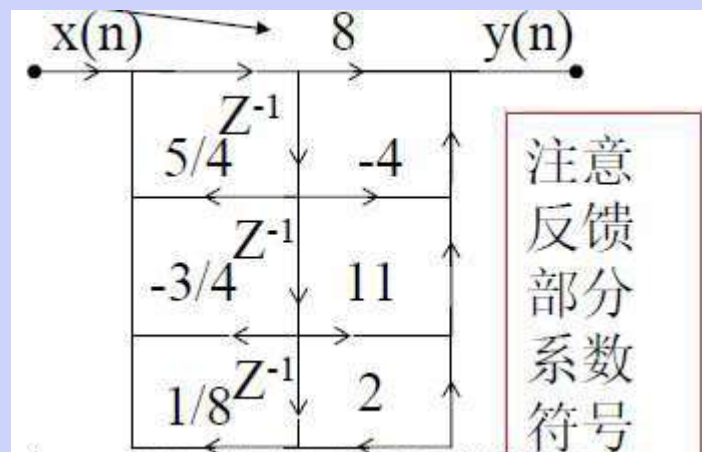
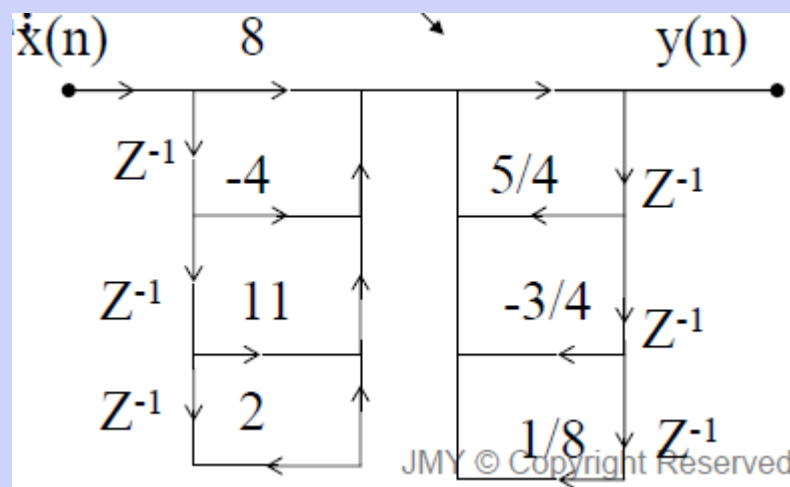
计算系统对输入信号向量 x_n 的零状态响应输出信号向量 y_n ， y_n 与 x_n 长度相等。

$$A = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_N], \quad B = [b_0, b_1, b_2, \dots, b_M]$$

例题:

已知IIR DF系统函数，画出直接I型，直接II型的结构流图。

$$H(z) = \frac{8z^3 - 4z^2 + 11z + 2}{(z - \frac{1}{4})(z^2 - z + \frac{1}{2})}$$



3 级联型

将IIR滤波器的系统函数 $H(z)$ 的分子和分母进行因式分解

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} = A \frac{\prod_{r=1}^M (1 - C_r z^{-1})}{\prod_{r=1}^N (1 - d_r z^{-1})}$$

- $H(z)$ 的系数 a_i, b_i 都是实数，所以零、极点 C_r, d_r 只有两种情况：
- 实根，或共轭复根

$$H(z) = A \frac{\prod_{r=1}^M (1 - C_r z^{-1})}{\prod_{r=1}^N (1 - d_r z^{-1})} = A \frac{\prod_{r=1}^{M1} (1 - g_r z^{-1}) \prod_{r=1}^{M2} (1 - h_r z^{-1})(1 - h_r^* z^{-1})}{\prod_{r=1}^{N1} (1 - p_r z^{-1}) \prod_{r=1}^{N2} (1 - q_r z^{-1})(1 - q_r^* z^{-1})}$$

3 级联型

$$H(z) = A \frac{\prod_{r=1}^M (1 - C_r z^{-1})}{\prod_{r=1}^N (1 - d_r z^{-1})} = A \frac{\prod_{r=1}^{M1} (1 - g_r z^{-1}) \prod_{r=1}^{M2} (1 - h_r z^{-1})(1 - h_r^* z^{-1})}{\prod_{r=1}^{N1} (1 - p_r z^{-1}) \prod_{r=1}^{N2} (1 - q_r z^{-1})(1 - q_r^* z^{-1})}$$

■ 式中 g_r, p_r 是实根, h_r, q_r 是复根。

■ $M = M1 + 2M2, N = N1 + 2N2$.

