

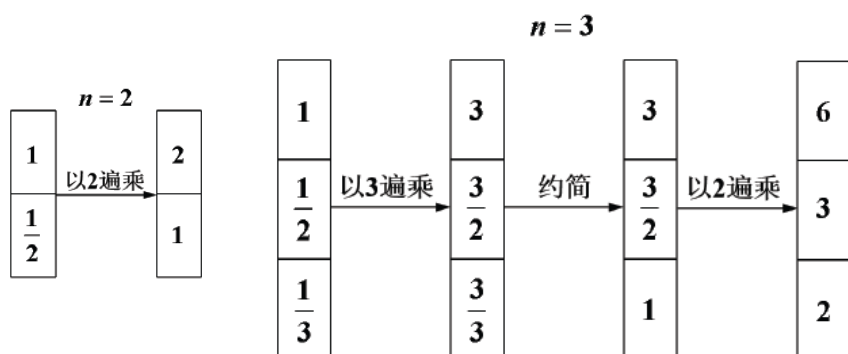
2022-2023 学年安徽省巢湖市第一中学高三数学试题大数据精华浓缩训练卷

考生须知:

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 《九章算术》“少广”算法中有这样一个数的序列：列出“全步”（整数部分）及诸分子分母，以最下面的分母遍乘各分子和“全步”，各自以分母去约其分子，将所得能通分之分数进行通分约简，又用最下面的分母去遍乘诸（未通者）分子和以通之数，逐个照此同样方法，直至全部为整数，例如： $n=2$ 及 $n=3$ 时，如图：



记 S_n 为每个序列中最后一列数之和, 则 S_6 为 ()

- A. 147** **B. 294** **C. 882** **D. 1764**

2. 已知函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$, ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 若 $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒有 $f(x) \leq \left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$, 在区间 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个 x_1 使 $f(x_1) = 3$, 则 ω 的最大值为 ()

- A. $\frac{123}{4}$ B. $\frac{111}{4}$ C. $\frac{105}{4}$ D. $\frac{117}{4}$

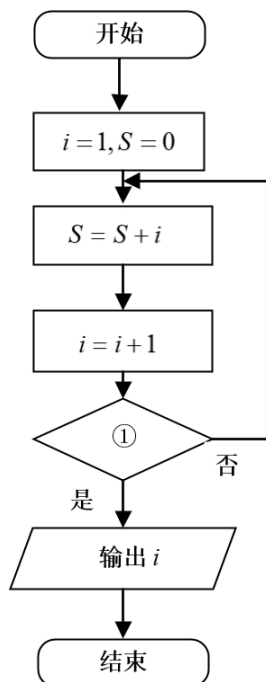
3. 若函数 $f(x) = (x^2 - mx + 2)e^x$ ($e = 2.71828\ldots$ 为自然对数的底数) 在区间 $[1, 2]$ 上不是单调函数, 则实数 m 的取值范围是()

- A. $\left[\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right]$ B. $\left(\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right)$ C. $\left[2, \frac{10}{3}\right]$ D. $\left(2, \frac{10}{3}\right)$

4. 一个陶瓷圆盘的半径为 10cm ，中间有一个边长为 4cm 的正方形花纹，向盘中投入 1000 粒米后，发现落在正方形花纹上的米共有 51 粒，据此估计圆周率 π 的值为（精确到 0.001 ）（ ）

- A. 3.132 B. 3.137 C. 3.142 D. 3.147**

5. 执行如图所示的程序框图，若输出的值为 8，则框图中①处可以填（ ）。



- A. $S \geq 7?$ B. $S \geq 21?$ C. $S \geq 28?$ D. $S \geq 36?$

6. 已知函数 $f(x) = (k-1)xe^x$ ，若对任意 $x \in \mathbf{R}$ ，都有 $f(x) < 1$ 成立，则实数 k 的取值范围是（ ）

- A. $(-\infty, 1-e)$ B. $(1-e, +\infty)$ C. $(-e, 0]$ D. $(1-e, 1]$

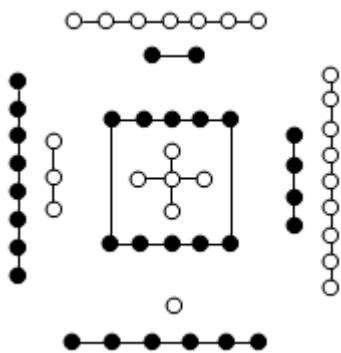
7. “ $\varphi = -\frac{\pi}{8}$ ”是“函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(4) = 17$ ，设 $f(x_0) = y_0$ ，则“ $y_0 = 17$ ”是“ $x_0 = 4$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 《易·系辞上》有“河出图，洛出书”之说，河图、洛书是中华文化，阴阳术数之源，其中河图的排列结构是一、六在后，二、七在前，三、八在左，四、九在右，五、十背中.如图，白圈为阳数，黑点为阴数.若从这 10 个数中任取 3 个数，则这 3 个数中至少有 2 个阳数且能构成等差数列的概率为（ ）



- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{20}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{3}{40}$

10. 小明有 3 本作业本, 小波有 4 本作业本, 将这 7 本作业本混放在一起, 小明从中任取两本. 则他取到的均是自己的作业本的概率为()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{18}{35}$

11. 阿基米德(公元前 287 年—公元前 212 年), 伟大的古希腊哲学家、数学家和物理学家, 他死后的墓碑上刻着一个“圆柱容球”的立体几何图形, 为纪念他发现“圆柱内切球的体积是圆柱体积的 $\frac{2}{3}$, 且球的表面积也是圆柱表面积的 $\frac{2}{3}$.”

这一完美的结论. 已知某圆柱的轴截面为正方形, 其表面积为 24π , 则该圆柱的内切球体积为()

- A. $\frac{4}{3}\pi$ B. 16π C. $\frac{16}{3}\pi$ D. $\frac{32}{3}\pi$

12. 若函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{3}, 0)$, 其相邻一条对称轴方程为 $x = \frac{7\pi}{12}$, 该对称轴处所对应的函数值为 -1 , 为了得到 $g(x) = \cos 2x$ 的图象, 则只要将 $f(x)$ 的图象()

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 B. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若 $(2x+1)^6 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \cdots + a_6(x+1)^6$, 则 $a_0 + a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 + 6a_6 =$ _____.

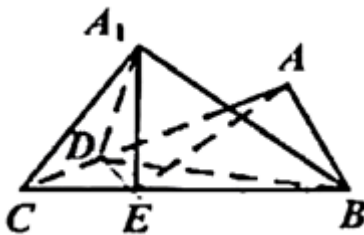
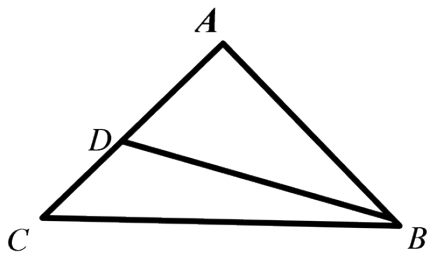
14. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + 2a_1 = 4$, $a_3^2 = a_5$, 则该数列的前 5 项的和为_____.

15. 某班有学生 52 人, 现将所有学生随机编号, 用系统抽样方法, 抽取一个容量为 4 的样本, 已知 5 号、31 号、44 号学生在样本中, 则样本中还有一个学生的编号是_____.

16. 已知函数 $f(x) = \cos x - \log_2(2^x + 1) + ax (a \in \mathbb{R})$ 为偶函数, 则 $a =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $AB = AC = 3$, D 为 AC 上一点, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起, 得到三棱锥 $A_1 - BCD$, 且使得 A_1 在底面 BCD 的投影 E 在线段 BC 上, 连接 AE .



(1) 证明: $BD \perp AE$;

(2) 若 $\tan \angle ABD = \frac{1}{2}$, 求二面角 $C - BA_1 - D$ 的余弦值.

18. (12 分) 在某社区举行的 2020 迎春晚会上, 张明和王慧夫妻俩参加该社区的“夫妻蒙眼击鼓”游戏, 每轮游戏中张明和王慧各蒙眼击鼓一次, 每个人击中鼓则得积分 100 分, 没有击中鼓则扣积分 50 分, 最终积分以家庭为单位计分.

已知张明每次击中鼓的概率为 $\frac{3}{4}$, 王慧每次击中鼓的概率为 $\frac{2}{3}$; 每轮游戏中张明和王慧击中与否互不影响, 假设张明和王慧他们家庭参加两轮蒙眼击鼓游戏.

(1) 若家庭最终积分超过 200 分时, 这个家庭就可以领取一台全自动洗衣机, 问张明和王慧他们家庭可以领取一台全自动洗衣机的概率是多少?

(2) 张明和王慧他们家庭两轮游戏得积分之和 ξ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$.

19. (12 分) 函数 $f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2$.

(1) 证明: $f(x) + |f(x) - 2| \geq 2$;

(2) 若存在 $x \in \mathbb{R}$, 且 $x \neq -1$, 使得 $\frac{1}{4f(x)} + f(x) \leq |m^2 - m - 1|$ 成立, 求 m 取值范围.

20. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 满足条件 $c = 2b - \sqrt{2}a, C = \frac{\pi}{4}$.

(1) 求角 A ;

(2) 若 $\triangle ABC$ 边 AB 上的高为 $\sqrt{3}$, 求 AB 的长.

21. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数, $\alpha \in [0, \pi)$). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 = 2\rho \cos \theta + 3$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2\sqrt{2}$. 求直线 l 的方程.

22. (10 分) 设 O 为坐标原点, 动点 M 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (1 < a < 5)$ 上, 该椭圆的左顶点 A 到直线 $x - y + 5 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
- (2) 若椭圆 C 外一点 N 满足, $\overrightarrow{MN}$ 平行于 y 轴, $(\overrightarrow{ON} - 2\overrightarrow{OM}) \cdot \overrightarrow{MN} = 0$, 动点 P 在直线 $x = 2\sqrt{3}$ 上, 满足 $\overrightarrow{ON} \cdot \overrightarrow{NP} = 2$. 设过点 N 且垂直 OP 的直线 l , 试问直线 l 是否过定点? 若过定点, 请写出该定点, 若不过定点请说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据题目所给的步骤进行计算, 由此求得 S_6 的值.

【详解】

依题意列表如下:

	上列乘 6	上列乘 5	上列乘 2
1	6	30	60
$\frac{1}{2}$	3	15	30
$\frac{1}{3}$	2	10	20
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{15}{2}$	15
$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{5}$	6	12

$\frac{1}{6}$	1	5	10
---------------	---	---	----

所以 $S_6 = 60 + 30 + 20 + 15 + 12 + 10 = 147$.

故选: A

【点睛】

本小题主要考查合情推理, 考查中国古代数学文化, 属于基础题.

2、C

【解析】

根据 $f(x)$ 的零点和最值点列方程组, 求得 ω, φ 的表达式 (用 k 表示), 根据 $f(x_1)$ 在 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个最大值,

求得 ω 的取值范围, 求得对应 k 的取值范围, 由 k 为整数对 k 的取值进行验证, 由此求得 ω 的最大值.

【详解】

$$\text{由题意知} \begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad k_1, k_2 \in \mathbb{Z}, \text{ 则 } \begin{cases} \omega = \frac{3(2k+1)}{4}, \\ \varphi = \frac{(2k'+1)\pi}{4}, \end{cases} \text{ 其中 } k = k_1 - k_2, \quad k' = k_2 + k_1.$$

又 $f(x_1)$ 在 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个最大值, 所以 $\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{15} = \frac{2\pi}{15} \leq 2T$, 得 $0 < \omega \leq 30$, 即 $\frac{3(2k+1)}{4} \leq 30$, 所以

$k \leq 19.5$, 又 $k \in \mathbb{Z}$, 因此 $k \leq 19$.

$$\text{①当 } k=19 \text{ 时, } \omega = \frac{117}{4}, \text{ 此时取 } \varphi = \frac{3\pi}{4} \text{ 可使 } \begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} \text{ 成立, 当 } x \in \left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right) \text{ 时,}$$

$\frac{117}{4}x + \frac{3\pi}{4} \in (2.7\pi, 6.6\pi)$, 所以当 $\frac{117}{4}x_1 + \frac{3\pi}{4} = 4.5\pi$ 或 6.5π 时, $f(x_1) = 3$ 都成立, 舍去;

$$\text{②当 } k=18 \text{ 时, } \omega = \frac{111}{4}, \text{ 此时取 } \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ 可使 } \begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} \text{ 成立, 当 } x \in \left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right) \text{ 时, } \frac{111}{4}x + \frac{\pi}{4} \in (2.1\pi, 5.8\pi),$$

所以当 $\frac{111}{4}x_1 + \frac{\pi}{4} = 2.5\pi$ 或 4.5π 时, $f(x_1) = 3$ 都成立, 舍去;

$$\text{③当 } k=17 \text{ 时, } \omega = \frac{105}{4}, \text{ 此时取 } \varphi = \frac{3\pi}{4} \text{ 可使 } \begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} \text{ 成立, 当 } x \in \left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right) \text{ 时,}$$

$\frac{105}{4}x + \frac{3\pi}{4} \in (2.5\pi, 6\pi)$, 所以当 $\frac{105}{4}x_1 + \frac{3\pi}{4} = 4.5\pi$ 时, $f(x_1) = 3$ 成立;

综上所得 ω 的最大值为 $\frac{105}{4}$.

故选:C

【点睛】

本小题主要考查三角函数的零点和最值, 考查三角函数的性质, 考查化归与转化的数学思想方法, 考查分类讨论的数学思想方法, 属于中档题.

3、B

【解析】

求得 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$, 由此构造函数 $g(x) = x^2 + (2-m)x + 2-m$, 根据题意可知 $g(x)$ 在 $(1,2)$ 上有变号零点.

由此令 $g(x) = 0$, 利用分离常数法结合换元法, 求得 m 的取值范围.

