

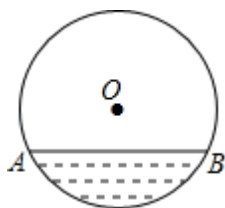
南外集团文华学校 2023-2024 学年九年级（下）开学考数学试题

一. 选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 3$ ，则 $\sin B$ 的值为()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

2. 往直径为 10cm 的圆柱形容器内装入一些水以后，截面如图所示，若水面宽 $AB = 8\text{cm}$ ，则水的最大深度为()

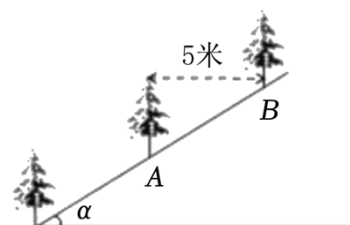


- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

3. 将抛物线 $y = 2(x-3)^2 + 2$ 向左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到抛物线的解析式是()

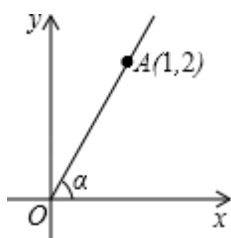
- A. $y = 2(x-6)^2$ B. $y = 2(x-6)^2 + 4$ C. $y = 2x^2$ D. $y = 2x^2 + 4$

4. 如图，先锋村准备在坡角为 α 的山坡上栽树，要求相邻两树之间的水平距离为 5 米，那么这两树在坡面上的距离 AB 为()米



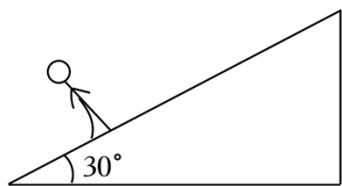
- A. $5\cos\alpha$ B. $\frac{5}{\cos\alpha}$ C. $5\sin\alpha$ D. $\frac{5}{\sin\alpha}$

5. 如图，在平面直角坐标系中， $\angle\alpha$ 的一边与 x 轴正半轴重合，顶点为坐标原点，另一边过点 $A(1,2)$ ，那么 $\sin\alpha$ 的值为()



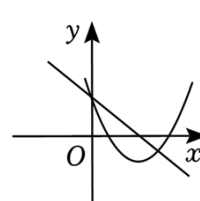
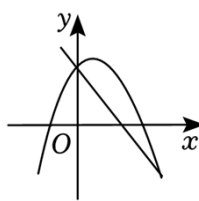
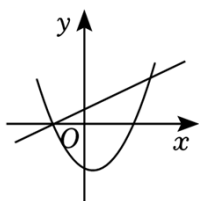
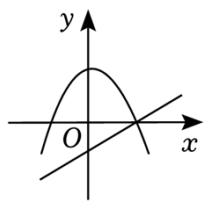
- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

6. 爬坡时坡面与水平面夹角为 α ，则每爬 $1m$ 耗能 $(1.025 - \cos \alpha)J$ ，若某人爬了 $1000m$ ，该坡角为 30° ，则他耗能() (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} \approx 1.414$)



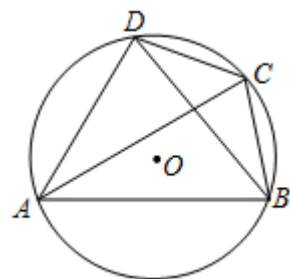
- A. $58J$ B. $159J$ C. $1025J$ D. $1732J$

7. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与一次函数 $y = ax + c$ 在同一坐标系中的图象大致是图中的()



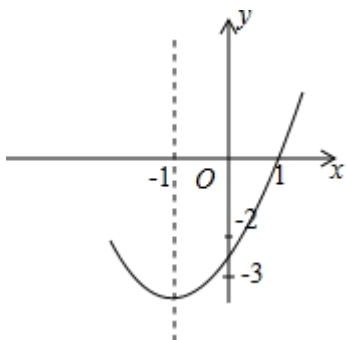
- A. B. C. D.

