

## 第一章 整式的运算

### 1.1 同底数幂的乘法

#### 知识导航

在学习新知识之前，我们先复习下什么叫乘方？

求几个相同因数的积的运算叫做乘方

$$\begin{array}{c} \text{指数} \swarrow \\ \text{底数} \text{-----} a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a \\ \text{n 个 a} \end{array}$$

幂

读出下表各式，指出底数和指数，并用积的形式来表示

幂	底数	指数	积的形式
$5^3$			
$\left(\frac{1}{3}\right)^5$			
$(-2)^2$			
$(2a)^4$			
$(a+1)^2$			

计算下列式子，结果用幂的形式表示，然后观察结果

$$\begin{aligned} & 2^3 \times 2^2 \\ &= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^5 \end{aligned}$$

依据上面式子我们可以得到同底数幂的乘法法则

**同底数幂的乘法法则：同底数的幂相乘，底数不变，指数相加**

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 为正整数})$$

同步练习

一、填空题：

- $10^{m+1} \times 10^{n-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $-6^4 \times (-6)^5 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $x^2 x^3 + x x^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $(x+y)^2 (x+y)^5 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- $10^3 \times 100 \times 10 + 100 \times 100 \times 100 - 10000 \times 10 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若  $2^{x+1} = 16$ , 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若  $a^m = a^3 a^4$ , 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 若  $x^4 x^a = x^{16}$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  
若  $x x^2 x^3 x^4 x^5 = x^y$ , 则  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ; 若  $a^x (-a)^2 = a^5$ , 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 若  $a^m = 2, a^n = 5$ , 则  $a^{m+n} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

二、选择题：

- 下面计算正确的是( )  
A.  $b^3 b^2 = b^6$ ;    B.  $x^3 + x^3 = x^6$ ;    C.  $a^4 + a^2 = a^6$ ;    D.  $m m^5 = m^6$
- $81 \times 27$  可记为( )  
A.  $9^3$ ;    B.  $3^7$ ;    C.  $3^6$ ;    D.  $3^{12}$
- 若  $x \neq y$ , 则下面多项式不成立的是( )  
A.  $(y-x)^2 = (x-y)^2$ ;    B.  $(y-x)^3 = -(x-y)^3$ ;  
C.  $(-y-x)^2 = (x+y)^2$ ;    D.  $(x+y)^2 = x^2 + y^2$
- 计算  $(-2)^{1999} + (-2)^{2000}$  等于( )  
A.  $-2^{3999}$ ;    B.  $-2$ ;    C.  $-2^{1999}$ ;    D.  $2^{1999}$
- 下列说法中正确的是( )  
A.  $-a^n$  和  $(-a)^n$  一定是互为相反数    B. 当  $n$  为奇数时,  $-a^n$  和  $(-a)^n$  相等  
C. 当  $n$  为偶数时,  $-a^n$  和  $(-a)^n$  相等    D.  $-a^n$  和  $(-a)^n$  一定不相等

三、解答题:(每题 8 分,共 40 分)

12. 计算下列各题:

(1)  $(x-y)^2 \cdot (x-y)^3 \cdot (y-x)^2 \cdot (y-x)^3$       (2)  $(a-b-c) \cdot (b+c-a)^2 \cdot (c-a+b)^3$

清华学堂初一预备班数学下册强  
化训练题

(3)  $(-x)^2 \cdot (-x)^3 + 2x \cdot (-x)^4 - (-x) \cdot x^4$       (4)  $x \cdot x^{m-1} + x^2 \cdot x^{m-2} - 3 \cdot x^3 \cdot x^{m-3}$ 。

13. 已知  $1 \text{ km}^2$  的土地上, 一年内从太阳得到的能量相当于燃烧  $1.3 \times 10^8 \text{ kg}$  煤所产生的能量, 那么我国  $9.6 \times 10^6 \text{ km}^2$  的土地上, 一年内从太阳得到的能量相当于燃烧煤多少千克?

