2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项：

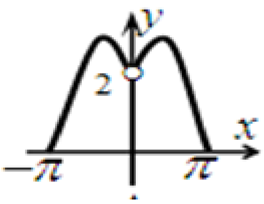
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

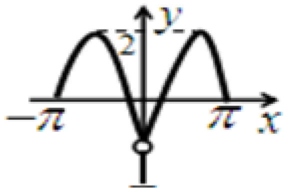
2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

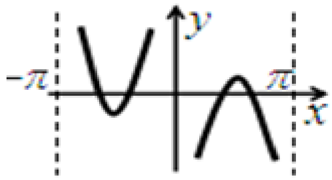
3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

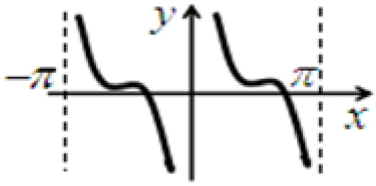
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．函数 $f\left(x\right)=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\sin x\ (-\pi\le x\le\pi$ 且 $x\ne 0)$ 的图象是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

2．已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $3a_5=2a_7$，则此数列中一定为 **0** 的是（　　）

A．a_1　　B．a_3　　C．a_8　　D．a_{10}

3．曲线 $y=(ax+2)e^x$ 在点 $(0,2)$ 处的切线方程为 $y=-2x+b$，则 $ab=$（　　）

A．-4　　B．-8　　C．4　　D．8

4．设 F_1,F_2 分别为双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，过点 F_1 作圆 $x^2+y^2=a^2$ 的切线，与双曲线的左、右两支分别交于点 P,Q，若 $\left|QF_2\right|=|PQ|$，则双曲线渐近线的斜率为（　　）

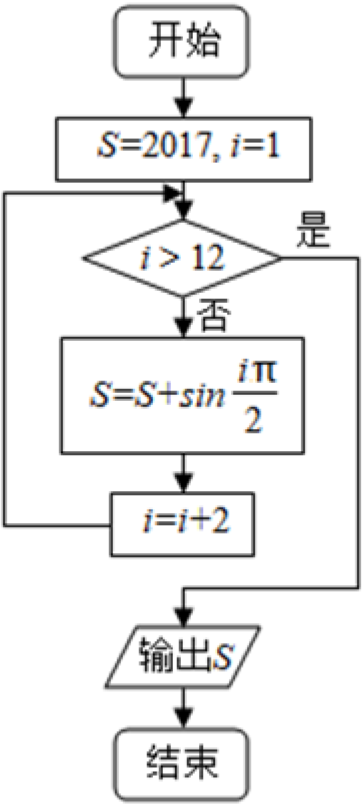
A．±1　　B．$\pm\left(\sqrt{3}-1\right)$　　C．$\pm\left(\sqrt{3}+1\right)$　　D．$\pm\sqrt{5}$

5．已知 α、$\beta\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\alpha\ne\beta$，则下列是等式 $\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$ 成立的必要不充分条件的是（　　）

A．$\sin\alpha>\sin\beta$　　B．$\sin\alpha<\sin\beta$

C．$\cos\alpha>\cos\beta$　　D．$\cos\alpha<\cos\beta$

6．运行如图程序，则输出的 S 的值为（　　）



A．0　　　　　　　　B．1　　　　　　　　C．2018　　　　　　　　D．2017

7．已知a，b，c分别为ΔABC内角A，B，C的对边，$a=1$，$4c\sin A=3\cos C$，ΔABC的面积为$\frac{3}{2}$，则$c=$（　　）

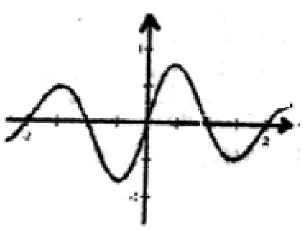
A．$2\sqrt{2}$　　　　　　B．4　　　　　　　　C．5　　　　　　　　D．$3\sqrt{2}$

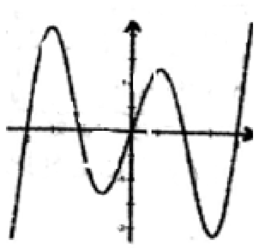
8．已知x，$y\in R$，则“$x<y$”是“$\frac{x}{y}<1$”的（　　）