8. 如图，四边形 $ABCD$ 的外接圆为 $\odot O$ ， $BC = CD$ ， $\angle DAC = 35^\circ$ ， $\angle ACD = 45^\circ$ ，则 $\angle ADB$ 的度数为()



- A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

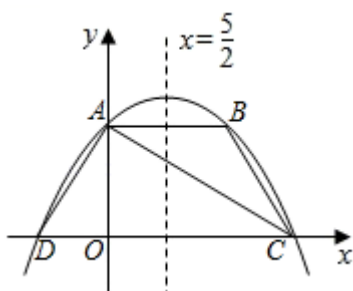
9. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 图象的一部分, 对称轴为直线 $x = -1$, 经过点 $(1, 0)$, 且与 y 轴的交点在点 $(0, -2)$ 与 $(0, -3)$ 之间. 下列判断中, 正确的是()



- A. $b^2 < 4ac$ B. $2a + b = 0$ C. $a - 3b + c > 0$ D. $\frac{4}{3} < b < 2$

10. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 交 y 轴于点 A ，交过点 A 且平行于 x 轴的直线于另一点 B ，交 x 轴于 C ，

D 两点（点 C 在点 D 右边），对称轴为直线 $x = \frac{5}{2}$ ，连接 AC ， AD ， BC ．若点 B 关于直线 AC 的对称点恰好落在线段 OC 上，下列结论中错误的是（ ）



A. 点 B 坐标为 $(5, 4)$

B. $AB = AD$

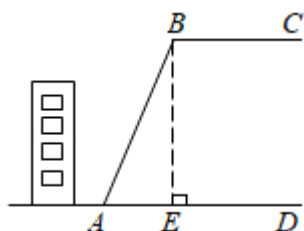
C. $a = -\frac{1}{6}$

D. $OC \cdot OD = 16$

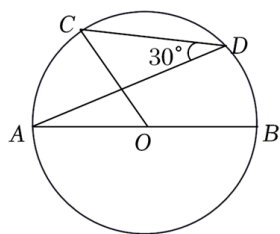
二. 填空题（每题 3 分，共 15 分）

11. 已知 $(-1, y_1)$ ， $(2, y_2)$ 在二次函数 $y = x^2 - 2x + m$ 的图象上，比较 y_1 ____ y_2 .（填 $>$ 、 $<$ 或 $=$ ）

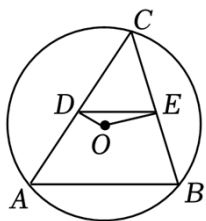
12. 如图，某校教学楼后面紧邻着一个山坡，坡上面是一块平地． $BC \parallel AD$ ， $BE \perp AD$ ，斜坡 AB 长 $26m$ ，斜坡 AB 的坡比为 $12:5$ ．为了减缓坡面，防止山体滑坡，学校决定对该斜坡进行改造．经地质人员勘测，当坡角不超过 50° 时，可确保山体不滑坡．如果改造时保持坡脚 A 不动，则坡顶 B 沿 BC 至少向右移 ____ m 时，才能确保山体不滑坡．（取 $\tan 50^\circ \approx 1.2$ ）



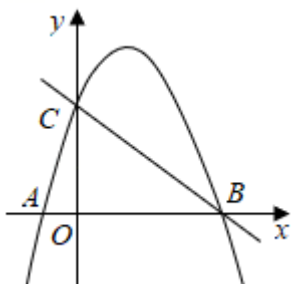
13. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 、 D 在 $\odot O$ 上， $\angle ADC = 30^\circ$ ，则 $\angle BOC =$ ____ 度．



14. 如图，在圆 O 中，弦 $AB = 8$ ，点 C 在圆 O 上（ C 与 A ， B 不重合），连接 CA 、 CB ，过点 O 分别作 $OD \perp AC$ ， $OE \perp BC$ ，垂足分别是点 D 、 E ．若点 O 到 AB 的距离为 3，则圆 O 的半径为 _____．



15. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + \frac{9}{4}x + c$ 与 x 轴相交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴相交于点 $C(0, 3)$, 作直线 BC . 若在直线 BC 上方的抛物线上存在点 D , 使 $\angle DCB = 2\angle ABC$, 则点 D 的坐标为_____.



