习题参考解答

习题 1.1

1、（3）P：银行利率降低

Q：股价没有上升

$P \wedge Q$

（5） P：他今天乘火车去了北京

Q：他随旅行团去了九寨沟

$P \nabla Q$

（7） P：不识庐山真面目

Q：身在此山中

$Q \to P$，或 $\sim P \to \sim Q$

（9） P：一个整数能被 6 整除

Q：一个整数能被 3 整除R：一个整数能被 2 整除T：一个整数的各位数字之和能被 3 整除

$P \to Q \wedge R$ ，$Q \to T$

2、（1）T （2）F （3）F （4）T （5）F

（6）T （7）T（F） （8）悖论

习题 1.3

1、（3）

$$P \to (Q \vee R) \Leftrightarrow \neg P \vee (Q \vee R) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \vee (\neg P \vee R)$$
$$\Leftrightarrow (P \to Q) \vee (P \to R)$$

（4）

$$(P \wedge Q) \vee (Q \wedge R) \vee (R \wedge P) = ((P \vee R) \wedge Q) \vee (R \wedge P)$$
$$= ((P \vee R) \vee (R \wedge P)) \wedge (Q \vee (R \wedge P))$$
$$= (P \vee R) \wedge (P \vee R) \wedge (Q \vee R) \wedge (Q \vee P)$$
$$= 右$$

2、不， 不， 能

习题 1.4

2、① $(P \wedge Q) \vee \sim P \Leftrightarrow \sim (P \uparrow Q) \vee (P \uparrow P)$

$\Leftrightarrow (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow P) \uparrow (P \uparrow P)$

③ $(P \to (Q \vee \sim R)) \wedge \sim P \Leftrightarrow (\sim P \vee Q \vee \sim R) \wedge \sim P$

$\Leftrightarrow (P\uparrow P)\uparrow(P\uparrow P)\uparrow(Q\uparrow Q)\uparrow(R\uparrow R)\uparrow(R\uparrow R)\uparrow(Q\uparrow Q)\uparrow(R\uparrow R)\uparrow(R\uparrow R)\uparrow(P\uparrow P)\uparrow(P\uparrow P)\uparrow(P\uparrow P)\uparrow(Q\uparrow Q)\uparrow(R\uparrow R)\uparrow(R\uparrow R)\uparrow(Q\uparrow Q)\uparrow(R\uparrow R)\uparrow(R\uparrow R)\uparrow(P\uparrow P)$

3、$\because$ $PVQ \Leftrightarrow \sim P \to Q$，而$\{\sim, \vee\}$是最小功能完备集，$\therefore \{\sim, \to\}$是最小功能完备集。

又 $\because (P \to Q) \Leftrightarrow \sim\left(P \overset{c}{\to} Q\right)$, $\therefore \left\{\sim, \overset{c}{\to}\right\}$也是最小功能完备集。

4、

习题 1.5

1、(3) P (R (Q P)) ˜ P (R (˜ Q P))

(˜ P R) (T) ˜ P R (˜ P R (˜ Q Q))

(˜ P R ˜ Q) (˜ P R Q)

主合取范式

P (R (Q P)

P (R (Q P))

P (R Q) (R P))

(P (Q Q) (R R) (R Q (P P)) (R P (Q Q))

(P Q R) (P Q R) (P Q R) (P Q R)

(R Q P) (R Q P) (R P Q) (R P Q)

(P Q R) (P Q R) (P Q R)

(R Q P) (R Q P) (R P Q)

——主析取范式

2、(2) (P Q) (P R) (˜ P Q) (˜ P R)

(˜ P Q (˜ R R)) (˜ P R (˜ Q Q))

(˜ P Q ˜ R) (˜ P Q R) (˜ P R ˜ Q)

P (Q R) ˜ P (Q R)

(˜ P Q) (˜ P R)

(˜ P Q ˜ R) (˜ P Q R) (˜ P R ˜ Q)

等价

3、解：根据给定的条件有下述命题公式：

(A→ (C D)) ∧~ (B∧C) ∧~ (C∧D)

