2021-2022 学年九年级数学下册尖子生同步培优题典【沪教版】

专题 27.10 圆与正多边形单元测试（能力过关卷）

姓名：__________________ 班级：______________ 得分：_________________

注意事项：

本试卷满分 120 分，试题共 26 题，选择 10 道、填空 8 道、解答 8 道．答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级等信息填写在试卷规定的位置．

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（2021 秋•闵行区校级期中）下列说法正确的个数有(　　)

①平分弦的直径，平分这条弦所对的弧；

②在等圆中，如果弦相等，那么它们所对的弧也相等；

③等弧所对的圆心角相等；

④过三点可以画一个圆．

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【分析】根据垂径定理，圆心角、弧、弦的关系以及确定圆的条件进行逐个判断即可．

【解析】①平分弦（弦不是直径）的直径，平分这条弦所对的弧，说法错误；

②在等圆中，如果弦相等，但它们所对的弧不一定相等，说法错误；

③等弧所对的圆心角相等，说法正确；

④过不在同一直线上的三点可以画一个圆，说法错误．

综上所述，正确的说法有 1 个．

故选：A．

2．（2021•嘉定区三模）已知点 $A(4,0)$，$B(0,3)$，如果$\odot A$的半径为 2，$\odot B$的半径为 7，那么$\odot A$与$\odot B$的位置关系(　　)

A．内切　　B．外切　　C．内含　　D．外离

【分析】求出 $AB=5$，根据圆心距$=$半径之差，即可判断．

【解析】$\because$点 $A(4,0)$，B，0，3)，

$\therefore AB=\sqrt{4^2+3^2}=5$，

$\because\odot A$与$\odot B$的半径分别为：2 与 7，

$\therefore$半径差为：$7-2=5$，

$\therefore$这两圆的位置关系是：内切．

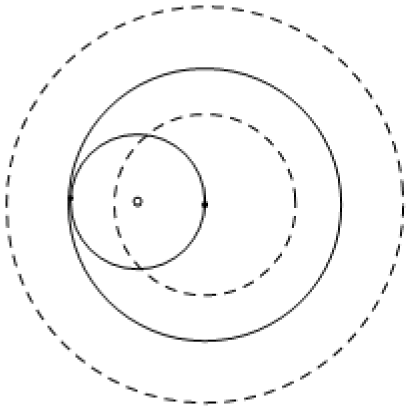
故选：A．

3．（2021•嘉定区二模）如果两圆的圆心距为3，其中一个圆的半径长为3，那么这两个圆的位置关系不可能是(　　)

A．两圆内切　　B．两圆内含　　C．两圆外离　　D．两圆相交

【分析】画出图形即可判断．

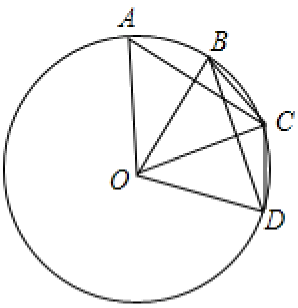
【解析】两圆的圆心距为3，其中一个圆的半径长为3，则另一圆的圆心在前一圆上，如图：



两圆位置可能是：内切、内含及相交，但不能是外离，

故选：C．

4．（2020•普陀区二模）如图，已知A、B、C、D四点都在$\odot O$上，$OB\perp AC$，$BC=CD$，在下列四个说法中，①$\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{CD}$；②$AC=2CD$；③$OC\perp BD$；④$\angle AOD=3\angle BOC$，正确的个数是(　　)



A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

【分析】根据题意和垂径定理，可以得到$AC=BD$，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，然后即可判断各个小题中的结论是否正确，从而可以解答本题．

【解析】$\because OB\perp AC$，$BC=CD$，

$\therefore\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$，

$\therefore\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{CD}$，故①正确；

$AC < AB + BC = BC + CD = 2CD$，故②错误；

$OC \perp BD$，故③正确；

$\angle AOD = 3\angle BOC$，故④正确；

故选：C．

5．(2020•杨浦区二模）如果正十边形的边长为a，那么它的半径是(　　)

A．$\dfrac{a}{\sin 36°}$　　B．$\dfrac{a}{\cos 36°}$　　C．$\dfrac{a}{2\sin 18°}$　　D．$\dfrac{a}{2\cos 18°}$

