2024届内蒙古鄂尔多斯市第一中学高三4月调研测试（二诊）数学试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

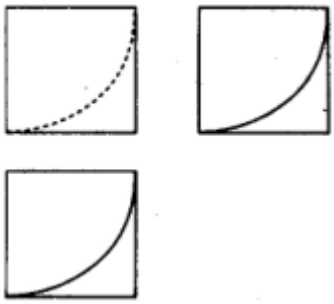
1．若$a=\log_2 3, b=\log_4 7, c=0.7^4$，则实数$a,b,c$的大小关系为（　　）

A．$a>b>c$　　B．$c>a>b$　　C．$b>a>c$　　D．$c>b>a$

2．已知双曲线$\frac{x^2}{a}+y^2=1$的一条渐近线倾斜角为$\frac{5\pi}{6}$，则$a=$（　　）

A．3　　B．$-\sqrt{3}$　　C．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．-3

3．一个几何体的三视图如图所示，正视图、侧视图和俯视图都是由一个边长为a的正方形及正方形内一段圆弧组成，则这个几何体的表面积是（　　）



A．$\left(3-\frac{\pi}{4}\right)a^2$　　B．$\left(6-\frac{\pi}{2}\right)a^2$　　C．$\left(6-\frac{\pi}{4}\right)a^2$　　D．$\left(6-\frac{3\pi}{4}\right)a^2$

4．已知集合$A=\{-2,-1,0,1\}$，$B=\{x\mid x^2\le a^2, a\in N^*\}$，若$A\subseteq B$，则$a$的最小值为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的焦距为$2c$，焦点到双曲线$C$的渐近线的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}c$，则双曲线的渐近线方程为（）

A．$y=\pm\sqrt{3}x$　　B．$y=\pm\sqrt{2}x$　　C．$y=\pm x$　　D．$y=\pm 2x$

6．从5名学生中选出4名分别参加数学，物理，化学，生物四科竞赛，其中甲不能参加生物竞赛，则不同的参赛方案种数为

A．48　　B．72　　C．90　　D．96

7．学业水平测试成绩按照考生原始成绩从高到低分为 A、B、C、D、E 五个等级．某班共有 36 名学生且全部选考物理、化学两科，这两科的学业水平测试成绩如图所示．该班学生中，这两科等级均为 A 的学生有 5 人，这两科中仅有一科等级为 A 的学生，其另外一科等级为 B，则该班（　　）

科目＼等级	A	B	C	D	E
物理	10	16	9	1	0
化学	8	19	7	2	0

A． 物理化学等级都是 B 的学生至多有 12 人

B． 物理化学等级都是 B 的学生至少有 5 人

C． 这两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生至多有 18 人

D． 这两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生至少有 1 人

8．两圆 $\left(x+a\right)^2+y^2=4$ 和 $x^2+\left(y-b\right)^2=1$ 相外切，且 $ab\neq 0$，则 $\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ 的最大值为（　　）

A． $\dfrac{9}{4}$　　**B．** 9　　**C．** $\dfrac{1}{3}$　　**D．** 1

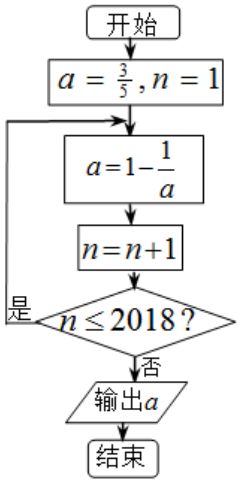
9．已知直线 $x+y=t$ 与圆 $x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$ 有公共点，则 $t\left(4-t\right)$ 的最大值为（　　）

A． 4　　**B．** $\dfrac{28}{9}$　　**C．** $\dfrac{32}{9}$　　**D．** $\dfrac{32}{7}$

10．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 是公差为 $d(d\neq 0)$ 的等差数列，且 a_1,a_3,a_6 成等比数列，则 $\dfrac{a_1}{d}=$（　　）

A． 4　　**B．** 3　　**C．** 2　　**D．** 1

11．阅读如图的程序框图，运行相应的程序，则输出的 a 的值为（　　）



A．$-\frac{2}{3}$　　B．$-\frac{3}{2}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{2}{5}$