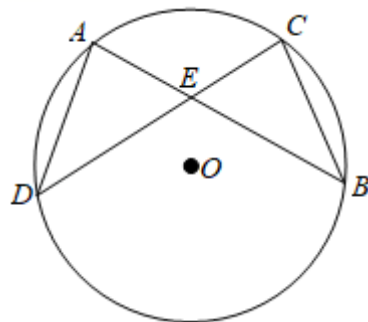
三. 解答题 (共 7 小题)

16. (6 分) 计算:

(1) $(4 - \sqrt{3})^0 - 3 \tan 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \sqrt{12}$; (2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{12} - 4 \sin 60^\circ$.

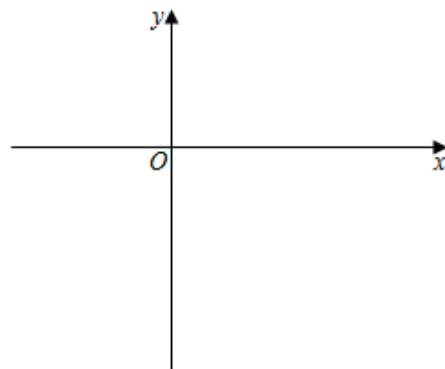
17. (6 分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 AB 与 CD 相交于点 E , $AB = CD$, 连接 AD , BC , 求证:

- (1) $\widehat{AD} = \widehat{BC}$;
(2) $AE = CE$.



18. (8 分) 已知二次函数 $y = x^2 - 4x - 1$.

- (1) 将函数 $y = x^2 - 4x - 1$ 的解析式化为 $y = a(x + m)^2 + k$ 的形式, 并指出该函数图象顶点 B 坐标;
(2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 设抛物线 $y = x^2 - 4x - 1$ 与 y 轴交点为 C , 抛物线的对称轴与 x 轴交点为 A , 求四边形 $OABC$ 的面积.

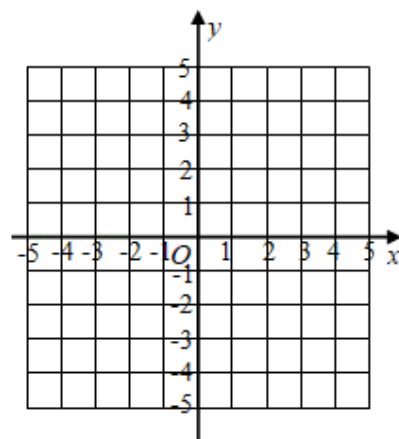


19. (8分) 深圳某公司投产一种智能机器人, 每个智能机器人的生产成本为 200 元, 试销过程中发现, 每月销售量 y (个) 与销售单价 x (元) 之间的关系可以近似的看作一次函数 $y = -0.2x + 260$, 设每月的利润为 w (元) (利润 = 销售额 - 投入).

- (1) 该公司想每月获得 36000 元的利润, 应将销售单价定为多少元?
- (2) 如果该公司拟每月投入不超过 20000 元生产这种智能机器人, 那么该公司在销售完这些智能机器人后, 所获得的最大利润为多少元? 此时定价应为多少元?

20. (8分) 小明在学习函数的过程中遇到这样一个函数: $y = [x]$, 若 $x \geq 0$ 时, $[x] = x^2 - 1$; 若 $x < 0$ 时, $[x] = -x + 1$. 小明根据学习函数的经验, 对该函数进行了探究.

- (1) 下列关于该函数图象的性质正确的是 ____; (填序号)
 - ① y 随 x 的增大而增大; ② 该函数图象关于 y 轴对称;
 - ③ 当 $x = 0$ 时, 函数有最小值为 -1 ; ④ 该函数图象不经过第三象限.
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中画出该函数图象;
 - ① 若函数值 $y = 8$, 则 $x =$ ____.
 - ② 若关于 x 的方程 $2x + c = [x]$ 有两个不相等的实数根, 请结合函数图象, 直接写出 c 的取值范围是 ____.