(～A∨（C∧～D）∨（～C∧D））∧（～B∨～C）∧（～C∨～D）

((～A∧～B）∨（C∧～D∧～B）∨（～C∧D∧～B）∨

(～A∧～C）∨（C∧～D∧～C）∨（～C∧D∧～C））∧（～C∨～D）

((～A∧～B）∨（C∧～D∧～B）∨（～C∧D∧～B）∨

(～A∧～C）∨（～C∧D∧～C）） ∧（～C∨～D）

(～A∧～B∧～C）∨（C∧～D∧～B∧～C）∨（～C∧D∧～B∧～C）∨

(～A∧～C∧～C）∨（～C∧D∧～C∧～C）∨（～A∧～B∧～D）∨

(C∧～D∧～B∧～D）∨（～C∧D∧～B∧～D）∨（～A∧～C∧～D）∨

(～C∧D∧～C∧～D）(由题意和矛盾律可得下式)

(～C∧D∧～B）∨（～A∧～C）∨（～C∧D）∨（C∧～D∧～B）

(～C∧D∧～B∧A）∨ （～C∧D∧～B∧～A）∨ （～A∧～C∧B）∨

(～A∧～C∧～B）∨ （～C∧D∧A）∨ （～C∧D∧～A）∨

(C∧～D∧～B∧A）∨（C∧～D∧～B∧～A）

(～C∧D∧～B∧A）∨ （～A∧～C∧B∧D）∨ （～A∧～C∧B∧～D）∨

(～A∧～C∧～B∧D）∨ （～A∧～C∧～B∧～D）∨

(～C∧D∧A∧B）∨ （～C∧D∧A∧～B）∨ （～C∧D∧～A∧B）∨

(～C∧D∧～A∧～B）∨（C∧～D∧～B∧A）∨（C∧～D∧～B∧～A）

(由题意可得下式)

(～C∧D∧～B∧A）∨ （～A∧～C∧B∧D）∨ （～C∧D∧A∧～B）∨

(～C∧D∧～A∧B） ∨（C∧～D∧～B∧A）

(～C ∧D ∧～B ∧A）∨ （～A ∧～C ∧B ∧D）∨（C ∧～D∧～B∧A）

三种方案：A 和 D 、 B 和 D 、A 和 C

习题 1.6

1、 (1) 需证(P Q) (P (P Q))为永真式

(P Q) (P (P Q)) ~ (~ P Q) (~ P (P Q))

~ (~ P Q) ((~P P)/T) (~ P Q))

~ (~ P Q) (~ P Q) T

P Q P (P Q)

(3) 需证 P P R S 为永真式

P P R S F R S F S T

P P R S

3、 A B A B 为永真式。即 ~ A B 永真

~ A B B ~ A ~ B ~ A 永真

A B 当且仅当 ~ B ~ A

4、设： P：珍宝藏在东厢房

Q ：藏宝的房子靠近池塘R

：房子的前院栽有大柏树S

：珍宝藏在花园正中地下t

：后院栽有香樟树

m ：珍宝藏在附近（后院）

命题化后进行推理：

(Q ~ p) (R P) Q (R S) (t m)

~ p (R P) (R S) (t m)

~ R (R S) (t m)

S (t m)

即 S 为真 珍宝藏在花园正中地下

5、(1)F (P=0,Q=1) (2)F (P=1,Q=R=0) (3)F (P=0,Q=1)

习题 1.7

1. (1) ~ P Q , R ~ Q P ~ R

证：利用 CP 规则

① P P (附加前提)

② ~ P Q P

③ Q T ①②I

④ R ~ Q P

⑤ ~ R T ③④I

⑥ 结论成立 CP 规则①⑤

(2) (P Q) (R S), (S∨E) B P B

证：① P P (附加)

② P∨Q T①

③ (P Q) (R S) P

④ R S T②③

⑤ S T ④

⑥ S∨E T⑤

⑦ S∨E→B P

⑧ B T ⑥⑦

⑨ P B C P(①⑧)