【分析】设AB是圆内接正十边形的边长，连接OA、OB，过O作$OC \perp AB$于C，解直角三角形即可得到结论．

【解析】设AB是圆内接正十边形的边长，

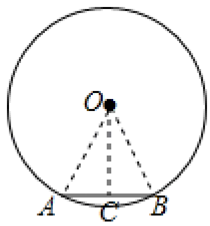
连接OA、OB，过O作$OC \perp AB$于C，

则$\angle AOB = \dfrac{360°}{10} = 36°$，

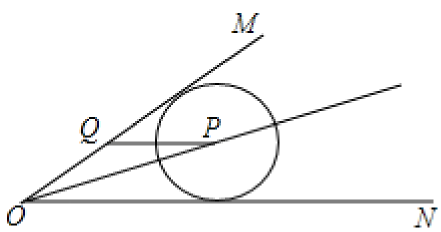
$\therefore \angle AOC = \dfrac{1}{2}\angle AOB = 18°$，$AC = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a}{2}$，

$\therefore OA = \dfrac{AC}{\sin\angle AOC} = \dfrac{a}{2\sin 18°}$，

故选：C．



6．(2020•金山区二模）如图，$\angle MON = 30°$，OP是$\angle MON$的角平分线，$PQ//ON$交OM于点Q，以P为圆心半径为4的圆与ON相切，如果以Q为圆心半径为r的圆与$\odot P$相交，那么r的取值范围是(　　)



A．$4 < r < 12$　　B．$2 < r < 12$　　C．$4 < r < 8$　　D．$r > 4$

【分析】如图，过点P作$PA \perp OM$于点A．根据题意首先判定OM是切线，根据切线的性质得到$PA = 4$．由角平分线的性质和平行线的性质判定直角ΔAPQ中含有30度角，则由“30度角所对的直角边是斜边的一半”得到PQ的长度；然后根据圆与圆的位置关系求得r的取值范围．

【解析】如图，过点 P 作 $PA\perp OM$ 于点 A．

$\because$ 圆 P 与 ON 相切，设切点为 B，连接 PB．

$\therefore PB\perp ON$．

$\because OP$ 是 $\angle MON$ 的角平分线，

$\therefore PA=PB$．

$\therefore PA$ 是半径，

$\therefore OM$ 是圆 P 的切线．

$\because \angle MON=30^{\circ}$，$OP$ 是 $\angle MON$ 的角平分线，

$\therefore \angle 1=\angle 2=15^{\circ}$．

$\because PQ//ON$，

$\therefore \angle 3=\angle 2=15^{\circ}$．

$\therefore \angle 4=\angle 1+\angle 3=30^{\circ}$．

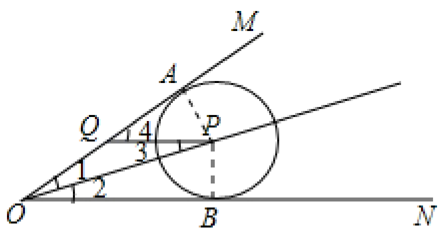
$\because PA=4$，

$\therefore PQ=2PA=8$．

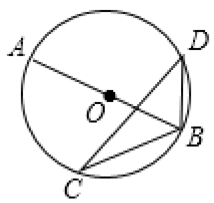
$\therefore r_{最小值}=8-4=4$，$r_{最大值}=8+4=12$．

$\therefore r$ 的取值范围是 $4<r<12$．

故选：A．



7．（2019 秋•高邮市期末）如图，已知 AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C，D 在 $\odot O$ 上，若 $\angle BCD=28^{\circ}$，则 $\angle ABD=($　　$)$



A．72°　　B．56°　　C．62°　　D．52°

【分析】根据直径所对的圆周角是直角得到 $\angle ADB=90^{\circ}$，根据圆周角定理求出 $\angle BAD$，再利用直角三角形

两锐角互余解答即可．

【解析】连接 AD ．

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

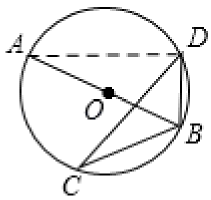
$\therefore \angle ADB=90^{\circ}$ ，

$\because \angle BCD=28^{\circ}$ ，

$\therefore \angle BAD=28^{\circ}$ ，

$\therefore \angle ABD=90^{\circ}-\angle BAD=62^{\circ}$ ，

故选： C ．



8．（2020•奉贤区三模）在直角坐标平面内，点 A 的坐标为 $(1,0)$ ，点 B 的坐标为 $(a,0)$ ，圆 A 的半径为 2．下列说法中不正确的是(　　)

