

南充市二〇二四年初中学业水平考试

数学试题

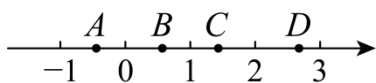
(满分 150 分，时间 120 分钟)

注意事项：

1. 答题前将姓名、座位号、身份证号、准考证号填在答题卡指定位置；
2. 所有解答内容均须涂、写在答题卡上；
3. 选择题须用 2B 铅笔将答题卡相应题号对应选项涂黑，若需改动，须擦净另涂；
4. 填空题、解答题在答题卡对应题号位置用 0.5 毫米黑色字迹笔书写。

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分）每小题都有代号为 A, B, C, D 四个答案选项，其中只有一个是正确的。请根据正确选项的代号填涂答题卡对应位置，填涂正确记 4 分，不涂、错涂或多涂记 0 分。

1. 如图，数轴上表示 $\sqrt{2}$ 的点是（ ）

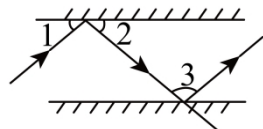


- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D

2. 学校举行篮球技能大赛，评委从控球技能和投球技能两方面为选手打分，各项成绩均按百分制计，然后再按控球技能占 60%，投球技能占 40% 计算选手的综合成绩（百分制人选手李林控球技能得 90 分，投球技能得 80 分。李林综合成绩为（ ）

- A. 170 分 B. 86 分 C. 85 分 D. 84 分

3. 如图，两个平面镜平行放置，光线经过平面镜反射时， $\angle 1 = \angle 2 = 40^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为（ ）

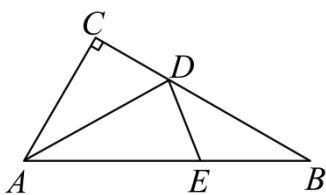


- A. 80° B. 90° C. 100° D. 120°

4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^8 \div a^4 = a^2$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(3a^2)^3 = 27a^6$

5. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $BC = 6$ ， AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D ，点 E 为边 AB 上一点，则线段 DE 长度的最小值为（ ）



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

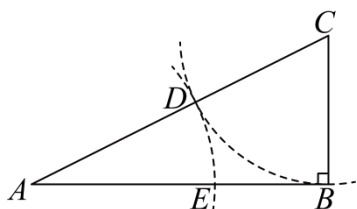
6. 我国古代《算法统宗》里有这样一首诗：“我问开店李三公，众客都来到店中，一房七客多七客，一房九客一房空。”诗中后两句的意思是：如果每一间客房住7人，那么有7人无房住；如果每一间客房住9人，那么就空出一间客房。设该店有客房 x 间、房客 y 人，下列方程组中正确的是（ ）

- A. $\begin{cases} 7x+7=y \\ 9(x-1)=y \end{cases}$ B. $\begin{cases} 7x+7=y \\ 9(x+1)=y \end{cases}$ C. $\begin{cases} 7x-7=y \\ 9(x-1)=y \end{cases}$ D. $\begin{cases} 7x-7=y \\ 9(x+1)=y \end{cases}$

7. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 5 \\ x < m+1 \end{cases}$ 的解集为 $x < 3$ ，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m > 2$ B. $m \geq 2$ C. $m < 2$ D. $m \leq 2$

8. 如图，已知线段 AB ，按以下步骤作图：①过点 B 作 $BC \perp AB$ ，使 $BC = \frac{1}{2}AB$ ，连接 AC ；②以点 C 为圆心，以 BC 长为半径画弧，交 AC 于点 D ；③以点 A 为圆心，以 AD 长为半径画弧，交 AB 于点 E 。若 $AE = mAB$ ，则 m 的值为（ ）

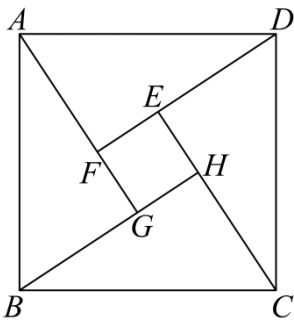


- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ C. $\sqrt{5}-1$ D. $\sqrt{5}-2$