12．盒中有 6 个小球，其中 4 个白球，2 个黑球，从中任取$i\left(i=1,2\right)$个球，在取出的球中，黑球放回，白球则涂黑后放回，此时盒中黑球的个数$X_i\left(i=1,2\right)$，则(　　)

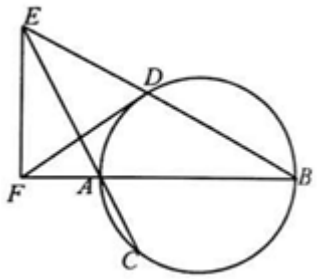
A．$P\left(X_1=3\right)>P\left(X_2=3\right)$，$EX_1>EX_2$　B．$P\left(X_1=3\right)<P\left(X_2=3\right)$，$EX_1>EX_2$

C．$P\left(X_1=3\right)>P\left(X_2=3\right)$，$EX_1<EX_2$　D．$P\left(X_1=3\right)<P\left(X_2=3\right)$，$EX_1<EX_2$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图，AB 是圆O的直径，弦BD,CA 的延长线相交于点E,EF 垂直BA 的延长线于点F．求证：

$AB^2=BE\cdot BD-AE\cdot AC$



14．在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，S为ΔABC的面积，若$c=2a\cos B$，$S=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{4}c^2$，则$\Delta ABC$的形状为_____，$C$的大小为_____.

15．经过椭圆$\frac{x^2}{2}+y^2=1$中心的直线与椭圆相交于M、N两点（点M在第一象限），过点M作x轴的垂线，垂足为点E.设直线NE与椭圆的另一个交点为P.则$\cos\angle NMP$的值是_____.

16．已知函数$f(x)=x\ln x-2a$在点$(1,f(1))$处的切线经过原点，函数$g(x)=\frac{f(x)}{x}$的最小值为m，则$m+2a=$_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设函数$f\left(x\right)=\left|x-1\right|+\left|x-a\right|\left(a\in R\right)$.

（1）当$a=4$时，求不等式$f\left(x\right)^3\ 5$的解集；

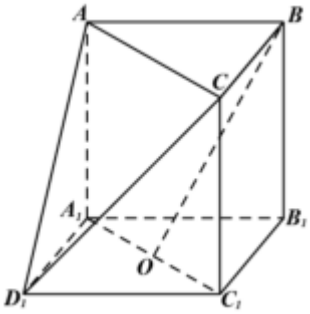
（2）若$f\left(x\right)\geq 4$对$x\in\mathbf{R}$恒成立，求a的取值范围.

18．（12 分）已知函数$f\left(x\right)=\frac{e^x}{x}$，$g\left(x\right)=2\left(x-\ln x\right)$

（Ⅰ）当$x>0$时，证明$f\left(x\right)>g\left(x\right)$；

（Ⅱ）已知点 $P\left(x,xf\left(x\right)\right)$，点 $Q(-sinx,cosx)$，设函数 $h\left(x\right)=\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$，当 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 时，试判断 $h\left(x\right)$ 的零点个数.

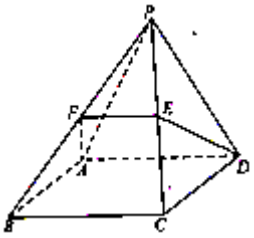
19.（12 分）将棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 截去三棱锥 D_1-ACD 后得到如图所示几何体，O 为 A_1C_1 的中点.



（1）求证：$OB//$ 平面 ACD_1；

（2）求二面角 $C-AD_1-C_1$ 的正弦值.

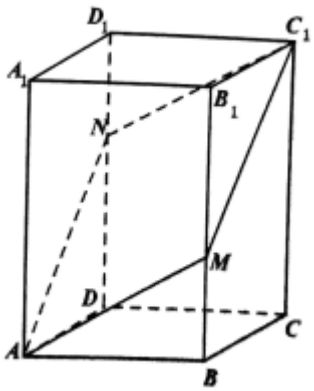
20.（12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 是矩形，$AB=\sqrt{3}$，$AD=2$，$\triangle PAD$ 为正三角形，且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，E、F 分别为 PC、PB 的中点.