A．当 $a=-1$ 时，点 B 在圆 A 上　　　　B．当 $a<1$ 时，点 B 在圆 A 内

C．当 $a<-1$ 时，点 B 在圆 A 外　　　　D．当 $-1<a<3$ 时，点 B 在圆 A 内

【分析】画出图形，根据 A 的坐标和圆 A 的半径求出圆与 x 轴的交点坐标，根据已知和交点坐标即可求出答案．

【解析】如图：

$\because A(1,0)$ ， $\odot A$ 的半径是 2，

$\therefore AC=AE=2$ ，

$\therefore OE=1$ ， $OC=3$ ，

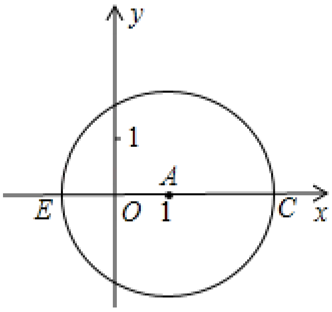
A 、当 $a=-1$ 时，点 B 在 E 上，即 B 在 $\odot A$ 上，正确，故本选项不合题意；

B 、当 $a=-3$ 时， B 在 $\odot A$ 外，即说当 $a<1$ 时，点 B 在圆 A 内错误，故本选项符合题意；

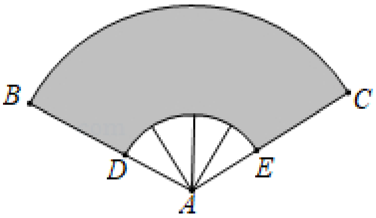
C 、当 $a<-1$ 时， $AB>2$ ，即说点 B 在圆 A 外正确，故本选项不合题意；

D 、当 $-1<a<3$ 时， B 在 $\odot A$ 内正确，故本选项不合题意；

故选： B ．



9.（2019 秋•龙岗区期末）扇子是引风用品，夏令营必备之物，纸扇在 DE 与 BC 之间糊有纸条，可以题字或者作画．如图，竹条 AD 的长为 $5cm$，贴纸的部分 BD 的长为 $10cm$．扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条 AB，AC 夹角为 $120°$，则纸扇贴纸部分的面积为(　　)



A．$\dfrac{225}{3}\pi cm^2$　　B．$\dfrac{100}{3}\pi cm^2$　　C．$\dfrac{200}{3}\pi cm^2$　　D．$100\pi cm^2$

【分析】贴纸部分的面积等于扇形 ABC 减去小扇形 ADE 的面积，已知圆心角的度数为 $120°$，扇形的半径为 $30cm$ 和 $10cm$，可根据扇形的面积公式求出贴纸部分的面积．

【解析】设 $AB=R$，$AD=r$，

则 $S_{贴纸}=\dfrac{1}{3}\pi R^2-\dfrac{1}{3}\pi r^2$

$=\dfrac{1}{3}\pi(R^2-r^2)$

$=\dfrac{1}{3}\pi(R+r)(R-r)$

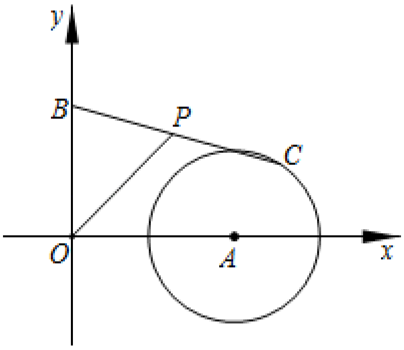
$=\dfrac{1}{3}\times(15+5)\times(15-5)\pi$

$=\dfrac{200}{3}\pi(cm^2)$．

答：贴纸部分的面积为 $\dfrac{200}{3}\pi cm^2$．

故选：C．

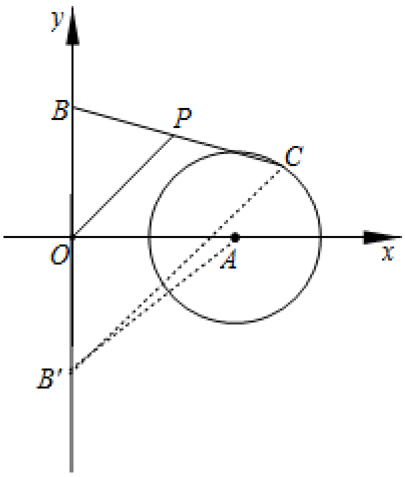
10.（2019 秋•南充期末）如图，在直角坐标系中，$\odot A$ 的半径为 2，圆心坐标为 $(4,0)$，y 轴上有点 $B(0,3)$，点 C 是 $\odot A$ 上的动点，点 P 是 BC 的中点，则 OP 的范围是(　　)