9. 当 $2 \leq x \leq 5$ 时，一次函数 $y = (m+1)x + m^2 + 1$ 有最大值 6，则实数 m 的值为（ ）

- A. -3 或 0 B. 0 或 1 C. -5 或 -3 D. -5 或 1

10. 如图是我国汉代赵爽在注解《周髀算经》时给出的，人们称它为“赵爽弦图”，它是由四个全等的直角三角形和一个小正方形组成。在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 10$ 。下列三个结论：①若 $\tan \angle ADF = \frac{3}{4}$ ，则 $EF = 2$ ；②若 $\text{Rt}\triangle ABG$ 的面积是正方形 $EFGH$ 面积的 3 倍，则点 F 是 AG 的三等分点；③将 $\triangle ABG$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ADG'$ ，则 BG' 的最大值为 $5\sqrt{5} + 5$ 。其中正确的结论是（ ）



A. ①②

B. ①③

C. ②③

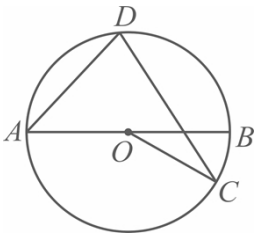
D. ①②③

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）请将答案填在答题卡对应的横线上.

11. 计算 $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b}$ 的结果为_____.

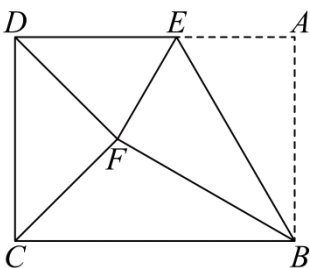
12. 若一组数据 6, 6, m , 7, 7, 8 的众数为 7, 则这组数据的中位数为_____.

13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 位于 AB 两侧的点 C, D 均在 $\odot O$ 上, $\angle BOC = 30^\circ$, 则 $\angle ADC =$ _____度.



14. 已知 m 是方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 的一个根, 则 $(m+5)(m-1)$ 的值为_____.

15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 AD 边上一点, $\angle ABE = 30^\circ$, 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠得 $\triangle FBE$, 连接 CF, DF , 若 CF 平分 $\angle BCD$, $AB = 2$, 则 DF 的长为_____.



16. 已知抛物线 $C_1: y = x^2 + mx + m$ 与 x 轴交于两点 A, B (A 在 B 的左侧), 抛物线

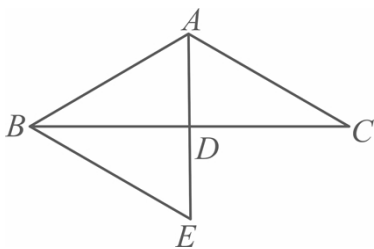
$C_2: y = x^2 + nx + n$ ($m \neq n$) 与 x 轴交于两点 C, D (C 在 D 的左侧), 且 $AB = CD$. 下列四个结论 ① C_1

与 C_2 交点为 $(-1,1)$ ；② $m+n=4$ ；③ $mn>0$ ；④ A, D 两点关于 $(-1,0)$ 对称. 其中正确的结论是 _____. (填写序号)

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 86 分) 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 先化简, 再求值: $(x+2)^2 - (x^3 + 3x) \div x$, 其中 $x = -2$.

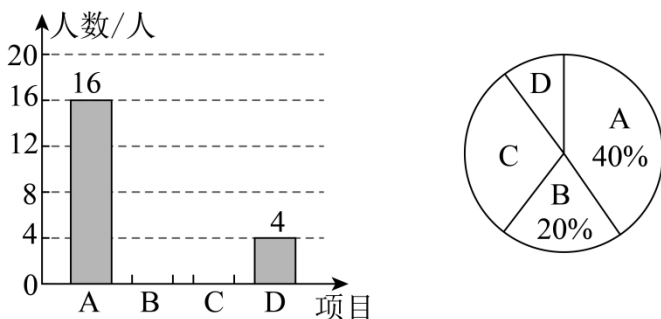
18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为 BC 边的中点, 过点 B 作 $BE \parallel AC$ 交 AD 的延长线于点 E .



(1) 求证: $\triangle BDE \cong \triangle CDA$.

(2) 若 $AD \perp BC$, 求证: $BA = BE$

19. 某研学基地开设有 A, B, C, D 四类研学项目. 为了解学生对四类研学项目的喜爱情况, 随机抽取部分参加完研学项目的学生进行调查统计 (每名同学必须选择一项, 并且只能选择一项), 并将调查结果绘制成两幅不完整的统计图, (如图).



