

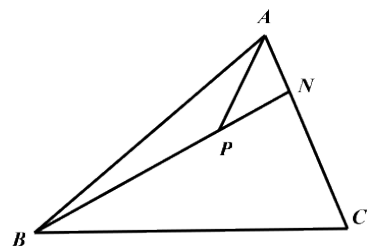
2023-2024 学年广东省韶关市新丰县一中高补班下学期第一次段考数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

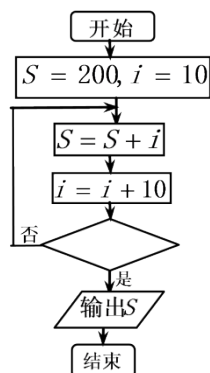
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ， P 是 BN 上的一点，若 $m\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AP} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ，则实数 m 的值为（ ）



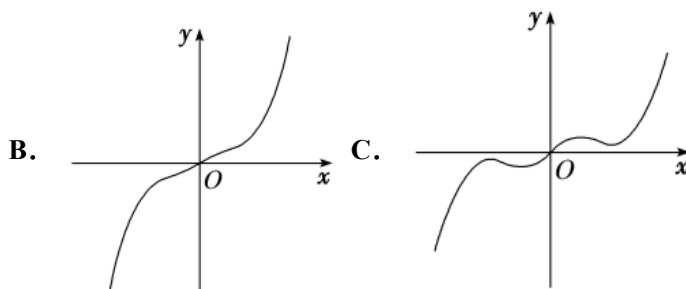
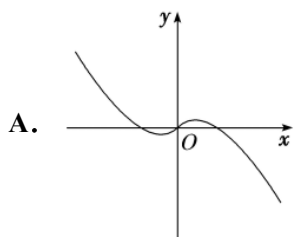
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{9}$ C. 1 D. 2

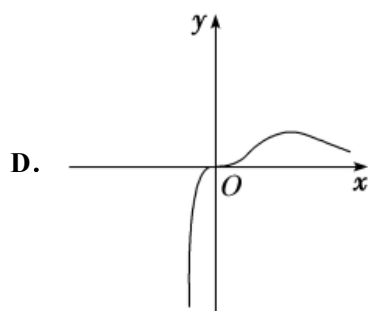
2. 运行如图所示的程序框图，若输出的值为 300，则判断框中可以填（ ）



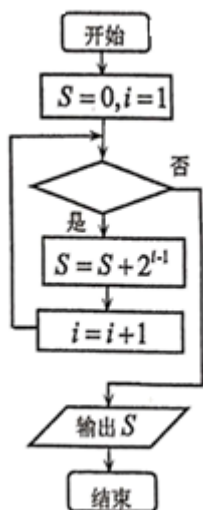
- A. $i > 30?$ B. $i > 40?$ C. $i > 50?$ D. $i > 60?$

3. 函数 $f(x) = \frac{x^3}{3\pi} + \sin x$ 的图象的大致形状是（ ）





4. 执行下面的程序框图，若输出的 S 的值为 63，则判断框中可以填入的关于 i 的判断条件是 ()

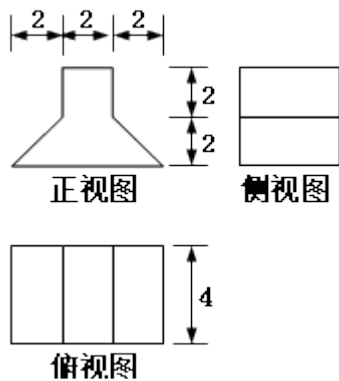


- A. $i \leq 5$ B. $i \leq 6$ C. $i \leq 7$ D. $i \leq 8$

5. 已知 m 为一条直线， α, β 为两个不同的平面，则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $m \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$ ，则 $m \parallel \beta$ B. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha$ ，则 $m \perp \beta$
 C. 若 $m \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$ ，则 $m \perp \beta$ D. 若 $m \perp \alpha, \alpha \parallel \beta$ ，则 $m \perp \beta$