$$H(z) = A \frac{\prod_{r=1}^{M1} (1 - g_r z^{-1}) \prod_{r=1}^{M2} (1 + \beta_{1r} z^{-1} + \beta_{2r} z^{-2})}{\prod_{r=1}^{N1} (1 - p_r z^{-1}) \prod_{r=1}^{N2} (1 - \alpha_{1r} z^{-1} - \alpha_{2r} z^{-2})}$$

3 级联型

将IIR滤波器的系统函数 $H(z)$ 的分子和分母进行因式分解

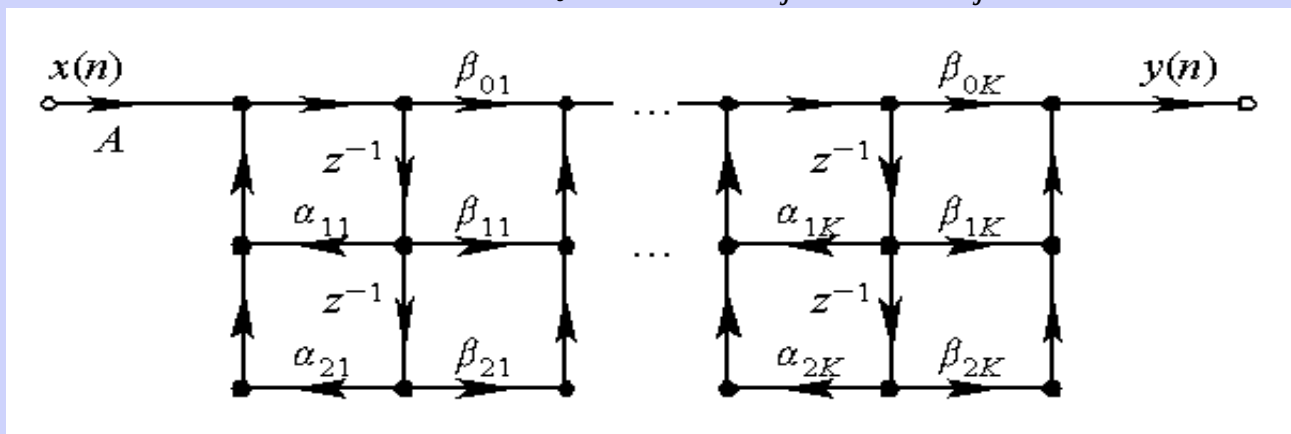
$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} = A \frac{\prod_{r=1}^M (1 - C_r z^{-1})}{\prod_{r=1}^N (1 - d_r z^{-1})}$$

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} = \prod_{j=1}^K H_j(z) = \prod_{j=1}^K \frac{\beta_{0j} + \beta_{1j} z^{-1} + \beta_{2j} z^{-2}}{1 - \alpha_{1j} z^{-1} - \alpha_{2j} z^{-2}}$$

- 把 $H(z)$ 表示成多个**实系数**的二阶数字网络 $H_j(z)$ 的连乘积形式
- 每个 $H_j(z)$ 均采用直接II型结构，则可以得到 $H(z)$ 的级联型结构

- 级联型结构

$$H(z) = \prod_{j=1}^K \frac{\beta_{0j} + \beta_{1j}z^{-1} + \beta_{2j}z^{-2}}{1 - \alpha_{1j}z^{-1} - \alpha_{2j}z^{-2}}$$



- 如果以不同方式将分母和分子的二阶因式组合，理论上可以得到多种等效的系统结构
- 级联型结构的特点是对滤波器零、极点的调整比较方便，便于调整滤波器的响应特性

级联型——结构特点

从级联结构中看出：

- 它的每一个基本节只关系到滤波器的某一对极点和一对零点。
- 调整 β_{1i}, β_{2i} 只单独调整滤波器第*i*对零点，而不影响其他零点。
- 同样调整 α_{1i}, α_{2i} 只单独调整滤波器第*i*对极点，不影响其他极点。

结构特点：

- 每个二阶节系数单独控制一对零点或一对极点，有利于控制频率响应。
- 分子分母中二阶因子配合成基本二阶节的方式，以及各二阶节的排列次序不同。级联后面的网络输出不会再流到前面，运算误差的积累相对直接型也小