根据图中信息, 解答下列问题:

(1) 参加调查统计的学生中喜爱 B 类研学项目有多少人? 在扇形统计图中, 求 C 类研学项目所在扇形的圆心角的度数.

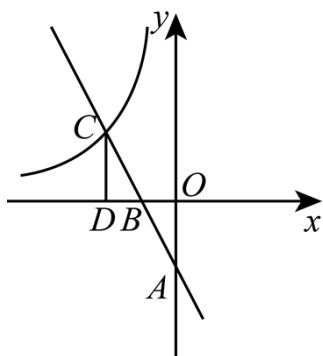
(2) 从参加调查统计喜爱 D 类研学项目的 4 名学生 (2 名男生 2 名女生) 中随机选取 2 人接受访谈, 求恰好选中一名男生一名女生的概率.

20. 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - 2kx + k^2 - k + 1 = 0$ 的两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围.

(2) 若 $k < 5$, 且 k, x_1, x_2 都是整数, 求 k 的值.

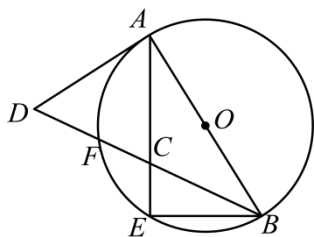
21. 如图, 直线 $y = kx + b$ 经过 $A(0, -2), B(-1, 0)$ 两点, 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ ($x < 0$) 交于点 $C(a, 2)$.



(1) 求直线和双曲线的解析式.

(2) 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D , 点 P 在 x 轴上, 若以 O, A, P 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似, 直接写出点 P 的坐标.

22. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, AE 是弦, 点 F 是 $\overset{\frown}{AE}$ 上一点, $AF = BE$, AE, BF 交于点 C , 点 D 为 BF 延长线上一点, 且 $\angle CAD = \angle CDA$.



(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $BE = 4, AD = 2\sqrt{5}$, 求 $\odot O$ 的半径长.

23. 2024 年“五一”假期期间, 阆中古城景区某特产店销售 A, B 两类特产. A 类特产进价 50 元/件, B 类特产进价 60 元/件. 已知购买 1 件 A 类特产和 1 件 B 类特产需 132 元, 购买 3 件 A 类特产和 5 件 B 类特产需 540 元.

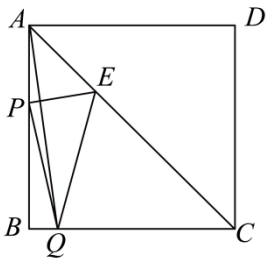
(1) 求 A 类特产和 B 类特产每件的售价各是多少元?

(2) A 类特产供货充足, 按原价销售每天可售出 60 件. 市场调查反映, 若每降价 1 元, 每天可多售出 10 件 (每件售价不低于进价). 设每件 A 类特产降价 x 元, 每天的销售量为 y 件, 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.

(3) 在 (2) 的条件下, 由于 B 类特产供货紧张, 每天只能购进 100 件且能按原价售完. 设该店每天销售这两类特产的总利润为 w 元, 求 w 与 x 的函数关系式, 并求出每件 A 类特产降价多少元时总利润 w 最大, 最大利润是多少元? (利润 = 售价 - 进价)

24. 如图, 正方形 $ABCD$ 边长为 6cm, 点 E 为对角线 AC 上一点, $CE = 2AE$, 点 P 在 AB 边上以 1cm/s

的速度由点 A 向点 B 运动，同时点 Q 在 BC 边上以 2cm/s 的速度由点 C 向点 B 运动，设运动时间为 t 秒 ($0 < t \leq 3$)。



- (1) 求证: $\triangle AEP \sim \triangle CEQ$.
- (2) 当 $\triangle EPQ$ 是直角三角形时, 求 t 的值.
- (3) 连接 AQ , 当 $\tan \angle AQE = \frac{1}{3}$ 时, 求 $\triangle AEQ$ 的面积.

25. 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$.

