

高二数学

(试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟)

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项)

1. 已知直线 l 的一个方向向量为 $\vec{a} = (1, -1)$, 则直线 l 的斜率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. -1

【答案】D

【解析】

【分析】利用斜率公式求解.

【详解】解: 因为直线 l 的一个方向向量为 $\vec{a} = (1, -1)$,

所以直线 l 的斜率为 $k = \frac{-1}{1} = -1$,

故选: D

2. 已知点 $A(-2, 3, 0)$, $B(1, 3, 2)$, $\vec{AP} = 2\vec{AB}$, 则点 P 的坐标为 ()

- A. $(4, 3, 4)$ B. $(-4, -1, -4)$
C. $(-1, 6, 2)$ D. $(-5, 3, -2)$

【答案】A

【解析】

【分析】设 $P(x, y, z)$, 表示出 $\vec{AP}$ 、 $\vec{AB}$, 即可得到方程组, 解得即可.

【详解】设 $P(x, y, z)$, 则 $\vec{AP} = (x+2, y-3, z)$, 又 $\vec{AB} = (3, 0, 2)$,

因为 $\vec{AP} = 2\vec{AB}$, 所以 $(x+2, y-3, z) = 2(3, 0, 2)$,

所以 $\begin{cases} x+2=6 \\ y-3=0 \\ z=4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$, 即 $P(4, 3, 4)$.

故选: A

3. 已知直线方程 $kx - y - 2k = 0$, 则可知直线恒过定点的坐标是 ()

A. $(-2, 0)$

B. $(2, 0)$

C. $(0, -2)$

D. $(0, 2)$

【答案】B

【解析】

【分析】依题意可得 $(x-2)k - y = 0$ ，令 $\begin{cases} x-2=0 \\ -y=0 \end{cases}$ ，解得即可.

【详解】直线 $kx - y - 2k = 0$ ，即 $(x-2)k - y = 0$ ，令 $\begin{cases} x-2=0 \\ -y=0 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ ，

所以直线 $kx - y - 2k = 0$ 恒过点 $(2, 0)$.

故选：B

4. 平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长都是 1， O 为 A_1C_1 中点， $\angle BAD = \angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 60^\circ$ ，

$\vec{AO} = \vec{AA_1} + x\vec{AB} + y\vec{AD}$ ，则 ()

A. $x=1, y=1$

B. $x=1, y=\frac{1}{2}$

C. $x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{2}$

D. $x=\frac{1}{2}, y=1$

【答案】C

【解析】

【分析】根据空间向量线性运算法则计算可得.

【详解】依题意 $\vec{AO} = \vec{AA_1} + \vec{A_1O} = \vec{AA_1} + \frac{1}{2}\vec{A_1C_1}$
 $= \vec{AA_1} + \frac{1}{2}(\vec{A_1B_1} + \vec{A_1D_1})$
 $= \vec{AA_1} + \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD})$
 $= \vec{AA_1} + \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$ ，
 又 $\vec{AO} = \vec{AA_1} + x\vec{AB} + y\vec{AD}$ ，所以 $x = \frac{1}{2}$ ， $y = \frac{1}{2}$.

故选：C

5. “ $a = -3$ ”是“直线 $x + ay + 2 = 0$ 与直线 $ax + (a+2)y + 1 = 0$ 互相垂直”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据充分条件和必要条件的定义结合两直线垂直的判定分析判断即可.

【详解】当直线 $x+ay+2=0$ 与直线 $ax+(a+2)y+1=0$ 互相垂直时,

$$a+a(a+2)=0, \text{ 得 } a^2+3a=0, \text{ 解得 } a=0 \text{ 或 } a=-3,$$

所以当 $a=-3$ 时, 直线 $x+ay+2=0$ 与直线 $ax+(a+2)y+1=0$ 互相垂直,

而当直线 $x+ay+2=0$ 与直线 $ax+(a+2)y+1=0$ 互相垂直时, $a=0$ 或 $a=-3$,

所以“ $a=-3$ ”是“直线 $x+ay+2=0$ 与直线 $ax+(a+2)y+1=0$ 互相垂直”的充分不必要条件,

故选: A

6. 已知点 $(1, -2)$ 和 $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$ 在直线 $l: ax - y - 1 = 0 (a \neq 0)$ 的两侧, 则直线 l 的倾斜角的取值范围是

- A. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ B. $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$ C. $(\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6})$ D. $(0, \frac{\pi}{3}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \pi)$

【答案】D

【解析】

【详解】设直线 l 的倾斜角为 $\theta \in [0, \pi)$. 点 $A(1, -2), B(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$.