A．$\frac{3}{2}\leqslant OP\leqslant \frac{7}{2}$　　B．$2\leqslant OP\leqslant 4$　　C．$\frac{5}{2}\leqslant OP\leqslant \frac{9}{2}$　　D．$3\leqslant OP\leqslant 4$

【分析】如图，在 y 轴上取点 $B'(0,-3)$，连接 $B'C$，$B'A$，由勾股定理可求 $B'A=5$，由三角形中位线定理可求 $B'C=2OP$，当点 C 在线段 $B'A$ 上时，$B'C$ 的长度最小值 $=5-2=3$，当点 C 在线段 $B'A$ 的延长线上时，$B'C$ 的长度最大值 $=5+2=7$，即可求解．

【解析】如图，在 y 轴上取点 $B'(0,-3)$，连接 $B'C$，$B'A$，



$\because$ 点 $B(0,3)$，$B'(0,-3)$，点 $A(4,0)$，

$\therefore OB=OB'=3$，$OA=4$，

$\therefore B'A=\sqrt{OA^2+B'O^2}=\sqrt{9+16}=5$，

$\because$ 点 P 是 BC 的中点，

$\therefore BP=PC$，

$\because OB=OB'$，$BP=PC$，

$\therefore B'C=2OP$，

当点 C 在线段 $B'A$ 上时，$B'C$ 的长度最小值 $=5-2=3$，

当点 C 在线段 $B'A$ 的延长线上时，$B'C$ 的长度最大值 $=5+2=7$，

$\therefore \frac{3}{2} \leqslant OP \leqslant \frac{7}{2}$，

故选：A．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）请把答案直接填写在横线上

11．（2021•虹口区二模）如果正六边形的边长是 1，那么它的边心距是__$\frac{\sqrt{3}}{2}$__．

【分析】根据正六边形的中心角为$60°$以及正六边形边心距的性质解直角三角形ΔOBG可得结论．

【解析】$\because ABCDDEF$为正六边形，

$\therefore \angle BOC = 360° \div 6 = 60°$，$OG \perp BC$．

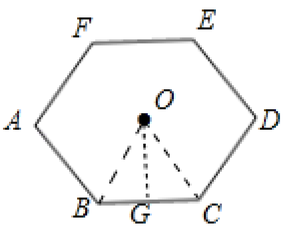
$\therefore \angle BOG = \frac{1}{2}\angle BOC = 30°$．

在 RtΔBOG 中，$\cos\angle BOG = \frac{OG}{OB}$．

$\because OB = 1$，

$\therefore OG = OB \cdot \cos\angle BOG = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$．

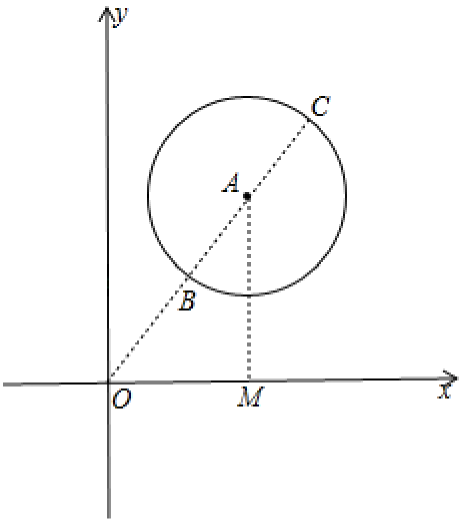
故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$．



12．（2021•浦东新区模拟）已知在平面直角坐标系xOy中，点A的坐标为$(3,4)$，以 2 为半径的圆A与以r为半径的圆O相交，那么圆O的半径r的取值范围是__$3 < r < 7$__．

【分析】作直线OA，交$\odot A$于B，C，过A作$AM \perp x$轴于M，根据勾股定理求出OA，求出OB和OC，再根据两圆相交得出答案即可．

【解析】如图，作直线OA，交$\odot A$于B，C，过A作$AM \perp x$轴于M，



$\because$ 点 A 的坐标为 $(3,4)$，

$\therefore AM=4$， $OM=3$，

由勾股定理得： $OA=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

$\because \odot A$ 的半径是 2，

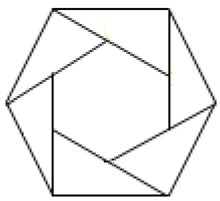
$\therefore OB=5-2=3$， $OC=5+2=7$，

$\because$ 以 2 为半径的圆 A 与以 r 为半径的圆 O 相交，

$\therefore 3<r<7$，

故答案为： $3<r<7$.