14. (1) 计算并把结果写成一个底数幂的形式: ①  $3^4 \times 9 \times 81$ ; ②  $625 \times 125 \times 5^6$ 。

(2) 求下列各式中的  $x$ : ①  $a^{x+3} = a^{2x+1}$  ( $a \neq 0, a \neq 1$ ); ②  $p^x \cdot p^6 = p^{2x}$  ( $p \neq 0, p \neq 1$ )。

15. 计算  $(-\frac{1}{2} x^2 \cdot y^3) \cdot 2^4 \cdot x^5 \cdot y^5$ 。

16. 若  $5x \cdot (x^{n-1} + 3) = 5x^n - 9$ , 求  $x$  的值.



## 1.1 幂的乘方与积的乘方

## 知识导航

根据上一节的知识, 我们来计算下列式子

$$\begin{aligned} (a^3)^4 &= \underbrace{(a^3) \cdot (a^3) \cdot (a^3) \cdot (a^3)}_{\text{(乘方的意义)}} \\ &= a^{3+3+3+3} \quad \text{(同底数幂的乘法法则)} \\ &= a^{3 \times 4} = a^{12} \end{aligned}$$

于是我们得到幂的乘方法则: 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘

$$(a^n)^m = a^{nm} \quad (n, m \text{ 都是正整数})$$

例题 1: 计算下列式子

$$(1) \quad 10^5)^2$$

$$(2) \quad x^4)^3$$

$$(3) \quad a^4)^3 \cdot a^3$$

请同学们想想如何计算  $(ab)^3$ , 在运算过程中你用到了哪些知识?

$$\begin{aligned} (ab)^3 &= (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \\ &= (a \cdot a \cdot a)(b \cdot b \cdot b) \\ &= a^3 b^3 \end{aligned}$$

于是, 我们得到积的乘方法则: 积的乘方, 等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 为正整数})$$

例题 2: 计算下列式子

$$(1) \quad (-2x)^3$$

$$(2) \quad (-4xy)^2$$

$$(3) \quad (xy^2)^3$$

同步练习

一. 选择题。

- $x^2 \cdot x^3$  的计算结果是 ( )  
A.  $x^5$                       B.  $x^6$                       C.  $x^7$                       D.  $x^8$
- 下列运算正确的是 ( )  
A.  $2x^2y + 3xy^2 = 5x^3y$   
B.  $(-x)^3 \cdot (-x)^2 = -x^5$   
C.  $(-a^3 + -a^2)^3 = 1$   
D.  $2x^3 + x^2 = 3x^5$
- 若  $a^m = 2$ ,  $a^n = 3$ , 则  $a^{m+n}$  等于 ( )  
A. 5                      B. 6                      C.  $2^3$                       D.  $3^2$
- $2^{10} \cdot (-2)^{10}$  所得的结果是 ( )  
A.  $2^{11}$                       B.  $-2^{11}$                       C. -2                      D. 2
- 若  $x$ 、 $y$  互为相反数, 且不等于零,  $n$  为正整数, 则 ( )  
A.  $x^n$ 、 $y^n$  一定互为相反数  
B.  $\left(\frac{1}{x}\right)^n$ 、 $\left(\frac{1}{y}\right)^n$  一定互为相反数  
C.  $x^{2n}$ 、 $-y^{2n}$  一定互为相反数  
D.  $x^{2n+1}$ 、 $-y^{2n+1}$  一定互为相反数
- 下列等式中, 错误的是 ( )  
A.  $3x^3 + 6x^3 = 9x^3$                       B.  $2x^2 - 3x^2 = -1$   
C.  $3x^3 \times 6x^3 = 18x^6$                       D.  $3x^3 \div 6x^3 = \frac{1}{2}$
- $-4^{n+1} = (-4)^{n+1}$  成立的条件是 ( )