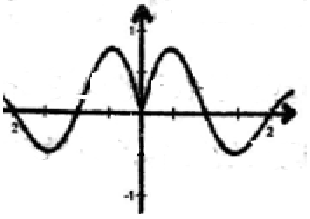
A．充分而不必要条件　　　　　　　　　　B．必要而不充分条件

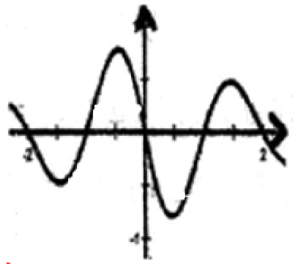
C．充分必要条件　　　　　　　　　　　　D．既不充分也不必要条件

9．函数$□(□)=\sin(□□)□^{-\frac{|□|}{2}}$的图象可能是下列哪一个？（　　）

A．

B．

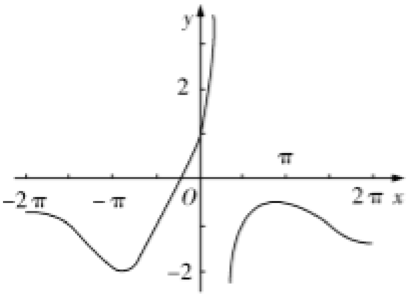
C. 

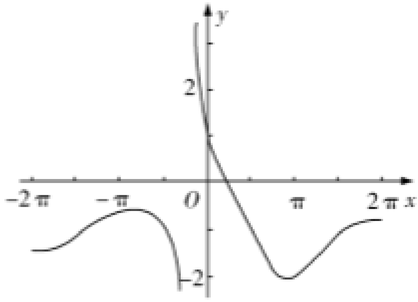
D. 

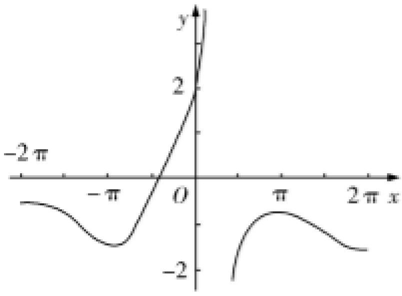
10．已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(2,-2)$，$\vec{c}=(\lambda,-1)$，若$\vec{c}//\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$，则$\lambda=$（　　）

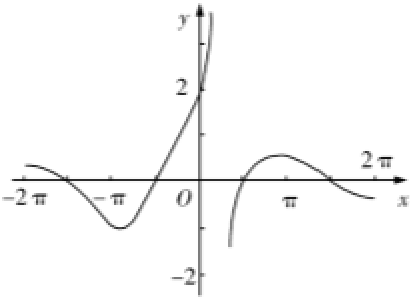
A．-2　　B．-1　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

11．函数$f(x)=\dfrac{\cos x+x}{\cos x-x}$在$[-2\pi,2\pi]$的图象大致为

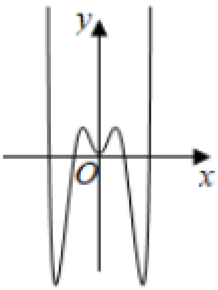
A. 

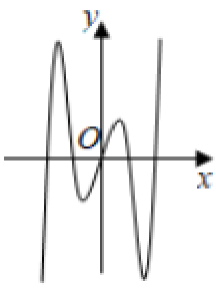
B. 

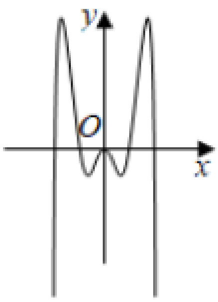
C. 

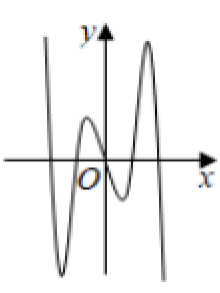
D. 

12．函数$f\left(x\right)=x^2\left(x^2-1\right)\left(x^2-4\right)$的图象可能是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在$(1+x)^6(1+y)^4$的展开式中，x^2y^3的系数为________.

14．设函数$f\left(x\right)=\begin{cases}1+\log_2\left(2-x\right),x<1\\2^{x-1},x\geq 1\end{cases}$，则$f\left(-2\right)+f\left(\log_2 3\right)=$______.

15．已知$a>0$，$b>0$，$c\geq 4$，且$a+b=2$，则$\frac{ac}{b}+\frac{c}{ab}-\frac{c}{2}+\frac{\sqrt{5}}{c-2}$的最小值为__________.

16．某班有学生 **52** 人,现将所有学生随机编号,用系统抽样方法,抽取一个容量为 **4** 的样本,已知 **5** 号、**31** 号、**44** 号学生在样本中,则样本中还有一个学生的编号是__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）a,b,c分别为$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边.已知$a\left(\sin A+4\sin B\right)=8\sin A$.