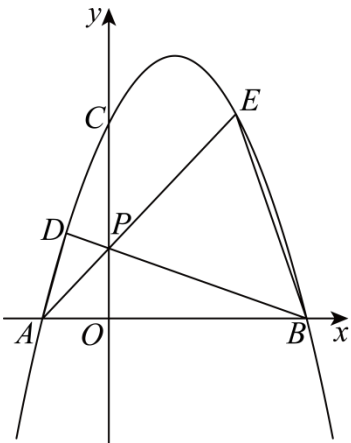


图1

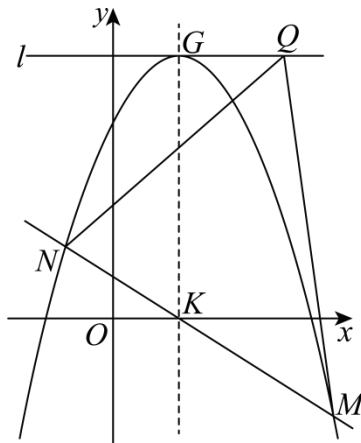


图2

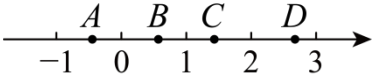
- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 如图1, 抛物线与 y 轴交于点 C , 点 P 为线段 OC 上一点 (不与端点重合), 直线 PA , PB 分别交抛物线于点 E , D , 设 $\triangle PAD$ 面积为 S_1 , $\triangle PBE$ 面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值;
- (3) 如图2, 点 K 是抛物线对称轴与 x 轴的交点, 过点 K 的直线 (不与对称轴重合) 与抛物线交于点 M , N , 过抛物线顶点 G 作直线 $l \parallel x$ 轴, 点 Q 是直线 l 上一动点. 求 $QM + QN$ 的最小值.

参考答案

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分) 每小题都有代号为 A , B , C , D

四个答案选项，其中只有一个是正确的。请根据正确选项的代号填涂答题卡对应位置，填涂正确记 4 分，不涂、错涂或多涂记 0 分。

1. 如图，数轴上表示 $\sqrt{2}$ 的点是 ()



- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了实数与数轴，无理数的估算。先估算出 $\sqrt{2}$ 的范围，再找出符合条件的数轴上的点即可。

【详解】解：∵ $1 < \sqrt{2} < 2$ ，

∴ 数轴上表示 $\sqrt{2}$ 的点是点 C，

故选：C。

2. 学校举行篮球技能大赛，评委从控球技能和投球技能两方面为选手打分，各项成绩均按百分制计，然后再按控球技能占 60%，投球技能占 40% 计算选手的综合成绩（百分制人选手李林控球技能得 90 分，投球技能得 80 分。李林综合成绩为 ()

- A. 170 分 B. 86 分 C. 85 分 D. 84 分

【答案】B

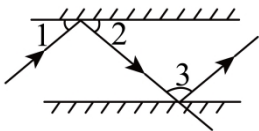
【解析】

【分析】本题考查求加权平均数，利用加权平均数的计算方法，进行求解即可。

【详解】解： $90 \times 60\% + 80 \times 40\% = 86$ （分）；

故选 B。

3. 如图，两个平面镜平行放置，光线经过平面镜反射时， $\angle 1 = \angle 2 = 40^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为 ()



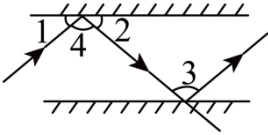
- A. 80° B. 90° C. 100° D. 120°

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查利用平行线的性质求角的度数，平角的定义求出 $\angle 4$ 的度数，再根据平行线的性质，即可得出结果.

【详解】解： $\because \angle 1 = \angle 2 = 40^\circ$ ，



$$\therefore \angle 4 = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 100^\circ,$$

\because 两个平面镜平行放置，

\therefore 经过两次反射后的光线与入射光线平行，

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 100^\circ;$$

故选 C.

4. 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 + a^3 = a^5$

B. $a^8 \div a^4 = a^2$

C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

D. $(3a^2)^3 = 27a^6$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查整式的运算，根据合并同类项，同底数幂的乘除法，积的乘方和幂的乘方法则，逐一进行判断即可.

【详解】解：A、 a^2, a^3 不能合并，原选项计算错误，不符合题意；

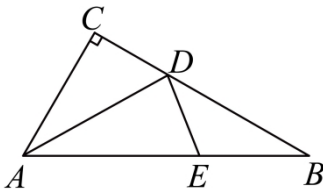
B、 $a^8 \div a^4 = a^4$ ，原选项计算错误，不符合题意；

C、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，原选项计算错误，不符合题意；

D、 $(3a^2)^3 = 27a^6$ ，原选项计算正确，符合题意；

故选 D.

5. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $BC = 6$ ， AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D ，点 E 为边 AB 上一点，则线段 DE 长度的最小值为 ()



A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查解直角三角形和角平分线的性质，垂线段最短，根据题意求得 $\angle BAC$ 和 AC ，结合角平分线的性质得到 $\angle CAD$ 和 DC ，当 $DE \perp AB$ 时，线段 DE 长度的最小，结合角平分线的性质可得 $DE = DC$ 即可。

【详解】解： $\because \angle C = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$

$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\tan \angle B = \frac{AC}{CB}$ ，解得 $AC = 2\sqrt{3}$ ，

$\because AD$ 平分 $\angle CAB$ ，

$\therefore \angle CAD = 30^\circ,$

$\therefore \tan \angle CAD = \frac{DC}{CA}$ ，解得 $DC = 2$ ，

当 $DE \perp AB$ 时，线段 DE 长度的最小，

$\because AD$ 平分 $\angle CAB$ ，

$\therefore DE = DC = 2$ 。

故选：C。

6. 我国古代《算法统宗》里有这样一首诗：“我问开店李三公，众客都来到店中，一房七客多七客，一房九客一房空。”诗中后两句的意思是：如果每一间客房住 7 人，那么有 7 人无房住；如果每一间客房住 9 人，那么就空出一间客房。设该店有客房 x 间、房客 y 人，下列方程组中正确的是（ ）

A.
$$\begin{cases} 7x + 7 = y \\ 9(x - 1) = y \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 7x + 7 = y \\ 9(x + 1) = y \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 7x - 7 = y \\ 9(x - 1) = y \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 7x - 7 = y \\ 9(x + 1) = y \end{cases}$$

【答案】A

【解析】

【分析】根据“如果每一间客房住 7 人，那么有 7 人无房住；如果每一间客房住 9 人，那么就空出一间客房”分别列出两个方程，联立成方程组即可。

【详解】根据题意有

$$\begin{cases} 7x + 7 = y \\ 9(x - 1) = y \end{cases}$$

故选：A。

【点睛】本题主要考查列二元一次方程组，读懂题意找到等量关系是解题的关键。

7. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 5 \\ x < m+1 \end{cases}$ 的解集为 $x < 3$ ，则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > 2$ B. $m \geq 2$ C. $m < 2$ D. $m \leq 2$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查根据不等式组的解集求参数的范围，先解不等式组，再根据不等式组的解集，得到关于参数的不等式，进行求解即可.

【详解】解：解 $\begin{cases} 2x-1 < 5 \\ x < m+1 \end{cases}$ ，得： $\begin{cases} x < 3 \\ x < m+1 \end{cases}$ ，

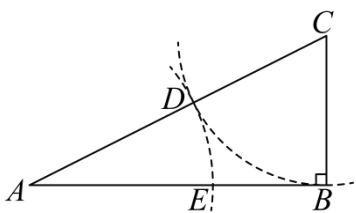
\therefore 不等式组的解集为： $x < 3$ ，

$\therefore m+1 \geq 3$ ，

$\therefore m \geq 2$ ；

故选 B.

8. 如图，已知线段 AB ，按以下步骤作图：①过点 B 作 $BC \perp AB$ ，使 $BC = \frac{1}{2}AB$ ，连接 AC ；②以点 C 为圆心，以 BC 长为半径画弧，交 AC 于点 D ；③以点 A 为圆心，以 AD 长为半径画弧，交 AB 于点 E . 若 $AE = mAB$ ，则 m 的值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ C. $\sqrt{5}-1$ D. $\sqrt{5}-2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理，根据垂直定义可得 $\angle ABC = 90^\circ$ ，再根据 $BC = \frac{1}{2}AB$ ，设 $AB = a$ ，然后在

Rt $\triangle ABC$ 中，利用勾股定理可得 $AC = \frac{\sqrt{5}}{2}a$ ，再根据题意可得： $AD = AE$ ， $CD = BC = \frac{1}{2}a$ ，从而利

用线段的和差关系进行计算，即可解答.