直线 $l: ax - y - 1 = 0 (a \neq 0)$ 经过定点 $P(0, -1)$.

$$k_{PA} = \frac{-1 - (-2)}{0 - 1} = -1, k_{PB} = \frac{-1 - 0}{0 - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}.$$

$\because$ 点 $(1, -2)$ 和 $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$ 在直线 $l: ax - y - 1 = 0 (a \neq 0)$ 的两侧,

$$\therefore k_{PA} < a < k_{PB}, \therefore -1 < \tan \theta < \sqrt{3}, \tan \theta \neq 0.$$

$$\text{解得 } 0 < \theta < \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4} < \theta < \pi.$$

本题选择 D 选项.

7. 过点 $A(4, 1)$ 的圆 C 与直线 $x - y = 1$ 相切于点 $B(2, 1)$, 则圆 C 的方程为 ()

- A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ B. $(x-3)^2 + y^2 = \sqrt{2}$

C. $(x-3)^2 + (y-8)^2 = 50$

D. $(x-3)^2 + y^2 = 2$

【答案】D

【解析】

【分析】由圆心和切点连线与切线垂直可得 $k_{BC} = -1$ ，得到关于圆心的一个方程，根据圆的性质，可知圆心 C 在 AB 的垂直平分线 $x=3$ 上，由此可求得 a, b 的值，得到圆心坐标，进而可求得圆的半径即可求解.

【详解】设圆心 $C(a, b)$,

因为直线 $x-y=1$ 与圆 C 相切于点 $B(2, 1)$,

$$\text{所以 } k_{BC} = \frac{b-1}{a-2} = -1, \text{ 即 } a+b-3=0,$$

因为 AB 中垂线为 $x=3$ ，则圆心 C 满足直线 $x=3$,

$$\text{即 } a=3, \therefore b=0,$$

$$\text{所以半径 } r = \sqrt{(3-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{2},$$

$$\text{所以圆 } C \text{ 的方程为 } (x-3)^2 + y^2 = 2,$$

故选：D.

8. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， O 为正方形 $ABCD$ 中心， $A_1P = \lambda A_1B_1$ ($\lambda \in [0, 1]$)，直线 OP 与平面 ABC 所成角为 θ ，则 θ 取最大时 λ 的值为 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】A

【解析】

【分析】在平面 ABB_1A_1 中过点 P 作 $PP_1 \perp AB$ 交 AB 于点 P_1 ，连接 P_1O ，即可得到 $\angle POP_1$ 即为线 OP 与平面 ABC 所成角，且 $\tan \angle POP_1 = \tan \theta = \frac{PP_1}{OP_1}$ ，设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，则 $1 \leq OP_1 \leq \sqrt{2}$ ，

从而求出 $(\tan \theta)_{\max}$ ，即可得解.

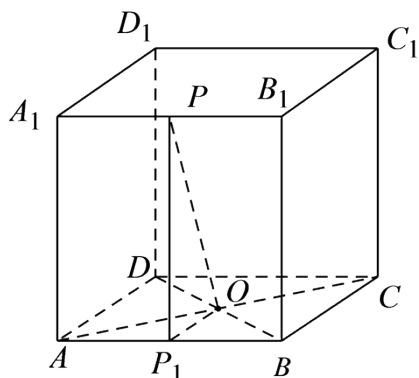
【详解】在平面 ABB_1A_1 中过点 P 作 $PP_1 \perp AB$ 交 AB 于点 P_1 ，连接 P_1O ，

由正方体的性质可知 $PP_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，则 $\angle POP_1$ 即为直线 OP 与平面 ABC 所成角，

则 $\tan \angle POP_1 = \tan \theta = \frac{PP_1}{OP_1}$, 设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 则 $1 \leq OP_1 \leq \sqrt{2}$,

所以当 $OP_1 = 1$ 时 $(\tan \theta)_{\max} = 1$, 此时 θ 取最大值, P_1 为 AB 的中点,

又 $A_1P = \lambda A_1B_1$, 所以当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时 θ 取最大值.