2. (2) P：无任何痕迹

Q ：失窃时，小花在 OK 厅

R ：失窃时，小英在 OK 厅

S：失窃时，小胖在附近

T ：金刚是偷窃者

M ：瘦子是偷窃者

命题可符号化为：

{P, Q R, S P, Q T, S R, R M}

证：①	P	P
②	S ~P	P
③	~S	T ①②
④	~S ~R	P
⑤	~R	T ③④
⑥	**Q R**	P
⑦	Q	T ⑤⑥
⑧	Q T	P
⑨	T	T ⑦⑧

∴金刚是窃贼。

3. (1) 不相容

(2) 相容　P　1, R　Q　S　0

(3) 不相容

(4) 不相容

4. (1)证：P　~Q　R　S　S　~Q　(P　Q)　P

~P　~Q　R　S　~S　~Q　~P　Q　P

即　~P　~Q，R　S，~S　~Q，~P　Q，P

利用消解原理：

①　P　P

②　~P　~Q　P

③　~Q　①②

④　~P　Q　P

⑤　~P　③④

⑥　~P　P　F　□　①⑤

习题　2.1

1. (1) A x ：x 是实数　　B x ：x 是有理数

x B x　A x

x A x　B x

x A x　B x

(2) A x ：x 是直线

F x, y ：x 与 y 平行　　G x, y ：x 与 y 相交

a b A a　A b　F a,b　G a,b

(3) A (x)：x 是会员　　P：这个活动有意义

F (x)：x 参加活动

P　x A x　F x

或者　x (A x　F x)　P

(4)　$A\ x$ ：x是正整数　　B (x)：x是合数　　C (x)：x是质数

$x\ A\ x \quad B\ x \quad C\ x$

(5)　$A\ x$ ：x是存钱的人　　B (x)：x想有利息

P:存钱没有利息　Q：人们不存钱

$\forall x[A(x) \to B(x)]$

$P \to Q$

2.(1) $P\ 0 \quad P\ 1 \quad P\ 2 \quad R\ 0 \quad R\ 1 \quad Q\ 2$

(2) $P\ 0 \quad Q\ 0 \quad P\ 1 \quad Q\ 1 \quad P\ 2 \quad Q\ 2$

4.(1) $x \quad y\ P\ x,y \quad Q\ y,t \quad z\ R\ x,y,z$

习题　2.2

1.（1）D：数　$A\ x$:$x \quad 0$　　$f\ x,y \quad xy$

$x \quad y\ A\ f\ x,y \quad A\ x \quad A\ y \quad A\ x \quad 1 \quad A\ f\ x \quad 1,x \quad 1$

可满足式

(2) $A\ x$:x是诚实的人，$B\ x$:x讲实话，a：小林

$x\ B\ x \quad A\ x \quad A\ a \quad B\ a$　　T

(3)　$A\ x$:x不便宜，$B\ x$:x是好货，a：小王买的衣服

$x\ A\ x \quad B\ x \quad A\ a \quad B\ a$　　T

(4)　$A\ x$:x是懂得人性本质的作家

$B\ x$:x是真正的诗人

$C\ x$：x能刻画人们内心世界

$D\ x$:x很高明　　$P\ x,y$:x创作了y

a：莎士比亚　　b：哈姆雷特

$$\forall x(A(x) \to D(x)) \wedge \forall x(\sim C(x) \to \sim B(x)) \wedge P(a,b) \wedge$$

$$\forall x(C(x) \to A(x)) \wedge \forall x(P(x,b) \to B(x)) \to D(a)$$　　T

2.(1)　T

3.(1)　F　　(2)　T

4. D : 实数 P (x, y) : y e^{X}, Q (y) : y 0

习题 2.3

1. (1) x yP x Q y

x y ~ P x Q y

x y ~ P x yQ y

x ~ P x yQ (y)

~ xP x yQ (y)

Ax P x y Q (y)

2. 不成立

D={0, 1, 2} $\frac{P(0)}{0}$, $\frac{P(1)}{1}$, $\frac{P(2)}{0}$ $\frac{Q(0)}{1}$, $\frac{Q(1)}{0}$, $\frac{Q(2)}{1}$