【详解】

$$f'(x) = e^x [x^2 + (2-m)x + 2-m],$$

$$\text{设 } g(x) = x^2 + (2-m)x + 2-m,$$

要使 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上不是单调函数,

即 $g(x)$ 在 $(1,2)$ 上有变号零点, 令 $g(x) = 0$,

$$\text{则 } x^2 + 2x + 2 = m(x+1),$$

令 $t = x+1 \in (2,3)$, 则问题即 $m = t + \frac{1}{t}$ 在 $t \in (2,3)$ 上有零点, 由于 $t + \frac{1}{t}$ 在 $(2,3)$ 上递增, 所以 m 的取值范围是

$$\left(\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right).$$

故选: B

【点睛】

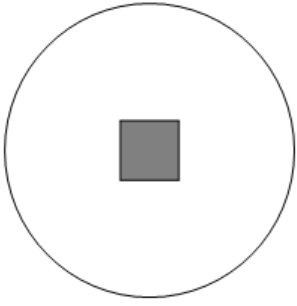
本小题主要考查利用导数研究函数的单调性, 考查方程零点问题的求解策略, 考查化归与转化的数学思想方法, 属于中档题.

4、B

【解析】

结合随机模拟概念和几何概型公式计算即可

【详解】



如图，由几何概型公式可知： $\frac{S_{\text{正}}}{S_{\text{圆}}} = \frac{4^2}{\pi \cdot 10^2} \approx \frac{51}{1000} \Rightarrow \pi \approx 3.137$.

故选：B

【点睛】

本题考查随机模拟的概念和几何概型，属于基础题

5、C

【解析】

根据程序框图写出几次循环的结果，直到输出结果是8时.

【详解】

第一次循环： $S = 0, i = 1$

第二次循环： $S = 1, i = 2$

第三次循环： $S = 3, i = 3$

第四次循环： $S = 6, i = 4$

第五次循环： $S = 10, i = 5$

第六次循环： $S = 15, i = 6$

第七次循环： $S = 21, i = 7$

第八次循环： $S = 28, i = 8$

所以框图中①处填 $S \geq 28?$ 时，满足输出的值为8.

故选：C

【点睛】

此题考查算法程序框图，根据循环条件依次写出每次循环结果即可解决，属于简单题目.

6、D

【解析】

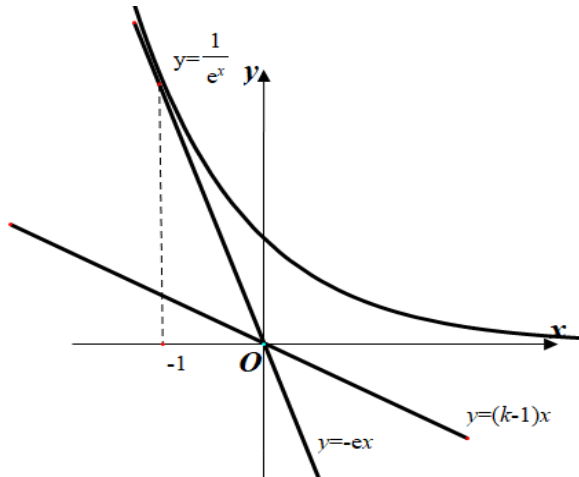
先将所求问题转化为 $(k-1)x < \frac{1}{e^x}$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，即 $y = \frac{1}{e^x}$ 得图象恒在函数

$y = (k-1)x$ 图象的上方，再利用数形结合即可解决.

【详解】

由 $f(x) < 1$ 得 $(k-1)x < \frac{1}{e^x}$ ，由题意函数 $y = \frac{1}{e^x}$ 得图象恒在函数 $y = (k-1)x$ 图象的上方，

作出函数的图象如图所示



过原点作函数 $y = \frac{1}{e^x}$ 的切线，设切点为 (a, b) ，则 $-e^{-a} = \frac{b}{a} = \frac{1}{ae^a}$ ，解得 $a = -1$ ，所以切线斜率为 $-e$ ，所以 $-e < k-1 \leq 0$ ，解得 $1-e < k \leq 1$.

故选：D.

【点睛】

本题考查导数在不等式恒成立中的应用，考查了学生转化与化归思想以及数形结合的思想，是一道中档题.

7、A

【解析】

先求解函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称的等价条件，得到 $\varphi = k\pi + \frac{7}{8}\pi, k \in \mathbf{Z}$ ，分析即得解.

【详解】

若函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称，

$$\text{则 } 3 \times \left(-\frac{\pi}{8}\right) + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z},$$

$$\text{解得 } \varphi = k\pi + \frac{7}{8}\pi, k \in \mathbf{Z},$$

故“ $\varphi = -\frac{\pi}{8}$ ”是“函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称”的充分不必要条件.

故选：A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/128055006043006061>