21. (9 分) 阅读材料:

关于三角函数还有如下的公式: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$;

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}; \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

利用这些公式可以将一些不是特殊角的三角函数转化为特殊角的三角函数来求值.

$$\text{例: } \tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}$$

根据以上阅读材料, 请选择适当的公式解答下面问题

(1) 计算: $\sin 15^\circ$;

(2) 乌蒙铁塔是六盘水市标志性建筑物之一(图1), 小华想用所学知识来测量该铁塔的高度, 如图2, 小华站在离塔底 A 距离 7 米的 C 处, 测得塔顶的仰角为 75° , 小华的眼睛离地面的距离 DC 为 1.62 米, 请帮助小华求出乌蒙铁塔的高度. (精确到 0.1 米, 参考数据 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{2} = 1.414$)



图1

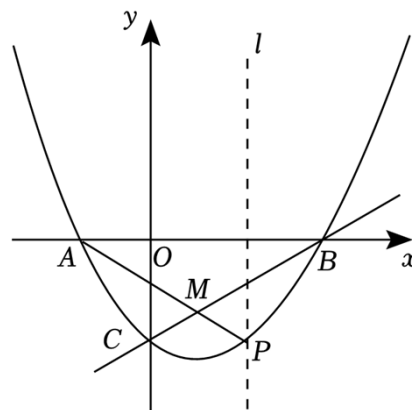


图2

22. (10 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-2, 0)$ 、 $B(6, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$.

(1) 求抛物线的表达式;

- (2) 点 P 为直线 BC 下方的抛物线上一个动点，当 $\triangle PBC$ 面积最大时，求点 P 的坐标；
- (3) 点 P 在直线 BC 下方的抛物线上，连接 AP 交 BC 于点 M ，当 $\frac{PM}{AM}$ 最大时，求点 P 的横坐标及 $\frac{PM}{AM}$ 的最大值。



一. 选择题 (共 10 小题)

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 3$, 则 $\sin B$ 的值为 ()

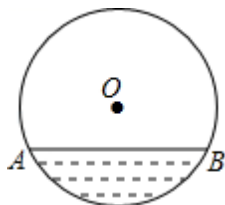
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 3$,

$$\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$$

故选: D.

2. 往直径为 10cm 的圆柱形容器内装入一些水以后, 截面如图所示, 若水面宽 $AB = 8\text{cm}$, 则水的最大深度为 ()



- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

【解答】解: 连接 OB , 过点 O 作 $OC \perp AB$ 于点 D , 交 $\odot O$ 于点 C , 如图所示:

$$\text{则 } BD = \frac{1}{2} AB = 4(\text{cm}),$$

$\because \odot O$ 的直径为 10cm ,

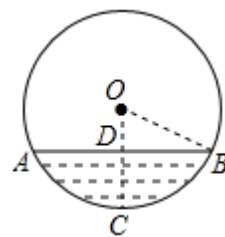
$$\therefore OB = OC = 5(\text{cm}),$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle OBD \text{ 中, } OD = \sqrt{OB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm}),$$

$$\therefore CD = OC - OD = 5 - 3 = 2(\text{cm}),$$

即水的最大深度为 2cm ,

故选: B.



3. 将抛物线 $y = 2(x-3)^2 + 2$ 向左平移 3 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度, 得到抛物线的解析式是 ()

- A. $y = 2(x-6)^2$ B. $y = 2(x-6)^2 + 4$ C. $y = 2x^2$ D. $y = 2x^2 + 4$

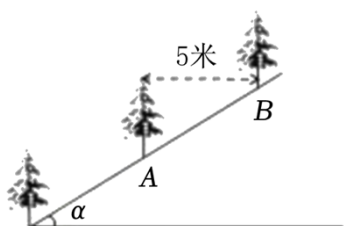
【解答】解：将抛物线 $y = 2(x-3)^2 + 2$ 向左平移 3 个单位长度所得抛物线解析式为： $y = 2(x-3+3)^2 + 2$ ，