（1）证明：$EF//$ 平面 PAD；

（2）求几何体 $ABCDEF$ 的体积.

21.（12 分）如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=1$，$AA_1=3$，过顶点 A，C_1 的平面与棱 BB_1，DD_1 分别交于 M，N 两点（不在棱的端点处）.

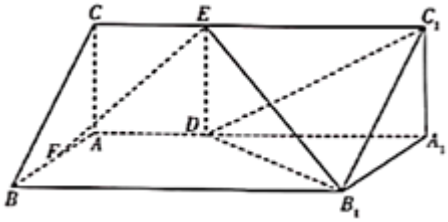


（1）求证：四边形 AMC_1N 是平行四边形；

（2）求证：AM 与 AN 不垂直；

（3）若平面 AMC_1N 与棱 BC 所在直线交于点 P，当四边形 AMC_1N 为菱形时，求 PC 长.

22.（10 分）如图所示，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 ABC，点 D，E 分别在线段 AA_1，CC_1 上，且 $AD=\frac{1}{3}AA_1$，$DE//AC$，F 是线段 AB 的中点.



（Ⅰ）求证：$EF//$ 平面 B_1C_1D；

（Ⅱ）若 $AB\perp AC$，$AB=AC$，$AA_1=3AB$，求直线 BC 与平面 B_1DE 所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

将 a 化成以 4 为底的对数，即可判断 a,b 的大小关系；由对数函数、指数函数的性质，可判断出 b,c 与 1 的大小关系，从而可判断三者的大小关系.

【详解】

依题意，由对数函数的性质可得 $a=\log_2 3=\log_4 9>b=\log_4 7$.

又因为 $c=0.7^4<0.7^0=1=\log_4 4<\log_4 7=b$，故 $a>b>c$.

故选:A.

【点睛】

本题考查了指数函数的性质，考查了对数函数的性质，考查了对数的运算性质.两个对数型的数字比较大小时，底数相同，则构造对数函数，结合对数的单调性可判断大小；若真数相同，则结合对数函数的图像或者换底公式可判断大小；若真数和底数都不相同，则可与中间值如 1,0 比较大小.

2、D

【解析】

由双曲线方程可得渐近线方程，根据倾斜角可得渐近线斜率，由此构造方程求得结果.

【详解】

由双曲线方程可知：$a<0$，渐近线方程为：$y=\pm\frac{1}{\sqrt{-a}}x$，

Q 一条渐近线的倾斜角为$\frac{5\pi}{6}$，$\therefore -\frac{1}{\sqrt{-a}}=\tan\frac{5\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，解得：$a=-3$.

故选：D.

【点睛】

本题考查根据双曲线渐近线倾斜角求解参数值的问题，关键是明确直线倾斜角与斜率的关系；易错点是忽略方程表示双曲线对于a的范围的要求.

3、C

【解析】

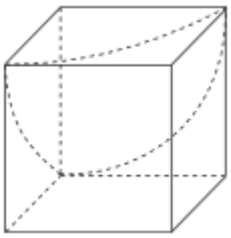
画出直观图，由球的表面积公式求解即可

【详解】

这个几何体的直观图如图所示，它是由一个正方体中挖掉$\frac{1}{8}$个球而形成的，所以它的表面积为

$$S=3a^2+3\left(a^2-\frac{\pi a^2}{4}\right)+\frac{1}{8}\times 4\pi a^2=\left(6-\frac{\pi}{4}\right)a^2.$$

故选：C



【点睛】

本题考查三视图以及几何体的表面积的计算，考查空间想象能力和运算求解能力.

4、B

【解析】

解出$x^2 \le a^2$,分别代入选项中a 的值进行验证.

【详解】

解：Q$x^2 \le a^2$，$\therefore -a \le x \le a$.当$a=1$ 时,$B=\{-1,0,1\}$，此时$A \subseteq B$不成立.

当$a=2$ 时,$B=\{-2,-1,0,1,2\}$，此时$A \subseteq B$成立，符合题意.

故选:B.

【点睛】

本题考查了不等式的解法,考查了集合的关系.