6. 若某几何体的三视图(单位:cm)如图所示，则此几何体的体积是 ()



- A. 36 cm^3 B. 48 cm^3 C. 60 cm^3 D. 72 cm^3

7. 已知 $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (2, 2), \vec{c} = (n, -1)$ ，若 $(\vec{a} - \vec{c}) \perp \vec{b}$ ，则 n 等于 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 已知 $x=0$ 是函数 $f(x)=x(ax-\tan x)$ 的极大值点, 则 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(-\infty, 1]$
C. $[0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

9. 设 $f(x)=\begin{cases} x-2, & (x \geq 10) \\ f[f(x+6)], & (x < 10) \end{cases}$, 则 $f(5)=$ ()

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

10. 五行学说是华夏民族创造的哲学思想, 是华夏文明重要组成部分. 古人认为, 天下万物皆由金、木、水、火、土五类元素组成, 如图, 分别是金、木、水、火、土彼此之间存在的相生相克的关系. 若从 5 类元素中任选 2 类元素, 则 2 类元素相生的概率为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

11. 下列函数中, 既是奇函数, 又是 R 上的单调函数的是()

- A. $f(x)=\ln(|x|+1)$ B. $f(x)=x^{-1}$

- C. $f(x)=\begin{cases} x^2+2x, & (x \geq 0) \\ -x^2+2x, & (x < 0) \end{cases}$ D. $f(x)=\begin{cases} 2^x, & (x < 0) \\ 0, & (x=0) \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^x, & (x > 0) \end{cases}$

12. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x+y \geq 2, \\ 3x-y \leq 6, \\ x-y \geq 0, \end{cases}$ 则 $3x+y$ 的最小值等于 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x)=x(2^{|x|}-1)$, 若关于 x 的不等式 $f(x^2-2x-2a)+f(ax-3) \geq 0$ 对任意的 $x \in [1, 3]$ 恒成立, 则实数 a

的取值范围是_____.

14. 若 x, y 满足 $|x| \leq 1 - y$, 且 $y \geq -1$, 则 $3x + y$ 的最大值_____

15. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + na_n = 2^n - 1 (n \in \mathbb{N}^*)$, 则, $a_n =$ _____. 若存在 $n \in \mathbb{N}^*$ 使得 $a_n \leq \frac{n+1}{n} \cdot \lambda$ 成立,

则实数 λ 的最小值为_____

16. 设 $f(x) = e^{tx} (t > 0)$, 过点 $P(t, 0)$ 且平行于 y 轴的直线与曲线 $C: y = f(x)$ 的交点为 Q , 曲线 C 过点 Q 的切线交 x 轴于点 R , 若 $S(1, f(1))$, 则 $\triangle PRS$ 的面积的最小值是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \cos^2 \frac{x}{2} - \frac{1}{2}, (x \in \mathbb{R})$.

(1) 当 $x \in [0, \pi]$ 时, 求函数的值域;

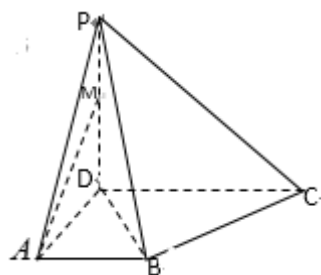
(2) $\triangle ABC$ 的角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 且 $c = \sqrt{3}$, $f(C) = 1$, 求 AB 边上的高 h 的最大值.

18. (12 分) 已知 $f(x) = 2|x+1|, g(x) = |x-3|$.

(1) 解 $f(x) \geq g(x)$;

(2) 若 $|2a-b| \leq 1$, 证明: $f(a) + g(b) \geq 4$.

19. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, M 为侧棱 PD 上一点, 已知 $BD = 2, BC = 2\sqrt{3}, CD = 4, DP = 4, DM = 3$.



(I) 证明: 平面 $PBC \perp$ 平面 PBD ;

(II) 求二面角 $A-BM-C$ 的余弦值.