【例5.3.2】 设系统函数 $H(z)$ 如下式：

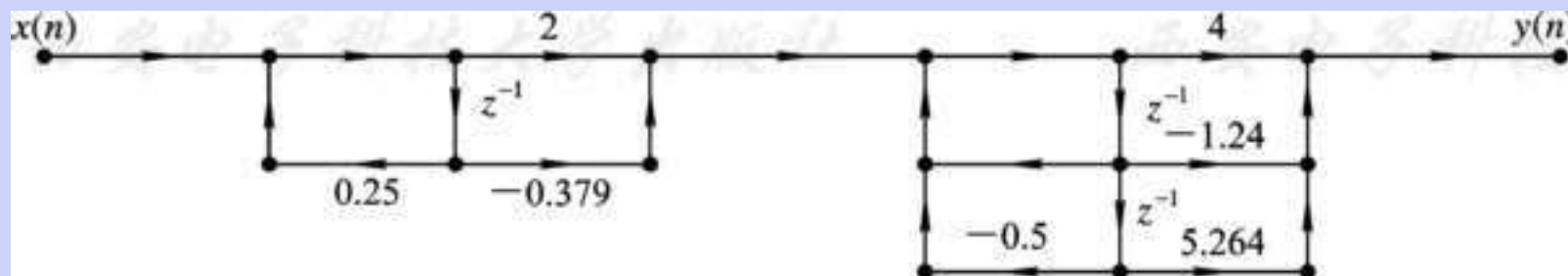
$$H(z) = \frac{8 - 4z^{-1} + 11z^{-2}}{z^2 - 0.25z - 0.379}$$

试画出其级联型网络结构。

解 将 $H(z)$ 的分子、分母进行因式分解，得到：

$$H(z) = \frac{(2 - 0.379z^{-1})(4 - 1.24z^{-1})}{(z - 0.5)(z + 0.379)}$$

为减少单位延迟的数目，将一阶的分子、分母多项式组成一个一阶网络，二阶的分子、分母多项式组成一个二阶网络。

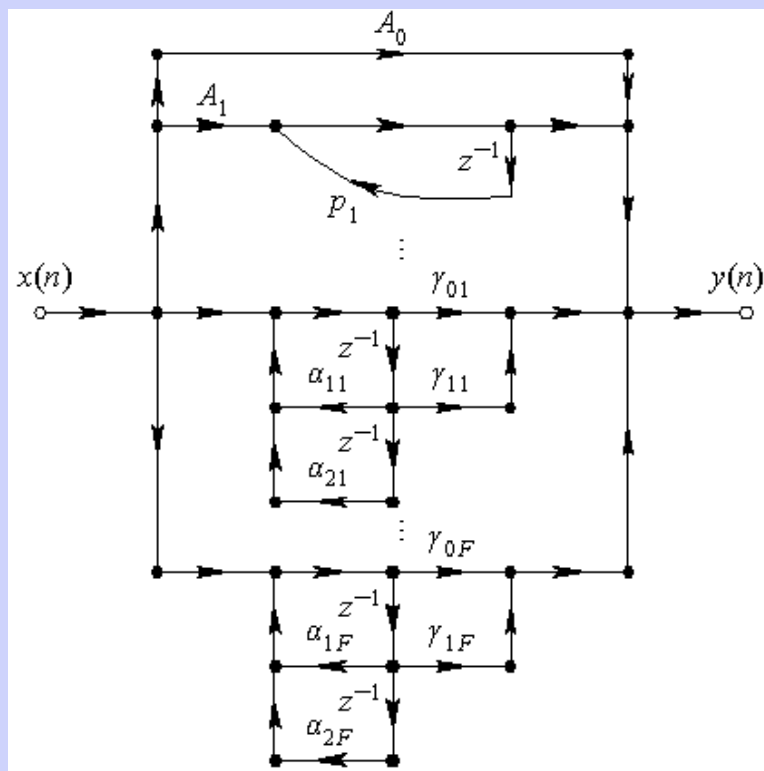


4 并联型

把 $H(z)$ 展开成部分分式和的形式，即得到滤波器的并联型结构

$$H(z) = A_0 + \sum_{i=1}^E \frac{A_i}{1 - p_i z^{-1}} + \sum_{j=1}^F \frac{\gamma_j}{1 - \alpha_j z^{-1}}$$

- 在零点调整上, 并联型结构不如级联型方便, (只为各二阶节网络的零点, 并非整个系统函数的零点)。且滤波器阶数较高时, 部分分式展开比较麻烦。
- 在运算误差上, 则比前面几种结构要小一些。因为并联型各基本节的误差互不影响。



MATLAB信号处理工具箱提供了14种线性系统网络结构变换函数，实现各种结构之间的变换。可惜缺少并联结构于其他结构之间的变换函数

3种常用结构（直接型、级联型、格型）之间的变换函数有如下4种：

- (1) **tf2sos** 直接型到级联型结构变换。
- (2) **sos2tf** 级联型到直接型网络结构的变换。
- (3) **tf2latc** 直接型到格型结构变换。
- (4) **latc2tf** 格型到直接型结构变换。