【详解】解：∵ $BC \perp AB$,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB, \text{ 设 } AB = a$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a,$$

$$\text{由题意得: } AD = AE, CD = BC = \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore AE = AD = AC - CD = \frac{\sqrt{5}}{2}a - \frac{1}{2}a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a,$$

$$\therefore AE = mAB,$$

$$\therefore m = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

故选：A

9. 当 $2 \leq x \leq 5$ 时，一次函数 $y = (m+1)x + m^2 + 1$ 有最大值 6，则实数 m 的值为 ()

A. -3 或 0

B. 0 或 1

C. -5 或 -3

D. -5 或 1

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数的性质，以及解一元二次方程，分两种情况，当 $m+1 > 0$ 时和当 $m+1 < 0$ ，根据一次函数性质列出关于 m 的一元二次方程，求解即可得出答案.

【详解】解：当 $m+1 > 0$ 即 $m > -1$ 时，一次函数 y 随 x 的增大而增大，

$$\therefore \text{当 } x = 5 \text{ 时, } y = 6,$$

$$\text{即 } 5(m+1) + m^2 + 1 = 6,$$

$$\text{整理得: } m^2 + 5m = 0$$

$$\text{解得: } m = 0 \text{ 或 } m = -5 \text{ (舍去)}$$

当 $m+1 < 0$ 即 $m < -1$ 时，一次函数 y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore \text{当 } x = 2 \text{ 时, } y = 6,$$

$$\text{即 } 2(m+1) + m^2 + 1 = 6,$$

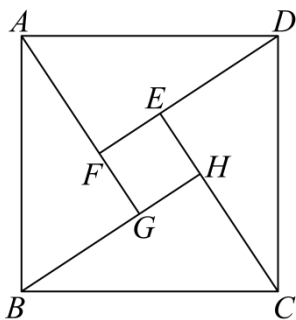
整理得： $m^2 + 2m - 3 = 0$

解得： $m = -3$ 或 $m = 1$ （舍去）

综上， $m = 0$ 或 $m = -3$ ，

故选：A

10. 如图是我国汉代赵爽在注解《周髀算经》时给出的，人们称它为“赵爽弦图”，它是由四个全等的直角三角形和一个小正方形组成. 在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 10$. 下列三个结论：①若 $\tan \angle ADF = \frac{3}{4}$ ，则 $EF = 2$ ；②若 $\text{Rt}\triangle ABG$ 的面积是正方形 $EFGH$ 面积的 3 倍，则点 F 是 AG 的三等分点；③将 $\triangle ABG$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ADG'$ ，则 BG' 的最大值为 $5\sqrt{5} + 5$. 其中正确的结论是（ ）



A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ①②③

【答案】D

【解析】

【分析】根据 $\tan \angle ADF = \frac{AF}{DF} = \frac{3}{4}$ ，设 $AF = 3x$ ，得到 $DF = 4x$ ，进而得到 $AD = 5x = AB = 10$ ，求

出 x 的值，判定①，根据 $\text{Rt}\triangle ABG$ 的面积是正方形 $EFGH$ 面积的 3 倍，求出 $AG = \frac{3}{2}BG$ ，进而得到

$FG = AG - BG = \frac{1}{3}AG$ ，判断②；旋转得到 $\angle AG'D = \angle AGB = 90^\circ$ ，进而得到点 G' 在以 AD 为直径的

半圆上，取 AD 的中点 O ，连接 BO, OG' ，得到 $BG' \leq BO + OG'$ ，判断③.

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中， $\tan \angle ADF = \frac{AF}{DF} = \frac{3}{4}$ ，

\therefore 设 $AF = 3x$ ，则： $DF = 4x$ ，

$\therefore AD = 5x = AB = 10$ ，

$$\therefore x = 2,$$

$$\therefore AF = 6, DF = 8,$$

$$\because \triangle DFA \cong \triangle AGB \cong \triangle BHC \cong \triangle CED,$$

$$\therefore DE = AF = 6,$$

$$\therefore EF = DF - DE = 2; \text{ 故①正确;}$$

若 $\text{Rt}\triangle ABG$ 的面积是正方形 $EFGH$ 面积的 3 倍, 则: $\frac{1}{2}AG \cdot BG = 3FG^2 = 3(AG - BG)^2,$