20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 2, 且过点 $P(2, 0)$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 F 为 C 的左焦点, 点 M 为直线 $x = -4$ 上任意一点, 过点 F 作 MF 的垂线交 C 于两点 A, B

(i) 证明: OM 平分线段 AB (其中 O 为坐标原点);

(ii) 当 $\frac{|MF|}{|AB|}$ 取最小值时, 求点 M 的坐标.

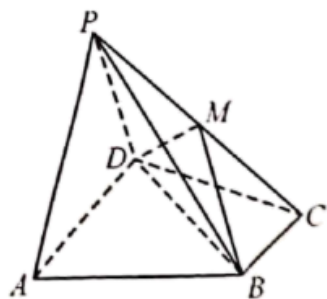
21. (12 分) 已知函数 $f(x) = x + a \ln x$, $a \in R$.

(I) 当 $a=1$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;

(II) 求函数 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值;

(III) 若函数 $F(x) = \frac{1}{x^2} f(x)$, 当 $a=2$ 时, $F(x)$ 的最大值为 M , 求证: $M < \frac{3}{2}$.

22. (10 分) 如图, 平面四边形 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 90^\circ$, $AB = AD = 2BC = 2$, 将 $\triangle ABD$ 绕着 AD 翻折到 $\triangle PAD$.



(1) M 为 PC 上一点, 且 $\vec{PM} = \lambda \vec{MC}$, 当 $PA \parallel$ 平面 DMB 时, 求实数 λ 的值;

(2) 当平面 PAD 与平面 PBC 所成的锐二面角大小为 30° 时, 求 PC 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

$m\vec{AC} = \vec{AP} - \frac{2}{3}\vec{AB}$ 变形为 $\vec{AP} = m\vec{AC} + \frac{2}{3}\vec{AB}$, 由 $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AC}$ 得 $\vec{AC} = 3\vec{AN}$, 转化在 $\triangle ABN$ 中, 利用 B 、 P 、 N

三点共线可得.

【详解】

解：依题： $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = 3m\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ，

又 B, P, N 三点共线，

$$\therefore 3m + \frac{2}{3} = 1, \text{ 解得 } m = \frac{1}{9}.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查平面向量基本定理及用向量共线定理求参数. 思路是(1)先选择一组基底，并运用该基底将条件和结论表示成向量的形式，再通过向量的运算来解决. 利用向量共线定理及向量相等的条件列方程(组)求参数的值. (2)直线的向量式参数方程：

A, P, B 三点共线 $\Leftrightarrow \overrightarrow{OP} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ (O 为平面内任一点, $t \in R$)

2、B

【解析】

由 $300 = 200 + 10 + 20 + 30 + 40$ ，则输出为 300，即可得出判断框的答案

【详解】

由 $300 = 200 + 10 + 20 + 30 + 40$ ，则输出的值为 300， $i = 40 + 10 = 50$ ，故判断框中应填 $i > 40$ ？

故选：B.

【点睛】

本题考查了程序框图的应用问题，解题时应模拟程序框图的运行过程，以便得出正确的结论，是基础题.

3、B

【解析】

根据函数奇偶性，可排除 D；求得 $f'(x)$ 及 $f''(x)$ ，由导函数符号可判断 $f(x)$ 在 R 上单调递增，即可排除 AC 选项.

【详解】

$$\text{函数 } f(x) = \frac{x^3}{3\pi} + \sin x$$

易知 $f(x)$ 为奇函数，故排除 D.

$$\text{又 } f'(x) = \frac{x^2}{\pi} + \cos x, \text{ 易知当 } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \text{ 时, } f'(x) > 0;$$

$$\text{又当 } x \in \left(\frac{\pi}{2}, +\infty\right) \text{ 时, } f''(x) = \frac{2x}{\pi} - \sin x > 1 - \sin x \geq 0,$$

故 $f'(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{2}, +\infty\right)$ 上单调递增, 所以 $f'(x) > f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$,

综上, $x \in [0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, 即 $f(x)$ 单调递增.