13．（2021•上海）六个带 30 度角的直角三角板拼成一个正六边形，直角三角板的最短边为 1，求中间正六边形的面积 __$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$__.



【分析】利用 $\Delta ABG\cong\Delta BCH$ 得到 $AG=BH$，再根据含 30 度的直角三角形三边的关系得到 $BG=2AG$，接着证明 $HG=AG$ 可得结论.

【解析】如图， $\because \Delta ABG\cong\Delta BCH$，

$\therefore AG=BH$，

$\because \angle ABG=30^\circ$，

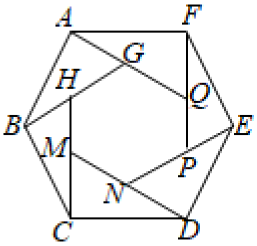
$\therefore BG=2AG$，

即 $BH+HG=2AG$，

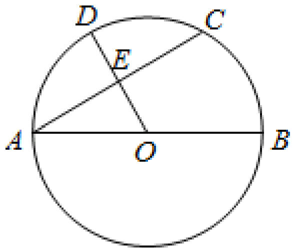
$\therefore HG=AG=1$，

$\therefore$ 中间正六边形的面积 $=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times1^2=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，

故答案为：$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$．



14．（2021•宝山区二模）如图，AB 是圆 O 的直径，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{CB}$，$AC$ 与 OD 交于点 E．如果 $AC=3$，那么 DE 的长为__$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$__．



【分析】根据 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{CB}$，可得 $\angle AOD=60^\circ$，$OD\perp AC$，$AE=CE=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{3}{2}$，再根据含 30 度角的直角三角形即可求出结果．

【解析】$\because \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{CB}$，

$\therefore \angle AOD=60^\circ$，$OD\perp AC$，$AE=CE=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{3}{2}$，

$\therefore \angle A=30^\circ$，

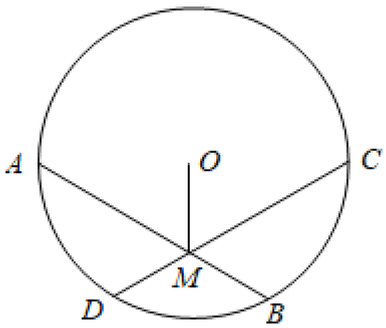
$\therefore OE=AE\cdot\tan30^\circ=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore OA=OD=2OE=\sqrt{3}$，

$\therefore DE=OD-OE=\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

故答案为：$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

15．（2021•青浦区二模）如图，在半径为 2 的 $\odot O$ 中，弦 AB 与弦 CD 相交于点 M，如果 $AB=CD=2\sqrt{3}$，$\angle AMC=120^\circ$，那么 OM 的长为__$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$__．



【分析】根据圆心角、弦、弧、弦心距之间的关系以及勾股定理可求出OE、OF，再利用全等三角形可求出$\angle OME=60^{\circ}$，进而利用直角三角形的边角关系求解即可．

【解析】如图，过点O作$OE\perp AB$，$OF\perp CD$，垂足为E、F，连接OA，

则$AE=BE=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{3}$，$CF=DF=\dfrac{1}{2}CD=\sqrt{3}$，

在$Rt\Delta AOE$中，

$\because OA=2$，$AE=\sqrt{3}$，

$\therefore OE=\sqrt{OA^{2}-AE^{2}}=1$，

$\because AB=CD$，

$\therefore OE=OF=1$，

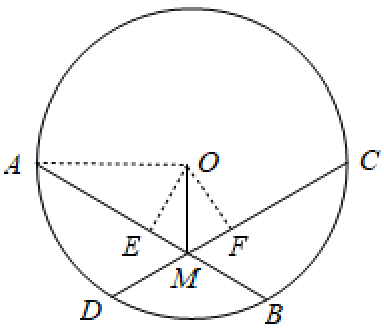
又$\because OM=OM$，

$\therefore Rt\Delta OEM\cong Rt\Delta OFM(HL)$，

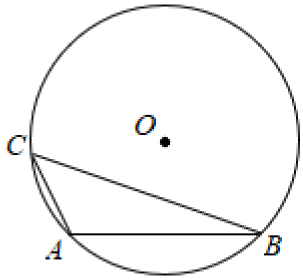
$\therefore \angle OME=\angle OMF=\dfrac{1}{2}\angle AMC=60^{\circ}$，