故选: A

9. $A(1, y_1)$, $B(-2, y_2)$ 是直线 $y = -3x$ 上的两点, 若沿 x 轴将坐标平面折成 60° 的二面角, 则折叠后 A、B 两点间的距离是 ()

A. 6

B. $2\sqrt{6}$

C. $3\sqrt{2}$

D. $\sqrt{13}$

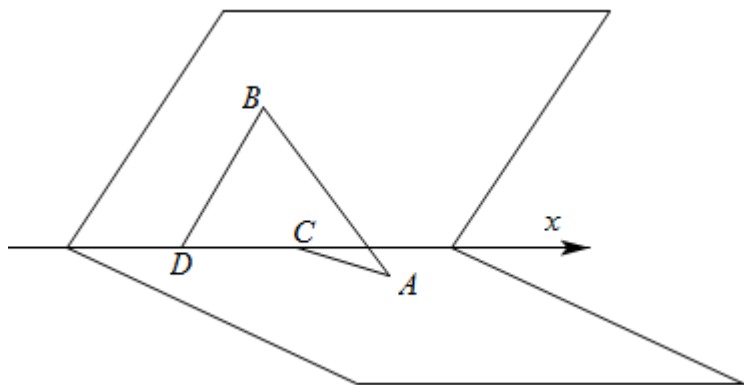
【答案】A

【解析】

【分析】作 $AC \perp x$ 轴于点 C , 作 $BD \perp x$ 轴于点 D , 将 $\overrightarrow{AB}$ 用 $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DB}$ 表示, 再根据数量积的运算律结合向量的模的计算公式计算即可.

【详解】因为 $A(1, y_1)$, $B(-2, y_2)$ 是直线 $y = -3x$ 上的两点,

所以 $A(1, -3)$, $B(-2, 6)$,



如图为折叠后的图形，作 $AC \perp x$ 轴于点 C ，作 $BD \perp x$ 轴于点 D ，

则异面直线 AC ， BD 所成的角为 60° ，即 $\overrightarrow{CA}$ 、 $\overrightarrow{DB}$ 的夹角为 60° ，

$$AC = 3, \quad BD = 6, \quad CD = 3,$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB},$$

$$\begin{aligned} \text{则 } |\overrightarrow{AB}| &= \sqrt{(-\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB})^2} \\ &= \sqrt{\overrightarrow{CA}^2 + \overrightarrow{CD}^2 + \overrightarrow{DB}^2 - 2\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CD}} \\ &= \sqrt{9 + 9 + 36 - 18} = 6, \end{aligned}$$

即折叠后 A 、 B 两点间的距离为 6.

故选：A.

10. 点 $M(x_0, y_0)$ 到两条直线： $x + 3y - 2 = 0$ ， $x + 3y + 6 = 0$ 距离相等， $y_0 < x_0 + 2$ ，则 $\frac{y_0}{x_0}$ 的取值范围

是 ()

A. $\left[-\frac{1}{3}, 0\right)$

B. $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (0, +\infty)$

C. $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$

D. $\left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】利用点到直线的距离公式得到 $x_0 + 3y_0 + 2 = 0$ ，结合 $y_0 < x_0 + 2$ 求出 x_0 ，再由 $x_0 \neq 0$ 及

$$\frac{y_0}{x_0} = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3x_0} \text{ 计算可得.}$$

【详解】依题意 $\frac{|x_0 + 3y_0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{|x_0 + 3y_0 + 6|}{\sqrt{1^2 + 3^2}}$ ，所以 $x_0 + 3y_0 + 2 = 0$ ，

$$\text{即 } y_0 = -\frac{1}{3}x_0 - \frac{2}{3}, \text{ 又 } y_0 < x_0 + 2, \text{ 所以 } -\frac{1}{3}x_0 - \frac{2}{3} < x_0 + 2, \text{ 解得 } x_0 > -2,$$

$$\text{显然 } x_0 \neq 0, \text{ 所以 } \frac{y_0}{x_0} = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3x_0},$$

$$\text{当 } -2 < x_0 < 0 \text{ 时 } \frac{2}{3x_0} < -\frac{1}{3}, \text{ 所以 } -\frac{1}{3} - \frac{2}{3x_0} > 0,$$

当 $x_0 > 0$ 时 $\frac{2}{3x_0} > 0$, 所以 $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3x_0} < -\frac{1}{3}$,

综上可得 $\frac{y_0}{x_0} \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (0, +\infty)$.