又 $f(x)$ 为奇函数, 所以 $f(x)$ 在 R 上单调递增, 故排除 A, C.

故选: B

【点睛】

本题考查了根据函数解析式判断函数图象, 导函数性质与函数图象关系, 属于中档题.

4、B

【解析】

根据程序框图, 逐步执行, 直到 S 的值为 63, 结束循环, 即可得出判断条件.

【详解】

执行框图如下:

初始值: $S = 0, i = 1$,

第一步: $S = 0 + 1 = 1, i = 1 + 1 = 2$, 此时不能输出, 继续循环;

第二步: $S = 1 + 2 = 3, i = 2 + 1 = 3$, 此时不能输出, 继续循环;

第三步: $S = 3 + 4 = 7, i = 3 + 1 = 4$, 此时不能输出, 继续循环;

第四步: $S = 7 + 8 = 15, i = 4 + 1 = 5$, 此时不能输出, 继续循环;

第五步: $S = 15 + 16 = 31, i = 5 + 1 = 6$, 此时不能输出, 继续循环;

第六步: $S = 31 + 32 = 63, i = 6 + 1 = 7$, 此时要输出, 结束循环;

故, 判断条件为 $i \leq 6$.

故选 B

【点睛】

本题主要考查完善程序框图, 只需逐步执行框图, 结合输出结果, 即可确定判断条件, 属于常考题型.

5、D

【解析】

A. 若 $m // \alpha, \alpha // \beta$, 则 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$, 故 A 错误;

B. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha$, 则 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$ 故 B 错误;

C. 若 $m // \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$, 或 m 与 β 相交;

D. 若 $m \perp \alpha, \alpha // \beta$, 则 $m \perp \beta$, 正确.

故选 D.

6、B

【解析】

试题分析：该几何体上面是长方体，下面是四棱柱；长方体的体积 $V_1 = 2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$ ，四棱柱的底面是梯形，体积为

$$V_2 = \frac{1}{2}(2+6) \cdot 2 \cdot 4 = 32, \text{ 因此总的体积 } V = 16 + 32 = 48.$$

考点：三视图和几何体的体积.

7、C

【解析】

先求出 $\vec{a} - \vec{c} = (1-n, 4)$ ，再由 $(\vec{a} - \vec{c}) \perp \vec{b}$ ，利用向量数量积等于 0，从而求得 n 。

【详解】

由题可知 $\vec{a} - \vec{c} = (1-n, 4)$ ，

因为 $(\vec{a} - \vec{c}) \perp \vec{b}$ ，所以有 $(1-n) \times 2 + 2 \times 4 = 0$ ，得 $n = 5$ ，

故选：C.

【点睛】

该题考查的是有关向量的问题，涉及到的知识点有向量的减法坐标运算公式，向量垂直的坐标表示，属于基础题目。

8、B

【解析】

方法一：令 $g(x) = ax - \tan x$ ，则 $f(x) = x \cdot g(x)$ ， $g'(x) = a - \frac{1}{\cos^2 x}$ ，

当 $a \leq 1$ ， $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 时， $g'(x) \leq 0$ ， $g(x)$ 单调递减，

$\therefore x \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ 时， $g(x) > g(0) = 0$ ， $f(x) = x \cdot g(x) < 0$ ，且 $f'(x) = xg'(x) + g(x) > 0$ ，

$\therefore f'(x) > 0$ ，即 $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 上单调递增，

$x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时， $g(x) < g(0) = 0$ ， $f(x) = x \cdot g(x) < 0$ ，且 $f'(x) = xg'(x) + g(x) < 0$ ，

$\therefore f'(x) < 0$ ，即 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减， $\therefore x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点， $\therefore a \leq 1$ 满足题意；

当 $a > 1$ 时, 存在 $t \in (0, \frac{\pi}{2})$ 使得 $\cos t = \frac{1}{\sqrt{a}}$, 即 $g'(t) = 0$,

又 $g'(x) = a - \frac{1}{\cos^2 x}$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减, $\therefore x \in (0, t)$ 时, $g(x) > g(0) = 0$, 所以 $f(x) = x \cdot g(x) > 0$,

这与 $x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点矛盾.