3. (1) ~ x P x y P y

~ ~ x P x y P y

~ x ~ P x y P y

x P x y ~ P y

x y P x ~ P y —skolem 范式

(2) ~ x P x y z Q y, z

~ ~ x P x y z Q y, z

x P x y z ~ Q y, z

x y z P x ~ Q y, z —前束范式

x y P x ~ Q y, f x , y —skolem 范式

习题 2.4

1. （1）证：在某个解释下， x y P x Q (y) 取值1，必有 a,b D，

P a Q b ，取值1，因此， a D P a 取值1。

x P x 取值1，由定义，蕴含关系成立。

（2）①~ x P x Q a ~ x P x ~Q a

x P x ~Q a

(2) 证：在某个解释下，~ x P x Q a 取值1

即 x P x Q a 取值0，分二种情况：

i） x P x 0，则无论 Q a 为何值， x P x ~Q a 取值1。

ii） Q a 0 x P x 1，则 x P x ~Q a 取值1

由定义，蕴含关系成立。

习题 2.5 1（2）

（反证法）

①~ x P x Q x	P
② x P x Q x	T①, E
③ x ~ ~P x Q x	T②, I
④ x P x ~Q x	T③, I
⑤P x ~Q x	US④
⑥P x	T⑤, I
⑦ x P x	UG⑥
⑧ x P x x Q x	P
⑨ x Q x	T⑧, I
⑩~Q x	T⑤, I
⑪Q x	US⑨
⑫□	T⑩⑪I

2. (1) 错误，应换元，即

① x P x Q x，

②P y Q x

(2) 正确

(3) 错误，a、b 应是同一个常元

(4) 错误，因为在P x x [Q x R (x)] 中 x 并不是自由出现

(5) 错误，因为在 x P x Q x 中，前件是命题，

而后件不是命题

（6） 错误，因为a、b 并不是同一个常量

（7） 错误，①②和③④的顺序不对

应先使用ES，再使用US

3(1)解：设$F(x,y)$:$x\geq y$； $G(z)$:$z\geq 0$ ； $f(x,y)=x-y$

前提：

① $(x)\ (y)\ (F(x,y)\rightarrow G(f(x,y))$

② $(x)\ (y)\ (\ F(x,y)\rightarrow\ G(f(x,y))$

③ $(x)\ (y)(\ G(f(x,y)\rightarrow\ \ G(f(y,x)))$

结论： $(x)\ (y)\ (G(f(x,y))\vee G(f(y,x)))$

证明（反证法）：

① $(x)\ (y)\ (G(f(x,y))\vee G(f(y,x)))$

② $(\ \ x)(\ \ x)\ \ (G(f(x,y))\vee G(f(y,x)))$

③ $G(f(a,b))\wedge\ \ G(f(b,a))$

④ $(x)\ (y)\ (F(x,y)\rightarrow G(f(x,y))$

⑤ $F(a,b)\rightarrow G(f(a,b))$

⑥ $G(f(a,b))\rightarrow\ F(a,b)$

⑦ $(x)\ (y)(\ G(f(x,y)\rightarrow\ \ G(f(y,x)))$

⑧ $G(f(b,a))\rightarrow G(f(a,b))$

⑨ $(x)\ (y)\ (\ F(x,y)\rightarrow\ G(f(x,y))$

⑩ $F(a,b)\rightarrow\ G(f(a,b))$

❖ $G(f(a,b))\ \rightarrow F(a,b)$

⑿ $F(a,b)\ \wedge F(a,b)$

4. (2)

证：首先，将结论否定否作为前提加入到原有前提中

x P x x P x Q x R x x P x x Q x

~ x y R x R x

x ~ P x x ~ P x Q x R x u P u v Q v

~ w y R w R y

x u v w y ~ P x R x ~ P x ~ Q x R x

P u R u ~ R w ~ R w

x w y ~ P x R x ~ P x ~ Q x R x P a Q b

~ R w ~ R y Skolem 范式

子句集为 ~ P x R x ,~ P x ~ Q x R x , P a , R b ,~ R w ~ R y

① ~P x R x

② P a

③ R x ①,②代换{a/x}

④ R c ③代换{c/x}

⑤ ~ R w ~ R y

⑥ ~ R y ④,⑤代换{c/w}

⑦ ~ R c ⑥代换{c/y}

⑧□