故选: B

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 若向量 $\vec{a} = (x, 1, 9)$ 与向量 $\vec{b} = (1, -2y, 3)$ 共线, 则 x 的值为_____.

【答案】3

【解析】

【分析】利用向量共线定理求解.

【详解】解: 因为向量 $\vec{a} = (x, 1, 9)$ 与向量 $\vec{b} = (1, -2y, 3)$ 共线,

所以 $\frac{x}{1} = \frac{9}{3}$, 解得 $x = 3$,

故答案为: 3

12. 直线 $2x - y - 1 = 0$ 与 $2x - y + 1 = 0$ 之间的距离是_____.

【答案】 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【解析】

【分析】由平行线间的距离公式可求得结果.

【详解】易知直线 $2x - y - 1 = 0$ 与 $2x - y + 1 = 0$ 平行,

这两条直线间的距离为 $d = \frac{|-1-1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故答案为: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

13. 以 $A(2, 3), B(4, 9)$ 为直径的两个端点的圆的方程是_____.

【答案】 $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$

【解析】

【分析】利用圆的标准方程待定系数计算即可.

【详解】易知该圆圆心为 $A(2, 3), B(4, 9)$ 的中点 $C(3, 6)$, 半径 $r = \frac{|AB|}{2} = \sqrt{10}$,

所以该圆方程为: $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$.

故答案为: $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$.

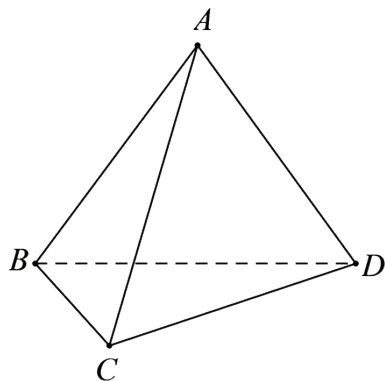
14. 任意四面体 $ABCD$ 中, $\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{BC} \cdot \vec{AD} + \vec{CA} \cdot \vec{BD} =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 结合四面体, 利用空间向量加减法、相反向量的几何意义及数量积的运算律化简目标式即可.

【详解】

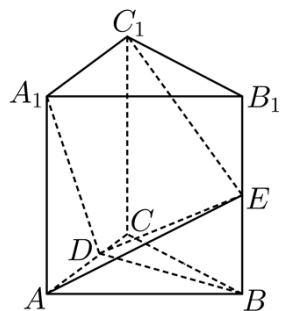


$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot (\vec{CB} + \vec{BD}) = \vec{AB} \cdot \vec{CB} + \vec{AB} \cdot \vec{BD},$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{BC} \cdot \vec{AD} + \vec{CA} \cdot \vec{BD} &= \vec{AB} \cdot \vec{CB} + \vec{AB} \cdot \vec{BD} + \vec{BC} \cdot \vec{AD} + \vec{CA} \cdot \vec{BD} = (\vec{AD} - \vec{AB}) \cdot \vec{BC} \\ &+ (\vec{AB} + \vec{CA}) \cdot \vec{BD} = \vec{BD} \cdot \vec{BC} + \vec{CB} \cdot \vec{BD} = 0. \end{aligned}$$

故答案为: 0

15. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC$, $AC = 2$, $BC = 1$, $AA_1 = 2$, 点 D 在棱 AC 上滑动, 点 E 在棱 BB_1 上滑动, 给出下列四个结论:



① 三棱锥 $C_1 - A_1DE$ 的体积不变;

② $A_1D + DB$ 的最小值为 $\sqrt{13}$;

③点 D 到直线 C_1E 的距离的最小值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$;

④使得 $A_1D \perp C_1E$ 成立的点 D 、 E 不存在.

其中所有正确的结论为_____.

【答案】①②③

【解析】

【分析】根据锥体的体积公式判断①，将 $\triangle VABC$ 翻折到与矩形 ACC_1A_1 共面时连接 A_1B 交 AC 于点 D ，此时 $A_1D + DB$ 取得最小值，利用勾股定理求出距离最小值，即可判断②，建立空间直角坐标系，利用空间向量法求出点到距离，再根据函数的性质计算可得③，利用 $\vec{A_1D} \cdot \vec{C_1E} = 0$ ，即可判断④.