综上, $a \leq 1$. 故选 B.

方法二: 依据极值的定义, 要使 $x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的极大值点, 须在 $x = 0$ 的左侧附近, $f(x) < 0$, 即 $ax - \tan x > 0$;

在 $x = 0$ 的右侧附近, $f(x) < 0$, 即 $ax - \tan x < 0$. 易知, $a = 1$ 时, $y = ax$ 与 $y = \tan x$ 相切于原点, 所以根据 $y = ax$

与 $y = \tan x$ 的图象关系, 可得 $a \leq 1$, 故选 B.

9、B

【解析】

根据题中给出的分段函数, 只要将问题转化为求 $x \geq 10$ 内的函数值, 代入即可求出其值.

【详解】

$$\because f(x) = \begin{cases} x - 2 & (x \geq 10) \\ f[f(x+6)] & (x < 10) \end{cases},$$

$$\therefore f(5) = f[f(1)]$$

$$= f(9) = f[f(15)]$$

$$= f(13) = 1.$$

故选: B.

【点睛】

本题主要考查了分段函数中求函数的值, 属于基础题.

10、A

【解析】

列举出金、木、水、火、土任取两个的所有结果共 10 种, 其中 2 类元素相生的结果有 5 种, 再根据古典概型概率公式可得结果.

【详解】

金、木、水、火、土任取两类, 共有:

金木、金水、金火、金土、木水、木火、木土、水火、水土、火土 10 种结果,

其中两类元素相生的有火木、火土、木水、水金、金土共 5 结果,

所以 2 类元素相生的概率为 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, 故选 A.

【点睛】

本题主要考查古典概型概率公式的应用,属于基础题,利用古典概型概率公式求概率时,找准基本事件个数是解题的关键,基本事件的探求方法有 (1)枚举法:适合给定的基本事件个数较少且易一一列举出的;(2)树状图法:适合于较为复杂的问题中的基本事件的探求.在找基本事件个数时,一定要按顺序逐个写出:先 (A_1, B_1) , (A_1, B_2) (A_1, B_n) , 再 (A_2, B_1) , (A_2, B_2) (A_2, B_n) 依次 (A_3, B_1) (A_3, B_2) (A_3, B_n) ... 这样才能避免多写、漏写现象的发生.

11、C

【解析】

对选项逐个验证即得答案.

【详解】

对于 A, $f(-x) = \ln(|-x|+1) = \ln(|x|+1) = f(x)$, $\therefore f(x)$ 是偶函数, 故选项 A 错误;

对于 B, $f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$, 定义域为 $\{x|x \neq 0\}$, 在 R 上不是单调函数, 故选项 B 错误;

对于 C, 当 $x > 0$ 时, $-x < 0$, $\therefore f(-x) = -(-x)^2 + 2(-x) = -x^2 - 2x = -(x^2 + 2x) = -f(x)$;

当 $x < 0$ 时, $-x > 0$, $\therefore f(-x) = (-x)^2 + 2(-x) = x^2 - 2x = -(-x^2 + 2x) = -f(x)$;

又 $x = 0$ 时, $f(-0) = -f(0) = 0$.

综上, 对 $x \in R$, 都有 $f(-x) = -f(x)$, $\therefore f(x)$ 是奇函数.

又 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$ 是开口向上的抛物线, 对称轴 $x = -1$, $\therefore f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

Q $f(x)$ 是奇函数, $\therefore f(x)$ 在 R 上是单调递增函数, 故选项 C 正确;

对于 D, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 但 $f(-1) = \frac{1}{2} > f(1) = -\frac{1}{2}$, $\therefore f(x)$ 在 R 上不是单调函数, 故选项 D 错误.

故选: C.

【点睛】

本题考查函数的基本性质, 属于基础题.

12、A

【解析】

首先画出可行域, 利用目标函数的几何意义求 z 的最小值.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/128054033030006134>