(1) $[S, G] = \text{tf2sos}(B, A)$:

B和A分别为直接型系统函数的分子和分母多项式系数向量，当A=1时，表示FIR系统函数。返回L级二阶级联型结构的系数矩阵S和增益常数G。

$$S = \begin{bmatrix} b_{01} & b_{11} & b_{12} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ b_{02} & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \\ & & \Lambda & & & \\ b_{0L} & b_{1L} & b_{2L} & 1 & a_{1L} & a_{2L} \end{bmatrix}$$

$$H_k(z) = \frac{b_{0k} + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}} \quad k = 1, 2, \Lambda, L$$

$$H(z) = GH_1(z)H_2(z)\Lambda H_L(z)$$

例: $H(z) = \frac{8 - 4z^{-1} + 11z^{-2} - 2z^{-3}}{1 - 1.25z^{-1} + 0.75z^{-2} - 0.125z^{-3}}$

$$B = [8, -4, 11, -2]; A = [1, -1.25, 0.75, -0.125];$$

$$[S, G] = \text{tf2sos}(B, A)$$

运行结果:

$$S = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.1900 & 0 & 1.0000 & -0.2500 & 0 \\ 1.0000 & -0.3100 & 1.3161 & 1.0000 & -1.0000 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

$$G = 8$$

$$H(z) = 8 \frac{1 - 0.19z^{-1}}{1 - 0.25z^{-1}} \cdot \frac{1 - 0.31z^{-1} + 1.316z^{-2}}{1 - z^{-1} + 0.5z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}}$$

练习题:

已知系统用下面差分方程描述:

$$y(n) = \frac{3}{4} y(n-1) - \frac{1}{8} y(n-2) + x(n) + \frac{1}{3} x(n-1)$$

试分别画出系统的直接型、级联型和并联型结构。式中 $x(n)$ 和 $y(n)$ 分别表示系统的输入和输出信号。

4.3 FIR滤波器的结构

FIR滤波器结构通常采用非递归结构。基本网络结构包括直接型、级联型、频率采样型、线性相位型、格型、快速卷积型

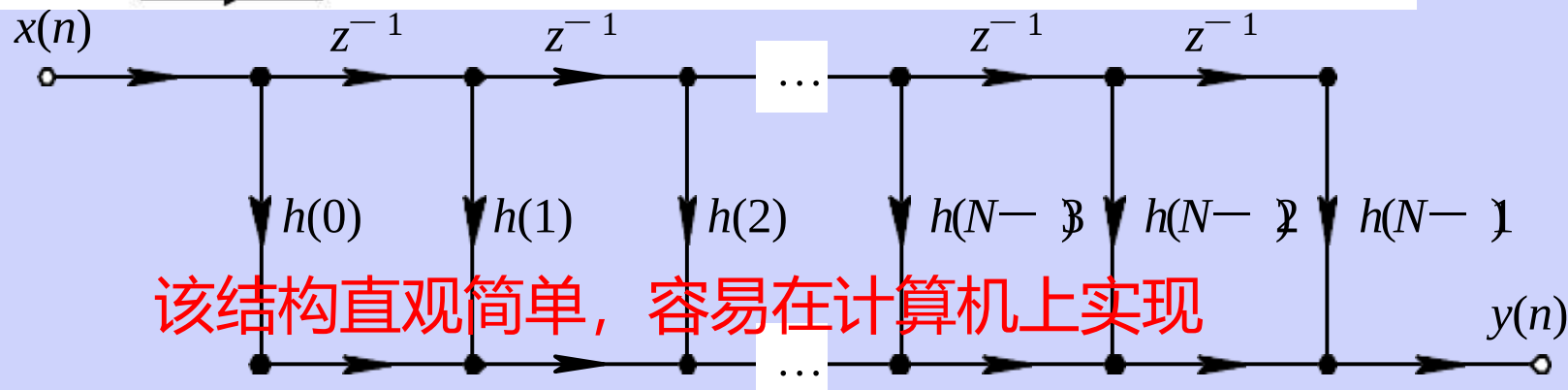
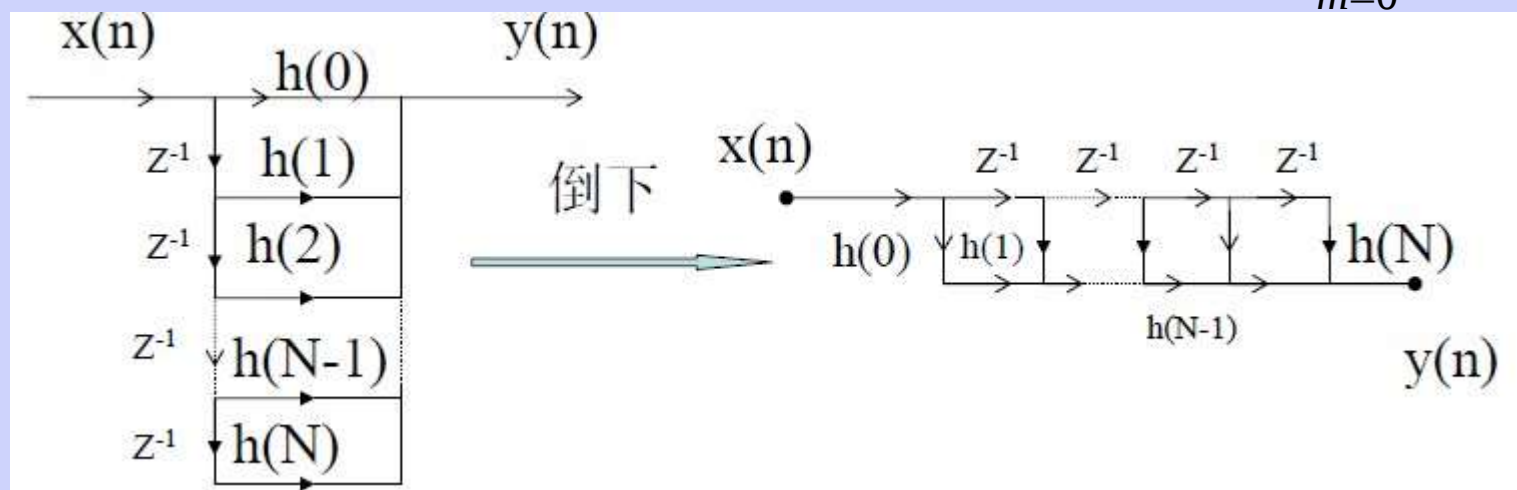
1 直接型 (卷积型、横截型)