$$\therefore AG \cdot BG = 6(AG - BG)^2, \text{ 即: } 6AG^2 - 13AG \cdot BG + 6BG^2 = 0,$$

$$\therefore AG = \frac{3}{2}BG \text{ 或 } AG = \frac{2}{3}BG \text{ (舍去),}$$

$$\therefore FG = AG - BG = \frac{1}{3}AG,$$

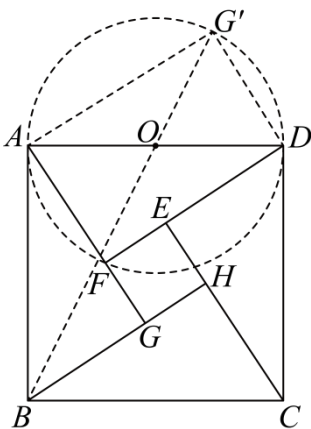
\therefore 点 F 是 AG 的三等分点; 故②正确;

\therefore 将 $\triangle ABG$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ADG',$

$$\therefore \angle AG'D = \angle AGB = 90^\circ,$$

\therefore 点 G' 在以 AD 为直径的半圆上,

取 AD 的中点 O , 连接 BO, OG' , 则: $BG' \leq BO + OG', OG' = OA = \frac{1}{2}AD = 5,$



$$\therefore BO = \sqrt{OA^2 + AB^2} = 5\sqrt{5},$$

$$\therefore BG' \leq BO + OG' = 5\sqrt{5} + 5,$$

即：BG' 的最大值为 $5\sqrt{5}+5$ ；故③正确；

故选 D.

【点睛】本题考查解直角三角形，勾股定理，旋转的性质，解一元二次方程，求圆外一点到圆上一点的最值，熟练掌握相关知识点，并灵活运用，是解题的关键.

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）请将答案填在答题卡对应的横线上.

11. 计算 $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b}$ 的结果为_____.

【答案】1

【解析】

【分析】本题主要考查了同分母分式减法运算，按照同分母减法运算法则计算即可.

【详解】解： $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = 1$,

故答案为：1.

12. 若一组数据 6, 6, m , 7, 7, 8 的众数为 7, 则这组数据的中位数为_____.

【答案】7

【解析】

【分析】本题考查众数与中位数的意义. 中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数. 众数是数据中出现最多的一个数. 根据众数的定义可得 x 的值，再依据中位数的定义即可得答案.

【详解】解：∵ 6, 6, m , 7, 7, 8 的众数为 7,

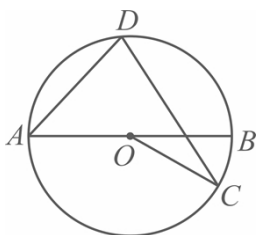
∴ $x = 7$,

把这组数据从小到大排列为：6, 6, 7, 7, 7, 8,

则中位数为 $\frac{7+7}{2} = 7$.

故答案为：7.

13. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，位于 AB 两侧的点 C, D 均在 $\odot O$ 上， $\angle BOC = 30^\circ$ ，则 $\angle ADC =$ _____度.



【答案】75

【解析】

【分析】本题考查圆周角定理，补角求出 $\angle AOC$ ，根据同弧所对的圆周角是圆心角的一半，进行求解即可。

【详解】解：∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，位于 AB 两侧的点 C, D 均在 $\odot O$ 上， $\angle BOC = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle BOC = 150^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 75^\circ;$$

故答案为：75.

14. 已知 m 是方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 的一个根，则 $(m+5)(m-1)$ 的值为_____.

【答案】-4

【解析】

【分析】本题主要考查了二元一次方程的解，以及已知式子的值求代数式的值，根据 m 是方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 的一个根，可得出 $m^2 + 4m = 1$ ，再化简代数式，整体代入即可求解.

【详解】解：∵ m 是方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 的一个根，

$$\therefore m^2 + 4m = 1$$

$$(m+5)(m-1)$$

$$= m^2 - m + 5m - 5$$

$$= m^2 + 4m - 5$$

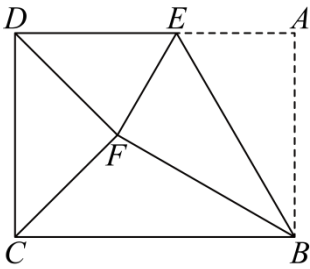
$$= 1 - 5$$

$$= -4,$$

故答案为：-4.

15. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 为 AD 边上一点， $\angle ABE = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠得 $\triangle FBE$ ，连接

CF ， DF ，若 CF 平分 $\angle BCD$ ， $AB = 2$ ，则 DF 的长为_____.

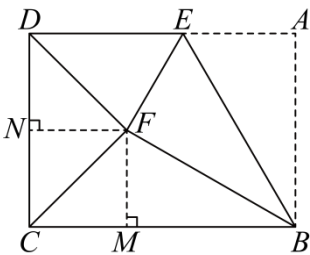


【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】过 F 作 $FM \perp BC$ 于点 M ， $FN \perp CD$ 于点 N ， $\angle CMF = \angle CNF = 90^\circ$ ，由四边形 $ABCD$ 是矩形，得 $\angle DCM = \angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = CD = 2$ ，证明四边形 $CMFN$ 是矩形，通过角平分线的性质证得四边形 $CMFN$ 是正方形，最后根据折叠的性质和勾股定理即可求解.

【详解】如图，过 F 作 $FM \perp BC$ 于点 M ， $FN \perp CD$ 于点 N ，



$$\therefore \angle CMF = \angle CNF = 90^\circ,$$

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle DCM = \angle ABC = 90^\circ, \quad AB = CD = 2,$$

\therefore 四边形 $CMFN$ 是矩形，

$\because CF$ 平分 $\angle BCD$ ，

$$\therefore FM = FN, \quad \angle DCF = \angle BCF = 45^\circ,$$

\therefore 四边形 $CMFN$ 是正方形，

由折叠性质可知： $AB = BF = 2$ ， $\angle ABE = \angle FBE = 30^\circ$ ，

$$\therefore MF = 1,$$

$$\therefore CN = NF = MF = CM = 1, \quad DN = CD - CN = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle DNF$ 中，由勾股定理得 $DF = \sqrt{NF^2 + DN^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ，

故答案为： $\sqrt{2}$.

【点睛】 本题考查了矩形的性质和判定，折叠的性质，勾股定理， 30° 所对直角边是斜边的一半，角平分线的性质，正方形的判定与性质，熟练掌握知识点的应用是解题的关键.

16. 已知抛物线 $C_1: y = x^2 + mx + m$ 与 x 轴交于两点 A, B (A 在 B 的左侧), 抛物线 $C_2: y = x^2 + nx + n (m \neq n)$ 与 x 轴交于两点 C, D (C 在 D 的左侧), 且 $AB = CD$. 下列四个结论 ① C_1 与 C_2 交点为 $(-1, 1)$; ② $m + n = 4$; ③ $mn > 0$; ④ A, D 两点关于 $(-1, 0)$ 对称. 其中正确的结论是 _____. (填写序号)

【答案】 ①②④

【解析】

【分析】 由题意得 $x^2 + mx + m = x^2 + nx + n$, 根据 $m \neq n$ 可以判断①; 令 $y = 0$ 求出

$$x = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4m}}{2}, \quad x = \frac{-n \pm \sqrt{n^2 - 4n}}{2},$$
 由 $AB = CD$ 可以判断②; 抛物线 $C_1: y = x^2 + mx + m$ 与 x

轴交于两点 A, B (A 在 B 的左侧), 抛物线 $C_2: y = x^2 + nx + n (m \neq n)$ 与 x 轴交于两点 C, D (C 在 D 的左侧), 根据根的判别式得出 $m < 0$ 或 $m > 4$, $n < 0$ 或 $n > 4$, 可以判断③, 利用两点间的距离可以判断④.

【详解】 解: ① 由题意得 $x^2 + mx + m = x^2 + nx + n$,

$$\therefore (m - n)x = n - m,$$

$$\because m \neq n,$$

$$\therefore x = -1,$$

当 $x = -1$ 时, $y = 1$,

$\therefore C_1$ 与 C_2 交点为 $(-1, 1)$, 故①正确,

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } x^2 + mx + m = 0, \text{ 解得 } x = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4m}}{2},$$

$$\therefore AB = \left| \frac{-m + \sqrt{m^2 - 4m}}{2} - \frac{-m - \sqrt{m^2 - 4m}}{2} \right| = \sqrt{m^2 - 4m},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/126221200102010152>