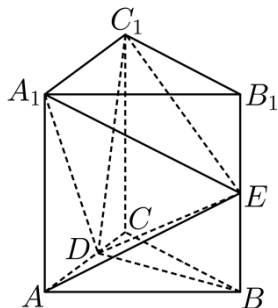
【详解】在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中 $BB_1 \perp$ 平面 ABC ，

对于①：直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AC \perp BC$ ， $CC_1 \perp$ 平面 ABC ， $BC \subset$ 平面 ABC ，所以

$CC_1 \perp BC$ ，又 $CC_1 \cap AC = C$ ， $CC_1, AC \subset$ 平面 ACC_1A_1 ，所以 $BC \perp$ 平面 ACC_1A_1 ，

又点 D 在棱 AC 上滑动，所以 $S_{\triangle VC_1A_1D} = \frac{1}{2} C_1A_1 \cdot C_1C = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ，

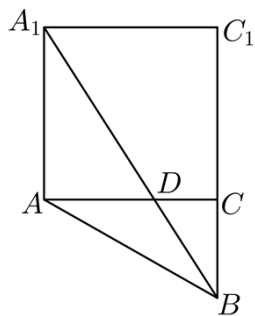
所以 $V_{C_1-A_1DE} = V_{E-C_1A_1D} = \frac{1}{3} BC \cdot S_{\triangle VC_1A_1D} = \frac{1}{3} \times 1 \times 2 = \frac{2}{3}$ ，所以三棱锥 $C_1 - A_1DE$ 的体积不变，故①正确；



对于②：如图将 $\triangle VABC$ 翻折到与矩形 ACC_1A_1 共面时连接 A_1B 交 AC 于点 D ，此时 $A_1D + DB$ 取得最小值，

因为 $A_1C_1 = CC_1 = 2$ ， $BC = 1$ ，所以 $BC_1 = 3$ ，所以 $A_1B = \sqrt{A_1C_1^2 + C_1B^2} = \sqrt{13}$ ，

即 $A_1D + DB$ 的最小值为 $\sqrt{13}$ ，故②正确；



对于③：如图建立空间直角坐标系，设 $D(a, 0, 0)$ ， $a \in [0, 2]$ ， $E(0, 1, c)$ ， $c \in [0, 2]$ ，

$$C_1(0, 0, 2),$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{C_1D} = (a, 0, -2), \quad \overrightarrow{C_1E} = (0, 1, c-2),$$

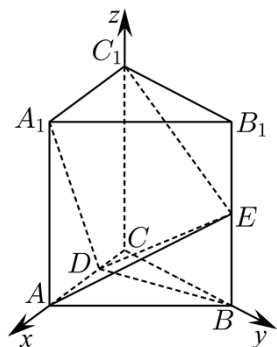
$$\begin{aligned} \text{则点 } D \text{ 到直线 } C_1E \text{ 的距离 } d &= \sqrt{|\overrightarrow{C_1D}|^2 - \left(\frac{\overrightarrow{C_1D} \cdot \overrightarrow{C_1E}}{|\overrightarrow{C_1E}|} \right)^2} = \sqrt{a^2 + 4 - \left(\frac{-2(c-2)}{\sqrt{(c-2)^2 + 1}} \right)^2} \\ &= \sqrt{a^2 + 4 - \frac{4(c-2)^2}{(c-2)^2 + 1}}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } c=2 \text{ 时 } d = \sqrt{a^2 + 4} \geq 2,$$

$$\text{当 } 0 \leq c < 2 \text{ 时 } 0 < (c-2)^2 \leq 4, \quad \frac{1}{4} \leq \frac{1}{(c-2)^2}, \quad 1 + \frac{1}{(c-2)^2} \geq \frac{5}{4}, \quad \text{则 } 0 < \frac{4}{1 + \frac{1}{(c-2)^2}} \leq \frac{16}{5},$$

$$\text{所以当 } \frac{4(c-2)^2}{(c-2)^2 + 1} \text{ 取最大值 } \frac{16}{5}, \text{ 且 } a^2 = 0 \text{ 时 } d_{\min} = \sqrt{4 - \frac{16}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