（1）若$b=1,A=\frac{\pi}{6}$，求$\sin B$；

（2）已知$C=\frac{\pi}{3}$，当$\triangle ABC$的面积取得最大值时，求$\triangle ABC$的周长.

18．（12 分）已知不等式$|2x-1|-|x+1|<2$的解集为$\{x\mid a<x<b\}$.

（1）求实数a，b的值；

（2）已知$x>y>z$存在实数k使得$-\frac{3a}{2(x-y)}+\frac{b}{4(y-z)}\geq\frac{k}{x-z}$恒成立，求实数$k$的最大值.

19．（12 分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=2+2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），$M$为$C_1$上的动点，$P$点满足$\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OM}$，点$P$的轨迹为曲线$C_2$.

（Ⅰ）求C_2的方程；

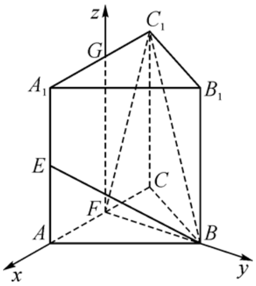
（Ⅱ）在以O为极点，x轴的正半轴为极轴的极坐标系中，射线$\theta=\frac{\pi}{3}$与C_1的异于极点的交点为A，与C_2的异于极点的交点为B，求$|AB|$.

20．（12 分）已知函数$f\left(x\right)=\left(x-2\right)e^x-a\left(x-1\right)^2$,其中$a\in\mathbf{R}$,$g\left(x\right)=x-\ln x$.

(1)函数$f\left(x\right)$的图象能否与 x 轴相切?若能,求出实数 a;若不能,请说明理由.

(2)若$h\left(x\right)=f\left(x\right)-g\left(x\right)$在$x=1$处取得极大值,求实数 a 的取值范围.

21．（12 分）在正三棱柱 $ABCA_1B_1C_1$ 中，已知 $AB=1$，$AA_1=2$，E，F，G 分别是棱 AA_1，AC 和 A_1C_1 的中点，以$\{\overrightarrow{FA},\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FG}\}$为正交基底，建立如图所示的空间直角坐标系 F-xyz.



（1）求异面直线 *AC* 与 *BE* 所成角的余弦值；

（2）求二面角 *F*-*BC*$_1$-*C* 的余弦值.

22.（10 分）已知 $a>b\geqslant 0, a\geqslant c\geqslant d$，且 $ab\geqslant cd$.

（1）请给出 a,b,c,d **的一组值，使得** $a+b\geqslant 2(c+d)$ **成立；**

（2）证明不等式 $a+b\geqslant c+d$ **恒成立.**

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

先判断函数的奇偶性，再取特殊值，利用零点存在性定理判断函数零点分布情况，即可得解.

【详解】

由题可知 $f(x)$ **定义域为** $[-\pi,0)\cup(0,\pi]$，

$$f(-x)=\left(-x-\frac{1}{-x}\right)\sin(-x)=\left(x-\frac{1}{x}\right)\sin x=f(x),$$

$\therefore$ $f(x)$ **是偶函数，关于** y **轴对称，**

$\therefore$ **排除 C，D.**

又 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left(\frac{\pi}{6}-\frac{6}{\pi}\right)\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\pi^2-36}{12\pi}<0$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}\right)\sin\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}>0$，

$\therefore$ $f(x)$ **在** $(0,\pi)$ **必有零点，排除 A.**

故选：B.

【点睛】

本题考查了函数图象的判断，考查了函数的性质，属于中档题.

2、A

【解析】

将已知条件转化为a_1,d的形式，由此确定数列为0的项.

【详解】

由于等差数列$\{a_n\}$中$3a_5=2a_7$，所以$3\left(a_1+4d\right)=2\left(a_1+6d\right)$，化简得$a_1=0$，所以$a_1$为$0$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查等差数列的基本量计算，属于基础题.

3、B

【解析】

求函数导数，利用切线斜率求出a，根据切线过点$(0,2)$求出b即可.

【详解】

因为$y=(ax+2)e^x$，

所以$y'=e^x(ax+2+a)$，

故$k=y'|_{x=0}=2+a=-2$，

解得$a=-4$，

又切线过点$(0,2)$，

所以$2=-2\times0+b$，解得$b=2$，

所以$ab=-8$，

故选：*B*

【点睛】

本题主要考查了导数的几何意义，切线方程，属于中档题.

4、C

【解析】

如图所示：切点为M，连接OM，作$PN\perp x$轴于N，计算$\left|PF_1\right|=2a$，$\left|PF_2\right|=4a$，$\left|PN\right|=\dfrac{2a^2}{c}$，$\left|F_1N\right|=\dfrac{2ab}{c}$，

根据勾股定理计算得到答案.