即 $y = 2x^2 + 2$ ；

再向下平移 2 个单位为： $y = 2x^2 + 2 - 2$ ，即 $y = 2x^2$ 。

故选：C。

4. 如图，先锋村准备在坡角为 α 的山坡上栽树，要求相邻两树之间的水平距离为 5 米，那么这两树在坡面上的距离 AB 为()米



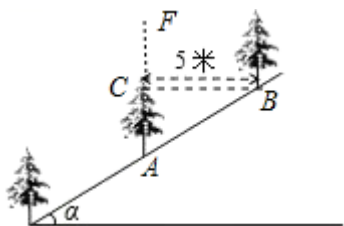
- A. $5\cos\alpha$ B. $\frac{5}{\cos\alpha}$ C. $5\sin\alpha$ D. $\frac{5}{\sin\alpha}$

【解答】解：如图，过点 B 作 $BC \perp AF$ 于点 C 。

$\therefore BC = 5$ 米， $\angle CBA = \angle \alpha$ 。

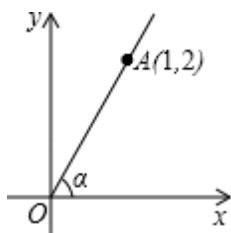
$$\therefore AB = \frac{BC}{\cos\alpha} = \frac{5}{\cos\alpha}.$$

故选：B。



5. 如图，在平面直角坐标系中， $\angle \alpha$ 的一边与 x 轴正半轴重合，顶点为坐标原点，另一边过点 $A(1,2)$ ，那

么 $\sin\alpha$ 的值为()



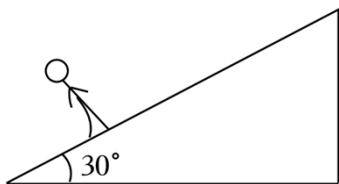
- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【解答】解：由图可得： $OA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ，

所以 $\sin \alpha$ 的值 $= \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，

故选：A．

6. 爬坡时坡面与水平面夹角为 α ，则每爬 $1m$ 耗能 $(1.025 - \cos \alpha)J$ ，若某人爬了 $1000m$ ，该坡角为 30° ，则他耗能 () (参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$)



A. 58J

B. 159J

C. 1025J

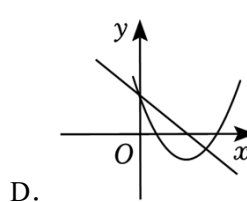
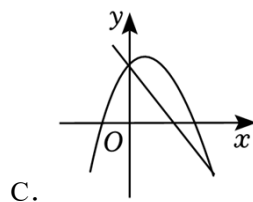
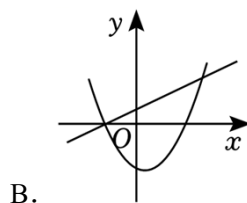
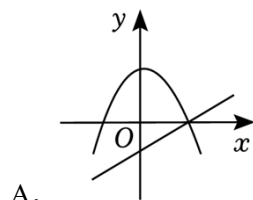
D. 1732J

【解答】解：由题意得：

某人爬了 $1000m$ ，该坡角为 30° ，则他耗能 $= 1000 \times (1.025 - \cos 30^\circ) = 1000 \times (1.025 - \frac{\sqrt{3}}{2}) \approx 159(J)$ ，

故选：B．

7. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与一次函数 $y = ax + c$ 在同一坐标系中的图象大致是图中的 ()



【解答】解：A、由一次函数 $y = ax + c$ 的图象可得： $a > 0$ ，由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可知， $a < 0$ ，两结论矛盾，不符合题意；

B、由一次函数 $y = ax + c$ 的图象可得： $a > 0$ ， $c > 0$ ，由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可知， $a > 0$ ， $c < 0$ ，两结论矛盾，不符合题意；

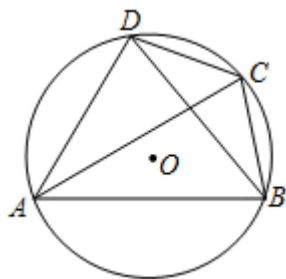
C、由一次函数 $y = ax + c$ 的图象可得： $a < 0$ ， $c > 0$ ，由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可知， $a < 0$ ， $c > 0$ ，两结论一致，符合题意；

D、由一次函数 $y = ax + c$ 的图象可得： $a < 0$ ， $c > 0$ ，由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可知， $a > 0$ ，

$c > 0$ ，两结论矛盾，不符合题意.

