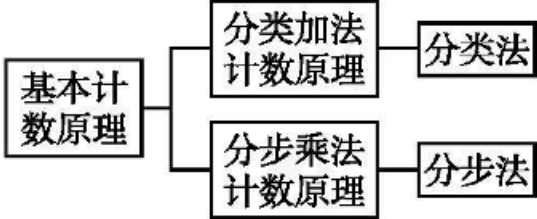


# 北师大版同步教材参考课件

## 计数原理



课标阐释	思维脉络
<p>1.了解分类加法计数原理、分步乘法计数原理及其意义.</p> <p>2.能准确应用两个计数原理解决一些简单的实际问题.</p>	 <pre>graph LR; A[基本计数原理] --- B[分类加法计数原理]; A --- C[分步乘法计数原理]; B --- D[分类法]; C --- E[分步法]</pre>



青岛是一座美丽的海滨城市,空气清新,海水清澈,海岸线绵长.在海滨城市边吃海鲜边吹海风很惬意,城市生活也很悠闲.小明决定“五一”期间从枣庄坐火车到济南,再于次日乘汽车到青岛旅游,一天中火车有3班,汽车有2班,他将如何安排行程?

## 一、分类加法计数原理

### 原理内容

完成一件事,如果有 $n$ 类办法,且:第一类办法中有 $m_1$ 种不同的方法,第二类办法中有 $m_2$ 种不同的方法.....第 $n$ 类办法中有 $m_n$ 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_n$ 种不同的方法.

### 利用分类加法计数原理解题的注意事项

- (1)明确题目中所指的“完成一件事”是什么事,完成这件事可以有哪些办法,怎么才算是完成这件事.
- (2)完成这件事的 $n$ 类办法,无论用哪类办法中的哪种方法都可以单独完成这件事,而不需要用到其他的方法.
- (3)确立恰当的分类标准,准确地对“完成这件事的办法”进行分类,要求每一种方法必属于某一类办法,不同类办法的任意两种方法不同,也就是分类必须既不重复也不遗漏.从集合的角度看,若完成一件事分 $A, B$ 两类办法,则 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = I$ ( $I$ 表示全集).

## 微思考

分类加法计数原理有什么特点?

**提示:**(1)各种方法之间相互独立,都能独立完成这件事,只需将各种方法相加.

(2)首先要根据具体的问题确定一个分类标准,在标准下进行分类,然后对每类办法计数.

## 微练习

某学生去书店,发现两本好书,决定至少买其中一本,其购买方法共有( )

A.1种 B.2种 C.3种 D.4种

**解析:**有两类不同的办法:买一本或两本,各类购买方法依次有2种或1种,故购买方法共有 $2+1=3$ 种.故选C.

**答案:**C

## 二、分步乘法计数原理

### 原理内容

完成一件事,如果需要分成 $n$ 个步骤,且:做第一步有 $m_1$ 种不同的方法,做第二步有 $m_2$ 种不同的方法……做第 $n$ 步有 $m_n$ 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$ 种不同的方法.

## 利用分步乘法计数原理解题的注意事项

- (1)明确题目中所指的“完成一件事”是什么事,完成这件事需要几步.
- (2)完成这件事需要分成若干个步骤,只有每个步骤都完成了,才算完成这件事,无论缺少哪一步,这件事都不可能完成.
- (3)根据题意正确分步,要求各步之间必须连续,只有按照这几步逐一去做,才能完成这件事,各步之间既不能重复也不能遗漏.
- (4)对于同一个题目,标准不同,分步也不同.分步的基本要求:一是完成一件事,必须且只需连续做完几步,既不漏步也不重步;二是不同步骤的方法不能互相替代.



## 微思考

分步乘法计数原理有什么特点?

**提示:**分步乘法计数原理的特点是每一步中都要使用一种方法才能完成要做的事情,概括地说是分步到达、相互联系.

## 微练习

一个袋子里装有7张不同的中国移动手机卡,另一个袋子里装有8张不同的中国联通手机卡,某人想得到一张中国移动卡和一张中国联通卡,供自己今后使用,则不同的取法种数为( )

A. $7^8$     B.15    C. $8^7$     D.56

**解析:**由分步乘法计数原理知,有 $7 \times 8 = 56$ 种不同的取法.

**答案:**D

## 三、两个原理的联系与区别

### 1. 联系

分类加法计数原理和分步乘法计数原理都是解决计数问题最基本、最重要的方法.