【详解】

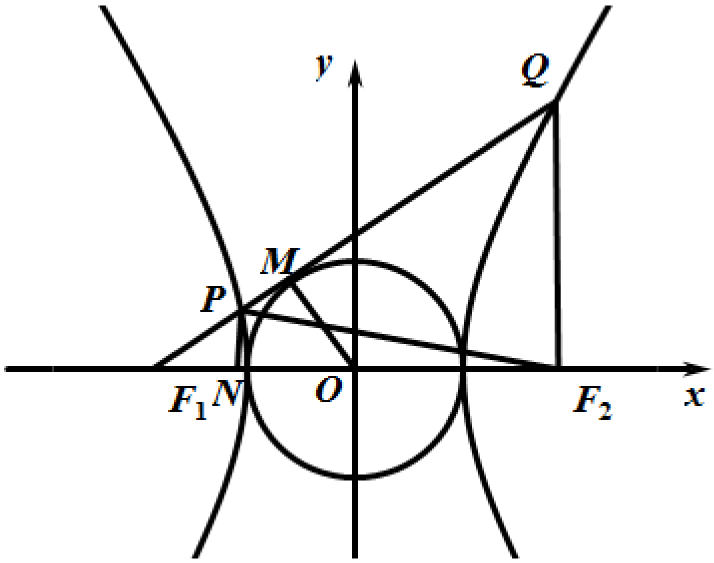
如图所示：切点为M，连接OM，作$PN \perp x$轴于N，

$|QF_1|-|QF_2|=|QP|+|PF_1|-|QF_2|=|PF_1|=2a$，故$|PF_2|=4a$，

在$Rt\Delta MOF_1$中，$\sin\angle MF_1O=\dfrac{a}{c}$，故$\cos\angle MF_1O=\dfrac{b}{c}$，故$|PN|=\dfrac{2a^2}{c}$，$|F_1N|=\dfrac{2ab}{c}$，

根据勾股定理：$16a^2=\dfrac{4a^4}{c^2}+\left(2c-\dfrac{2ab}{c}\right)^2$，解得$\dfrac{b}{a}=\sqrt{3}+1$.

故选：C.



【点睛】

本题考查了双曲线的渐近线斜率，意在考查学生的计算能力和综合应用能力.

5、**D**

【解析】

构造函数$h(x)=\sin x-x$，$f(x)=\sin x-2x$，利用导数分析出这两个函数在区间$\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$上均为减函数，由$\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$得出$\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta$，分$\alpha=0$、$-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$、$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$三种情况讨论，利用放缩法结合函数$y=h(x)$的单调性推导出$-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\beta<0$或$0<\beta<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，再利用余弦函数的单调性可得出结论.

【详解】

构造函数$h(x)=\sin x-x$，$f(x)=\sin x-2x$，

则$h'(x)=\cos x-1<0$，$f'(x)=\cos x-2<0$，

所以，函数$y=f(x)$、$y=h(x)$在区间$\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$上均为减函数，

当$-\frac{\pi}{2}<x<0$时，则$h(x)>h(0)=0$，$f(x)>f(0)=0$；当$0<x<\frac{\pi}{2}$时，$h(x)<0$，$f(x)<0$.

由$\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$得$\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta$.

①若$\alpha=0$，则$\sin\beta-2\beta=0$，即$f(\beta)=0\Rightarrow\beta=0$，不合乎题意；

②若$-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$，则$-\frac{\pi}{2}<\beta<0$，则$h(\alpha)=\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta>\sin\beta-\beta=h(\beta)$，

此时，$-\frac{\pi}{2}<\alpha<\beta<0$，

由于函数$y=\cos x$在区间$\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$上单调递增，函数$y=\sin x$在区间$\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$上单调递增，则$\sin\alpha<\sin\beta$，

$\cos\alpha<\cos\beta$；

③若$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，则$0<\beta<\frac{\pi}{2}$，则$h(\alpha)=\sin\alpha-\alpha=\sin\beta-2\beta<\sin\beta-\beta=h(\beta)$，

此时$0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$，

由于函数$y=\cos x$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递减，函数$y=\sin x$在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增，则$\sin\alpha>\sin\beta$，

$\cos\alpha<\cos\beta$.

综上所述，$\cos\alpha<\cos\beta$.

故选：D.

【点睛】

本题考查函数单调性的应用，构造新函数是解本题的关键，解题时要注意对α的取值范围进行分类讨论，考查推理能力，属于中等题.