强化训练题

A. n为奇数  
C. n是偶数

B. n是正整数  
D. n是负数

8.  $(a^3 \cdot a^{5x})^m = a^{56}$ , 当  $x=5$  时, m 等于 ( )  
A. 29                      B. 3                      C. 2                      D. 5

9. 若  $x^n = 2$ ,  $y^n = 3$ , 则  $(xy)^{3n}$  等于 ( )  
A. 12                      B. 16                      C.  $\frac{18}{2} \left( \right)_n$                       D. 216

10. 若 n 为正整数, 且  $x^{2n} = 7$ , 则  $3x^{3n} - 4x^{2n}$  的值是 ( )  
A. 833                      B. 2891                      C. 3283                      D. 1225

二. 填空题。

1.  $2x^{m-n} \cdot x^{m+n} \cdot 3x = ( )$

2.  $(x-y)^3 \cdot (y-x)^7 = -(x-y)^{10}$   
 $(x-y)^p \cdot (y-x)^{2n} \cdot -(x-y)^{3m} =$

3. ( )

4.  $100 \times 10^3 \times 10 \times 10^4 = ( )$

5.  $(-2)^{101} + (-2)^{100} = ( )$

6. 若  $( )^n = a_n^y$ , (n, y 是正整数), 则  $y = ( )$

7.  $0.125^{10} \times 8^{10} = ( )$ ,  $8^{100} \times 0.5^{300} = ( )$

8. 若  $a^{2n-1} \cdot a^{2n+1} = a^8$ , 则  $n = ( )$

9. 一个正方体的边长是  $1.1 \times 10^2 \text{ cm}$ , 则它的表面积是 ( )

三. 计算:

(1)  $(m-n)^2(n-m)^2(n-m)^3$

(2)  $x^3 \cdot x^{n-1} - x^{n-2} \cdot x^4 + x^{n+2}$

(3)  $(a+b) \cdot (b+a) \cdot (b+a)^2 + (a+b)^2 \cdot (b+a)^2$

(4)  $-a^2 \cdot (-a)^2 \cdot (-a)^{2k} \cdot (-a)^{2k+1}$

$$(5) \quad -\left(3x^2y^2\right)^3 - (-3x)^2 \cdot (-y)^4 \cdot (x^2y)^2$$

$$(6) \quad (-2a)^6 - (-3a^3)^2 + [(2a)^2]^3$$

四. (1) 若  $a^{n+1} \cdot a^{m+n} = a^6$ , 且  $m - 2n = 1$ , 求  $m n$  的值。

(2) 若  $a - b = 2$ ,  $a - c = 1$ , 求  $(2a - b - c)^2 + (c - a)^2$  的值。

五. (1) 若  $a^n = \frac{1}{2}$ ,  $b^n = 3$ , 求  $(\quad)_{2n}$  的值。

(2) 试判断  $(2001)^{2002} + (2002)^{2001}$  的末位数是多少?



## 1.1 同底数幂的除法

### ➤ 知识导航

学习同底数幂的乘法后，下面我们来学习同底数幂的除法

#### 1. 同底数幂的除法性质

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 都是正整数, 并且 } m > n)$$

这就是说，同底数幂相除，底数不变，指数相减

注意：

- (1) 此运算性质的条件是：同底数幂相除，结论是：底数不变，指数相减
- (2) 因为 0 不能做除数，所以底数  $a \neq 0$
- (3) 应用运算性质时，要注意指数为“1”的情况，如  $a^3 \div a = a^{3-1}$ ，而不是  $a^3 \div a = a^{3-0}$

#### 2. 零指数与负整数指数的意义

(1) 零指数

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

即任何不等于 0 的数的 0 次幂都等于 1

(2) 负整数指数

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p} \quad (a \neq 0, p \text{ 是正整数})$$