即当 D 在 C 点 E 在 B 点时点 D 到直线 C_1E 的距离的最小值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，故③正确；



$$\text{对于④： } A_1(2, 0, 2), \quad \overrightarrow{A_1D} = (a-2, 0, -2), \quad \overrightarrow{C_1E} = (0, 1, c-2),$$

$$\text{所以 } \overrightarrow{A_1D} \cdot \overrightarrow{C_1E} = -2(c-2), \text{ 因为 } c \in [0, 2], \text{ 所以当 } c=2 \text{ 时 } \overrightarrow{A_1D} \cdot \overrightarrow{C_1E} = 0,$$

所以 $\overline{A_1D} \perp \overline{C_1E}$ ，即 $A_1D \perp C_1E$ ，故④错误.

故答案为：①②③

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分）

16. 已知点 $A(1,2)$ ， $B(-3,5)$ ， $C(6,2)$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 过点 C 的直线 l 与点 $A(1,2)$ ，点 $B(-3,5)$ 距离相等，求直线 l 的方程.

【答案】(1) $\frac{15}{2}$

(2) $3x+14y-46=0$ 或 $3x+4y-26=0$

【解析】

【分析】(1) 求出三角形的三边长，并求其中一个角的余弦值，代入公式即可求得面积.

(2) 过点 C 的直线 l 与点 $A(1,2)$ ，点 $B(-3,5)$ 距离相等，即直线 l 与直线 AB 平行或经过 AB 的中点，代入求解即可.

【小问 1 详解】

由点 $A(1,2)$ ， $B(-3,5)$ ， $C(6,2)$ 可得， $|AB| = \sqrt{(1+3)^2 + (2-5)^2} = 5$ ，

$|BC| = \sqrt{(-3-6)^2 + (5-2)^2} = 3\sqrt{10}$ ， $|AC| = \sqrt{(1-6)^2 + (2-2)^2} = 5$ ，

在 $\triangle ABC$ 中， $\cos \angle ABC = \frac{|AB|^2 + |BC|^2 - |AC|^2}{2|AB| \cdot |BC|} = \frac{25 + 90 - 25}{2 \times 5 \times 3\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ ，

所以 $\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}|AB||BC|\sin \angle ABC = \frac{15}{2}$.

【小问 2 详解】

过点 C 的直线 l 与点 $A(1,2)$ ，点 $B(-3,5)$ 距离相等，即直线 l

与直线 AB 平行或经过 AB 的中点，

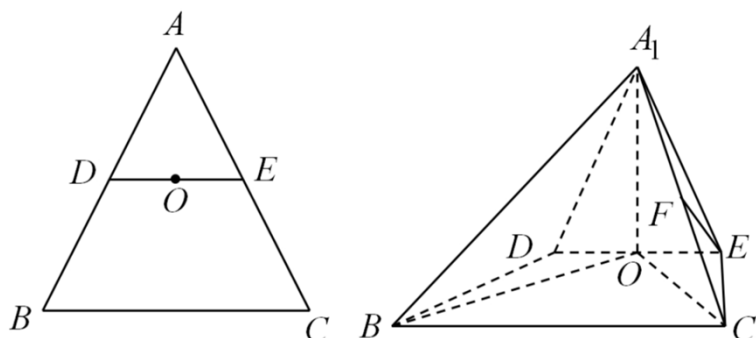
当过点 C 的直线 l 与平行时， $k_l = k_{AB} = -\frac{3}{4}$ ，则直线方程为 $3x+4y-26=0$ ；

当过点 C 的直线 l 过 AB 的中点， AB 的中点坐标 $(-1, \frac{7}{2})$ ， $k_l = -\frac{3}{14}$ ，所以直线方程为

$y-2 = -\frac{3}{14}(x-6)$ ，即 $3x+14y-46=0$.

所以直线方程为 $3x+14y-46=0$ 或 $3x+4y-26=0$.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2\sqrt{5}$, $BC = 4$, D, E 分别为 AB, AC 的中点, O 为 DE 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使得平面 $A_1DE \perp$ 平面 $BCED$.



(1) 平面 $A_1OB \perp$ 平面 $BCED$;

(2) 若 F 为 A_1C 的中点, 求点 F 到面 A_1OB 的距离.

【答案】(1) 证明见解析.