6、D

【解析】

依次运行程序框图给出的程序可得

第一次：$S=2017+\sin\frac{\pi}{2}=2018,i=3$，不满足条件；

第二次：$S=2018+\sin\frac{3\pi}{2}=2018-1=2017,i=5$，不满足条件；

第三次：$S=2017+\sin\frac{5\pi}{2}=2018,i=7$，不满足条件；

第四次：$S=2018+\sin\frac{7\pi}{2}=2018-1=2017,i=9$，不满足条件；

第五次：$S=2017+\sin\frac{9\pi}{2}=2018,i=11$，不满足条件；

第六次：$S=2018+\sin\dfrac{11\pi}{2}=2018-1=2017, i=13$，满足条件，退出循环．输出 **1**．选 **D**．

7、**D**

【解析】

由正弦定理可知$4c\sin A=4a\sin C=3\cos C$,从而可求出$\sin C=\dfrac{3}{5},\cos C=\dfrac{4}{5}$.通过$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{3}{2}$可求出$b=5$，结合余弦定理即可求出$c$ 的值.

【详解】

解：$\because 4c\sin A=3\cos C$，即$4c\sin A=3a\cos C$

$\therefore 4\sin A\sin C=3\sin A\cos C$，即$4\sin C=3\cos C$.

$\because \sin^2 C+\cos^2 C=1$ ，则$\sin C=\dfrac{3}{5},\cos C=\dfrac{4}{5}$.

$\therefore S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times 1\times b\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{3}{2}$，解得$b=5$.

$\therefore c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=1+5^2-2\times 1\times 5\times\dfrac{4}{5}=18$，$\therefore c=3\sqrt{2}$

故选:**D.**

【点睛】

本题考查了正弦定理，考查了余弦定理，考查了三角形的面积公式，考查同角三角函数的基本关系.本题的关键是通过正弦定理结合已知条件，得到角C 的正弦值余弦值.

8、**D**

【解析】

$x<y$，不能得到$\dfrac{x}{y}<1$，$\dfrac{x}{y}<1$成立也不能推出$x<y$，即可得到答案.

【详解】

因为x，$y\in R$，

当$x<y$时，不妨取$x=-1,y=-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{x}{y}=2>1$，

故$x<y$时，$\dfrac{x}{y}<1$不成立，

当$\dfrac{x}{y}<1$时，不妨取$x=2,y=-1$，则$x<y$不成立，

综上可知，“$x<y$”是“$\dfrac{x}{y}<1$”的既不充分也不必要条件，

故选：D

【点睛】

本题主要考查了充分条件，必要条件的判定，属于容易题.

9、**A**

【解析】

由$\square\left(\frac{1}{2}\right)=\square^{-\frac{1}{4}}>0$排除选项$\square$；$\square\left(-\frac{1}{2}\right)=-\square^{-\frac{1}{4}}<0$排除选项$\square$；由函数$\square(\square)$有无数个零点，排除选项$\square$,从而可得结果.

【详解】

由$\square\left(\frac{1}{2}\right)=\square^{-\frac{1}{4}}>0$，可排除选项$\square$，$\square(-1)=-\square^{-\frac{1}{2}}<0$可排除选项$\square$；由$\square(\square)=0$可得$\square\square=\square\square\Rightarrow\square=\square,\square\in\square$，

即函数$\square(\square)$有无数个零点，可排除选项$\square$,故选 **A.**

【点睛】

本题通过对多个图象的选择考查函数的图象与性质，属于中档题.这类题型也是近年高考常见的命题方向，该题型的特点是综合性较强、考查知识点较多，但是并不是无路可循.解答这类题型可以从多方面入手，根据函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、特殊点以及$\square\to0^{+},\square\to0^{-},\square\to+\infty,\square\to-\infty$时函数图象的变化趋势，利用排除法，将不合题意的选项一一排除.

10、**A**

【解析】

根据向量坐标运算求得$2\vec{a}+\vec{b}$，由平行关系构造方程可求得结果.

【详解】

$\because\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(2,-2)$　　$\therefore 2\vec{a}+\vec{b}=(4,2)$

$\because\vec{c}//\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$　　$\therefore 2\lambda=-4$，解得：$\lambda=-2$

故选：A

【点睛】

本题考查根据向量平行关系求解参数值的问题，涉及到平面向量的坐标运算；关键是明确若两向量平行，则$x_1y_2-x_2y_1=0$.

11、**A**

【解析】

因为$f(0)=1$，所以排除 **C**、**D**．当x从负方向趋近于 **0** 时，$0<\cos x+x<\cos x-x$，可得$0<f(x)<1$.故选 **A.**