## 2. 区别

	分类加法计数原理	分步乘法计数原理
区别一	完成一件事共有 $n$ 类办法,关键词是“分类”	完成一件事共有 $n$ 个步骤,关键词是“分步”
区别二	每类办法中的每种方法都能独立地完成这件事,它是独立的、一次的且每种方法得到的都是最后结果,只需一种方法就可完成这件事	除最后一步外,其他每步得到的只是中间结果,任何一步都不能独立完成这件事,缺少任何一步也不能完成这件事,只有各个步骤都完成了,才能完成这件事
区别三	各类办法之间是互斥的、并列的、独立的	各步之间是关联的、独立的,“关联”确保不遗漏,“独立”确保不重复

(1)两个原理的区别在于“分类”与“分步”.

若完成一件事需“分类思考”,且这 $n$ 类办法是相互独立的,无论用哪一类办法中的哪一种方法都能单独完成这件事,则用分类加法计数原理.

若完成这件事需分为 $n$ 个步骤,且这 $n$ 个步骤相互依存,具有连续性,当且仅当这 $n$ 个步骤依次全都完成后,这件事才完成,则用分步乘法计数原理.

(2)处理具体问题时要注意两点:一是合理分类,准确分步.分类时,要不重不漏;分步时,要合理设计步骤、顺序,使各步互不干扰.对于一些较复杂的题目,往往既要分类又要分步.

二是特殊优先,一般在后.解含有特殊元素、特殊位置的计数问题时,应优先安排特殊元素,优先确定特殊位置,再考虑其他元素与其他位置.

## 微练习

某外语组有9人,每人至少会英语和日语中的一门,其中7人会英语,3人会日语,从中选出会英语和日语的各一人到边远地区支教,有多少种不同的选法?

**解:**由题意知,有1人既会英语又会日语,6人只会英语,2人只会日语.

方法一:分两类.

第一类:从只会英语的6人中选1人有6种选法,从会日语的3人中选1人有3种选法.此时共有 $6 \times 3 = 18$ (种)选法.

第二类:从“全能”的人中选1人有1种选法,从只会日语的2人中选1人有2种选法,此时有 $1 \times 2 = 2$ (种)选法.所以由分类加法计数原理知,共有 $18 + 2 = 20$ (种)选法.

方法二:设既会英语又会日语的人为甲,则甲有入选和入选两类情形,入选后又分两种情况:(1)教英语;(2)教日语.

第一类:甲入选.

(1)甲教英语,再从只会日语的2人中选1人,由分步乘法计数原理,有 $1 \times 2 = 2$ (种)选法;

(2)甲教日语,再从只会英语的6人中选1人,由分步乘法计数原理,有 $1 \times 6 = 6$ (种)选法.故甲入选的不同选法共有 $2 + 6 = 8$ (种).

第二类:甲不入选.

可分两步:第一步,从只会英语的6人中选1人有6种选法;第二步,从只会日语的2人中选1人有2种选法.由分步乘法计数原理,有 $6 \times 2 = 12$ (种)不同的选法.综上,共有 $8 + 12 = 20$ (种)不同的选法.

## 利用分类加法计数原理解题

**例1** 在所有的两位数中,个位数字比十位数字大的两位数有多少个?

分析 根据情况安排个位、十位上的数字.先确定分类标准,再求出每一类的个数,最后得出结论.

**解:**方法一:分析个位数,可分以下几类:

个位是9,则十位可以是1,2,3,⋯,8中的一个,故有8个;

个位是8,则十位可以是1,2,3,⋯,7中的一个,故有7个;

同理,个位是7的有6个;个位是6的有5个;⋯⋯;个位是2的只有1个.

由分类加法计数原理知,满足条件的两位数有

$$1+2+3+4+5+6+7+8=36(\text{个}).$$

方法二:按十位数上的数字分别是1,2,3,4,5,6,7,8的情况分成8类,在每一类中满足题目条件的两位数分别有8个,7个,6个,5个,4个,3个,2个,1个,由分类加法计数原理知,符合题意的两位数共有 $8+7+6+5+4+3+2+1=36$ (个).



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/126131141210010240>