即任何不等于零的数  $-p$  次幂，等于这个数的  $p$  次幂的倒数

注意：  $a^{-p}$  中  $a$  为分数时利用变形公式  $a^{-p} = \left(\frac{\quad}{a}\right)^p$  ( $a \neq 0, p$  为正整数)，计算更简单

如：
$$a \div a^2 = a^{1-2} = a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad 2^2 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = 2^2 \div (-3)^2 = 4 \div 9 = \frac{4}{9},$$

$$a^{-2} \div a^{-3} = a^{-2-(-3)} = a$$

### ➤ 经典例题

例题 1：计算

$$\begin{array}{ll} (1) \quad x^7 \div x^3 & (2) \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \\ (3) \quad (-ab)^6 \div (-ab)^3 & (4) \quad (x-y)^3 \div (x-y)^2 \end{array}$$

解 (1)  $x^7 \div x^3 = x^{7-3} = x^4$

$$(2) \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{5-2} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

$$(3) \quad (-ab)^6 \div (-ab)^3 = (-ab)^{6-3} = (-ab)^3 = -a^3b^3$$

$$(4) \quad (x-y)^3 \div (x-y)^2 = (x-y)^{3-2} = x-y$$

例题 2：计算

$$(1) \quad a^7 \div (a^3 \div a)$$



(2)  $(b^5 \cdot b^3) \div (b^2 \cdot b^5)$

(3)  $y \cdot y^2 + (-y)^7 \div (-y)^4$

解 (1)  $a^7 \div (a^3 \div a) = a^7 \div a^2 = a^5$

(2)  $(b^5 \cdot b^3) \div (b^2 \cdot b^5) = b^8 \div b^7 = b$

(3)  $y \cdot y^2 + (-y)^7 \div (-y)^4 = y^3 + (-y)^3 = y^3 - y^3 = 0$

同步练习

一、填空题:(每题 3 分,共 30 分)

1. 计算  $(-x)^5 \div (-x)^2 =$  \_\_\_\_\_,  $x^{10} \div x^2 \div x^3 \div x^4 =$  \_\_\_\_\_.

2. 水的质量 0.000204kg, 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

3. 若  $(x-2)^0$  有意义, 则  $x$ \_\_\_\_\_. 4.  $(3-\pi)^0 + (-0.2)^{-2} =$ \_\_\_\_\_.

5.  $[(m-n)^2 \cdot (m-n)^3]^2 \div (m-n)^4 =$ \_\_\_\_\_. 6. 若  $5x-3y-2=0$ , 则

$10^{5x} \div 10^{3y} =$ \_\_\_\_\_.

7. 如果  $a^m = 3$   $a^n = 9$ , 则  $a^{3m-2n} =$ \_\_\_\_\_. 8. 如果  $9^{m+3} \times 27^{m+1} \div 3^{m+7} = 8$ , 那么

$m =$ \_\_\_\_\_.

9. 若整数  $x, y, z$  满足  $(\frac{9}{8})^x \times (\frac{10}{9})^y \times (\frac{16}{15})^z = 2$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_,  $y =$ \_\_\_\_\_,  $z =$ \_\_\_\_\_.

10.  $21 \times (5a-b)^{2m} \div \frac{(5a-b)^n}{8} = 24$ , 则  $m, n$  的关系 ( $m, n$  为自然数) 是\_\_\_\_\_.

二、选择题:(每题 4 分,共 28 分)

11. 下列运算结果正确的是( )

①  $2x^3 - x^2 = x$     ②  $x^3 \cdot (x^5)^2 = x^{13}$     ③  $(-x)^6 \div (-x)^3 = x^3$     ④  $(0.1)^{-2} \times 10^{-1} = 10$

A. ①②    B. ②④    C. ②③    D. ②③④

12. 若  $a = -0.3^2$ ,  $b = -3^{-2}$ ,  $c = (-\frac{1}{3})^{-2}$ ,  $d = (-\frac{1}{3})^0$ , 则( )