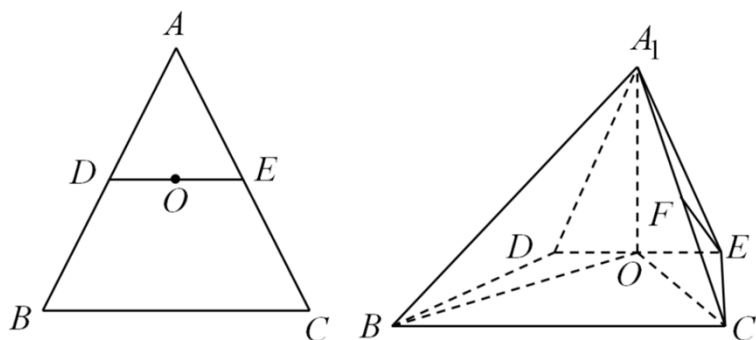
(2) $\sqrt{2}$.

【解析】

【分析】(1) 只需要证明 A_1O 垂直与平面 $BCED$, A_1O 在平面 A_1OB 内, 即可证明平面 $A_1OB \perp$ 平面 $BCED$;

(2) 利用等体积法, 与体积的比例 $V_{F-A_1OB} = \frac{1}{2}V_{C-A_1OB} = \frac{1}{2}V_{A_1-BOC}$ 进行列式求解即可.

【小问 1 详解】



证明: 因为在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D, E 分别为 AB, AC 的中点.

所以 $\triangle ADE$ 为等腰三角形.

又因为 O 为 DE 的中点.

所以 $AO \perp DE$, 即翻折过后的 $A_1O \perp DE$, $A_1O \subset$ 平面 A_1DE ,

又因为平面 $A_1DE \perp$ 平面 $BCED$, 平面 $A_1DE \cap$ 平面 $BCED = ED$.

所以 $A_1O \perp$ 平面 $BCED$.

【小问 2 详解】

因为在 $VABC$ 中计算得 $A_1O = 2$, $OB = 2\sqrt{2}$,

$$\text{所以 } S_{VAOB} = \frac{1}{2} A_1O \times OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}, \quad S_{\triangle COB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4.$$

由图可知, $V_{F-A_1OB} = \frac{1}{2} V_{C-A_1OB} = \frac{1}{2} V_{A_1-BOC}$, 设点 F 到平面 A_1OB 的距离为 h ,

$$\text{所以 } \frac{1}{3} S_{VA_1OB} \cdot h = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} S_{VBOC} \cdot A_1O, \text{ 即 } \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2}h = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 4 \times 2,$$

$$\text{解得 } h = \sqrt{2}.$$

18. 已知直线 l 过点 $P(2,3)$, 圆 $C: x^2 + 4x + y^2 - 12 = 0$

(1) 求与圆 C 相切的直线 l 的方程;

(2) 当直线 l 是圆 C 的一条对称轴, 交圆 C 于 A, B 两点, 过 A, B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 D, E 两点, 求 $|DE|$.

【答案】(1) $x = 2$ 或 $7x + 24y - 86 = 0$

(2) 10

【解析】

【分析】(1) 将圆的方程化为标准式, 再分斜率存在与不存在两种情况讨论;

(2) 依题意直线 l 过圆心 C , 即可求出直线 l 的方程, 即可得到 $\tan \angle ACD = \frac{3}{4}$, 利用锐角三角函数求出 $|AD|$, 从而求出 $|CD|$, 从而得解.

【小问 1 详解】

圆 $C: x^2 + 4x + y^2 - 12 = 0$ 即 $(x+2)^2 + y^2 = 16$, 所以圆心 $C(-2,0)$, 半径 $r = 4$,

当斜率不存在时直线的方程为 $x = 2$, 符合题意;

当斜率存在时, 设斜率为 k , 则 $y - 3 = k(x - 2)$, 即 $kx - y - 2k + 3 = 0$,

$$\text{则 } d = \frac{|-2k - 2k + 3|}{\sqrt{k^2 + (-1)^2}} = 4, \text{ 解得 } k = -\frac{7}{24}, \text{ 所以切线方程为 } 7x + 24y - 86 = 0,$$

综上可得切线方程为 $x = 2$ 或 $7x + 24y - 86 = 0$.

【小问 2 详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/128067135135006117>