FIR数字滤波器的 $h(n)$ ，传递函数和差分方程分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} \\ y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)x(n-m) \end{array} \right.$$

- FIR的直接型结构

$$y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)x(n-m]$$

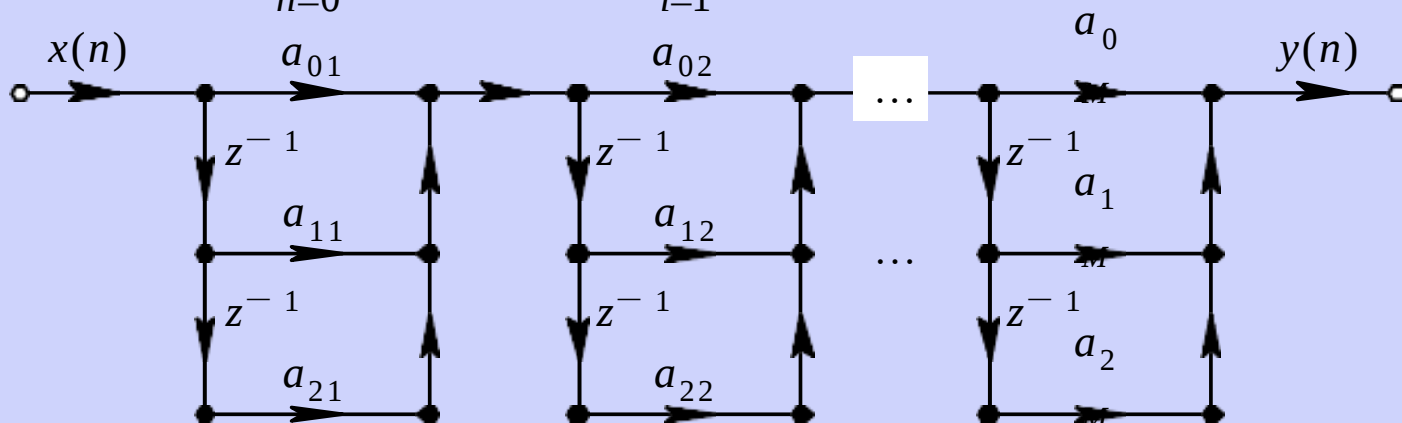


该结构直观简单，容易在计算机上实现

2 级联型

为方便控制系统传输零点，将 $H(z)$ 分解成二阶实系数因子的形式：

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} = \prod_{i=1}^M (a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2})$$



FIR的级联型结构

其特点是每一节控制一对零点，在需要直接控制传输函数零点的情况下，这种结构比较方便，但运算次数比横截型多

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/126025114203010112>