5、A

【解析】

利用双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的焦点到渐近线的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}c$，求出$a$，$b$的关系式，然后求解双曲线的渐近线方程.

【详解】

双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的焦点$(c,0)$到渐近线$bx+ay=0$的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}c$，

可得：$\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}c$，可得$\frac{b}{c}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，则$C$的渐近线方程为$y=\pm\sqrt{3}x$.

故选 A.

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质的应用，构建出a,b的关系是解题的关键，考查计算能力，属于中档题.

6、D

【解析】

因甲不参加生物竞赛，则安排甲参加另外 3 场比赛或甲学生不参加任何比赛

①当甲参加另外 3 场比赛时，共有$C_3^1 \cdot A_4^3$=72 种选择方案；②当甲学生不参加任何比赛时，共有A_4^4=24 种选择方案．综上所述，所有参赛方案有 72+24=96 种

故答案为：96

点睛：本题以选择学生参加比赛为载体，考查了分类计数原理、排列数与组合数公式等知识，属于基础题.

7、D

【解析】

根据题意分别计算出物理等级为 A，化学等级为 B 的学生人数以及物理等级为 B，化学等级为 A 的学生人数，结合表格中的数据进行分析，可得出合适的选项.

【详解】

根据题意可知，36 名学生减去 5 名全 A 和一科为 A 另一科为 B 的学生 $10-5+8-5=8$ 人（其中物理 A 化学 B 的有 5 人，物理 B 化学 A 的有 3 人），

表格变为：

	A	B	C	D	E
物理	$10-5-5=0$	$16-3=13$	9	1	0
化学	$8-5-3=0$	$19-5=14$	7	2	0

对于 A 选项，物理化学等级都是 B 的学生至多有 13 人，A 选项错误；

对于 B 选项，当物理 C 和 D，化学都是 B 时，或化学 C 和 D，物理都是 B 时，物理、化学都是 B 的人数最少，至少为 $13-7-2=4$（人），B 选项错误；

对于 C 选项，在表格中，除去物理化学都是 B 的学生，剩下的都是一科为 B 且最高等级为 B 的学生，

因为都是 B 的学生最少 4 人，所以一科为 B 且最高等级为 B 的学生最多为 $13+9+1-4=19$（人），

C 选项错误；

对于 D 选项，物理化学都是 B 的最多 13 人，所以两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生最少 $14-13=1$（人），

D 选项正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查合情推理，考查推理能力，属于中等题.

8、A

【解析】

由两圆相外切，得出 $a^2+b^2=9$，结合二次函数的性质，即可得出答案.

【详解】

因为两圆 $(x+a)^2+y^2=4$ 和 $x^2+(y-b)^2=1$ 相外切

所以 $\sqrt{a^2+b^2}=3$，即 $a^2+b^2=9$

$$\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}=\frac{a^2\left(9-a^2\right)}{9}=\frac{-\left(a^2-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{81}{4}}{9}$$

当$a^2=\frac{9}{2}$时，$\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$取最大值$\frac{81}{4}\times\frac{1}{9}=\frac{9}{4}$

故选：A

【点睛】

本题主要考查了由圆与圆的位置关系求参数，属于中档题.

9、C

【解析】

根据$x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$表示圆和直线$x+y=t$与圆$x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$有公共点，得到$0\le t\le\frac{4}{3}$，再利用二次函数的性质求解.

【详解】

因为$x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$表示圆，

所以$2t-t^2>0$，解得$0<t<2$，

因为直线$x+y=t$与圆$x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$有公共点，

所以圆心到直线的距离$d\le r$，

即$\frac{|t|}{\sqrt{2}}\le\sqrt{2t-t^2}$，

解得$0\le t\le\frac{4}{3}$，

此时$0\le t\le\frac{4}{3}$，

因为$f\left(t\right)=t\left(4-t\right)=-t^2+4t=-\left(t-2\right)^2+4$，在$\left[0,\frac{4}{3}\right]$递增，

所以$t\left(4-t\right)$的最大值$f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{32}{9}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查圆的方程，直线与圆的位置关系以及二次函数的性质，还考查了运算求解的能力，属于中档题.

10、A

【解析】

根据等差数列和等比数列公式直接计算得到答案.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/128014001131006116