故选：C.

8. 如图，四边形 $ABCD$ 的外接圆为 $\odot O$ ， $BC = CD$ ， $\angle DAC = 35^\circ$ ， $\angle ACD = 45^\circ$ ，则 $\angle ADB$ 的度数为()



A. 55°

B. 60°

C. 65°

D. 70°

【解答】解： $\because BC = CD$ ，

$\therefore \widehat{DC} = \widehat{BC}$ ，

$\therefore \angle ABD$ 和 $\angle ACD$ 所对的弧都是 $\widehat{AD}$ ，

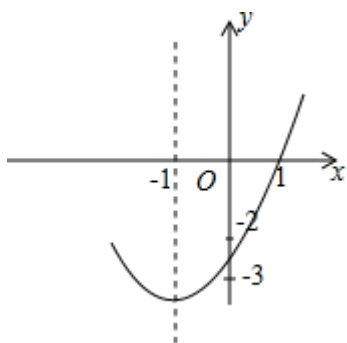
$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 35^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle ACD = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle BAD - \angle ABD = 180^\circ - 70^\circ - 45^\circ = 65^\circ$.

故选：C.

9. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数， $a \neq 0$) 图象的一部分，对称轴为直线 $x = -1$ ，经过点 $(1, 0)$ ，且与 y 轴的交点在点 $(0, -2)$ 与 $(0, -3)$ 之间. 下列判断中，正确的是()



A. $b^2 < 4ac$

B. $2a + b = 0$

C. $a - 3b + c > 0$

D. $\frac{4}{3} < b < 2$

【解答】解： $\because$ 对称轴为直线 $x = -1$ ，经过点 $(1, 0)$ ，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(-3, 0)$ ，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0,$$

$\therefore b^2 > 4ac$ ，故 A 选项错误；

$$\because -\frac{b}{2a} = -1,$$

$$\therefore 2a = b,$$

$\therefore 2a - b = 0$ ，故 B 选项错误；

$\because$ 抛物线的开口向上，

$$\therefore a > 0,$$

当 $x = -3$ 时， $9a - 3b + c = 0$ ，当 $x = -3$ 时， $9a - 3b + c = 0$ ，

$$\therefore -3b + c = -9a,$$

$$\therefore a - 3b + c = -9a + a = -8a < 0,$$

$\therefore a - 3b + c < 0$ ，故 C 选项错误；

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在点 $(0, -2)$ 与 $(0, -3)$ 之间，

$$\therefore -3 < c < -2,$$

当 $x = 1$ 时， $a + b + c = 0$ ，

$$\therefore c = -a - b,$$

$$\because a = \frac{1}{2}b,$$

$$\therefore c = -\frac{3}{2}b,$$

$$\therefore -3 < -\frac{3}{2}b < -2,$$

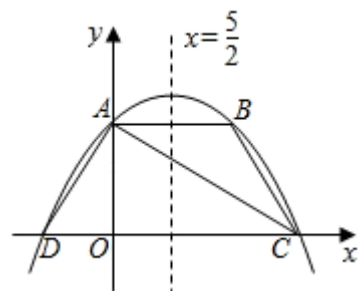
$$\therefore \frac{4}{3} < b < 2, \text{ 故 } D \text{ 选项正确,}$$

故选： D .

10. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 交 y 轴于点 A ，交过点 A 且平行于 x 轴的直线于另一点 B ，交 x 轴于 C ，

D 两点（点 C 在点 D 右边），对称轴为直线 $x = \frac{5}{2}$ ，连接 AC ， AD ， BC ．若点 B 关于直线 AC 的对称点

恰好落在线段 OC 上，下列结论中错误的是（ ）



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/128100004037006042>