$\therefore OM=\dfrac{OE}{\sin 60^{\circ}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

故答案为：$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$．



16．（2021•奉贤区二模）如图，$\odot O$的半径为6，如果弦AB是$\odot O$内接正方形的一边，弦AC是$\odot O$内接正十二边形的一边，那么弦BC的长为__ $6\sqrt{3}$ __．



【分析】连接 OA、OB、OC，作 $OD\perp BC$ 于点 D，根据 AB 是 $\odot O$ 内接正方形的一边，弦 AC 是 $\odot O$ 内接正十二边形的一边得到 $\angle AOB=\dfrac{360^\circ}{4}=90^\circ$，$\angle AOC=\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$，从而得到 $\angle BOC=\angle AOB+\angle AOC=90^\circ+30^\circ=120^\circ$，然后求得 BC 的长即可.

【解析】连接 OA、OB、OC，作 $OD\perp BC$ 于点 D，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 内接正方形的一边，弦 AC 是 $\odot O$ 内接正十二边形的一边，

$\therefore \angle AOB=\dfrac{360^\circ}{4}=90^\circ$，$\angle AOC=\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$，

$\therefore \angle BOC=\angle AOB+\angle AOC=90^\circ+30^\circ=120^\circ$，

$\because OC=OB$，

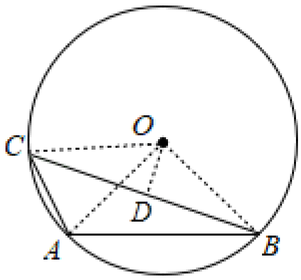
$\therefore \angle OCD=\angle OBC=30^\circ$，

$\because OC=6$，

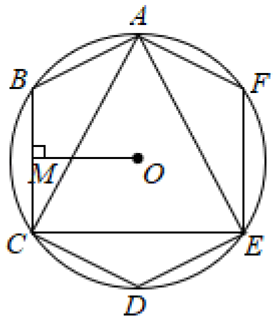
$\therefore CD=OC\cos 30^\circ=3\sqrt{3}$，

$\therefore BC=2CD=6\sqrt{3}$，

故答案为：$6\sqrt{3}$.

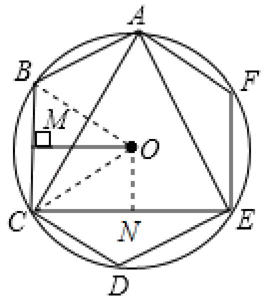


17.（2021•泉州模拟）如图，已知 $\odot O$ 的内接正六边形 $ABCDEF$ 的边心距 $OM=2cm$，则该圆的内接正三角形 ACE 的边长为__4__ cm.



【分析】连接 OC、OB，过 O 作 $ON \perp CE$ 于 N，证出 ΔCOB 是等边三角形，根据锐角三角函数的定义求解即可．

【解析】如图所示，连接 OC、OB，过 O 作 $ON \perp CE$ 于 N，



$\because$ 多边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

$\therefore \angle COB = 60^\circ$，

$\because OC = OB$，

$\therefore \Delta COB$ 是等边三角形，

$\therefore \angle OCM = 60^\circ$，

$\therefore OM = OC \cdot \sin\angle OCM$，

$\therefore OC = \dfrac{OM}{\sin 60^\circ} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}(cm)$，

$\because \angle OCN = 30^\circ$，

$\therefore ON = \dfrac{1}{2}OC = \dfrac{2\sqrt{3}}{2}(cm)$，

$\therefore CE = 2CN = 4(cm)$．

故答案为 4．

18．（2021•鄂城区一模）如图，$\odot O$ 的半径 $OA = 3$，点 B 是 $\odot O$ 上的动点（不与点 A 重合），过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BC，且 $BC = OA$，连接 OC，AC．当 ΔOAC 是直角三角形时，其斜边长为 __$3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{2}$__．