A.  $a < b < c < d$     B.  $b < a < d < c$     C.  $a < d < c < b$     D.  $c < a < d < b$

13. 若  $10^{2y} = 25$ , 则  $10^{-y}$  等于( ) A.  $\frac{1}{5}$     B.  $\frac{1}{625}$     C.  $-\frac{1}{5}$  或  $\frac{1}{5}$     D.  $\frac{1}{25}$

14. 已知  $\frac{99^9}{99^9} = P$ ,  $\frac{11^9}{99^9} = Q$ , 那么  $P, Q$  的大小关系是( ) A.  $P > Q$     B.  $P = Q$     C.  $P < Q$     D.

无法确定

15. 已知  $a \neq 0$ , 下列等式不正确的是( ) A.  $(-7a)^0 = 1$     B.  $(a^2 + \frac{1}{2})^0 = 1$     C.  $(|a| - 1)^0 = 1$

D.  $(\frac{1}{a})^0 = 1$

化训练题

16. 若  $3^m = 5, 3^n = 4$ , 则  $3^{2m-n}$  等于( ) A.  $\frac{25}{4}$  B. 6 C. 21 D. 20

三、解答题:(共 42 分)

17. 计算:(12 分)

(1)  $(\frac{2}{3})^0 + (-1)^3 + (\frac{1}{3})^{-3} \div -3$ ; (2)  $(-27)^{-15} \times (-9)^{20} \div (-3)^{-7}$ ;

(3)  $(\frac{6}{5})^3 \div (\frac{5}{6})^{-3} + (-\frac{3}{2})^2 \div (\frac{2}{3})^{-3} - (\frac{1}{3} - 3)^0 + 3^{-1}$ . (4)  $[(x+y)^{2n}]^4 \div (-x-y)^{2n+1}$  (n 是正整数).

18. 若  $(3x+2y-10)^0$  无意义, 且  $2x+y=5$ , 求  $x, y$  的值. (6 分)

19. 化简:  $2^{4n+1} - (4^{2n} + 16^n)$ . 20. 已知  $3^{2m} = 5, 3^n = 10$ , 求 (1)  $9^{m-n}$ ; (2)  $9^{2m-n}$ .

21. 已知  $x + x^{-1} = m$ , 求  $x^2 + x^{-2}$  的值. 22. 已知  $(x-1)^{x+2} = 1$ , 求整数  $x$ .



## 1.4 整式的乘法

### ➤ 知识导航

1. 单项式乘法法则：单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式。

2. 单项式与多项式相乘：利用分配律用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加

3. 多项式与多项式相乘乘法法则

$$\begin{aligned} & (a+b)(m+n) \\ &= (a+b)m + (a+b)n \\ &= am + bm + an + bn \end{aligned}$$

一般地，多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项分别乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加

4. 一种特殊的多项式乘法

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad (a, b \text{ 是常数})$$

公式的特点：(1) 相乘的两个因式都只含有一个相同的字母，都是一次二项式并且一次项的系数是 1。

(2) 乘积是二次三项式，二次项系数是 1，一次项系数等于两个因式中常数项之和，常数项等于两个因式中常数项之积。

### ➤ 经典例题

例题 1：计算

$$(1) (-2.5x^3) \cdot (-4xy^2) \qquad (2) \frac{(-2x^2y)^2 \cdot (-\frac{1}{2}xyz) \cdot x^2z^2}{5}$$

解 (1)  $(-2.5x^3) \cdot (-4xy^2) = [(-2.5) \times (-4)] \cdot (x^3 \cdot x) \cdot y^2 = 10x^4y^2$

$$\begin{aligned} (2) & \frac{(-2x^2y)^2 \cdot (-\frac{1}{2}xyz) \cdot x^2z^2}{5} \\ &= \frac{4x^4y^2 \cdot (-\frac{1}{2}xyz) \cdot x^2z^2}{5} \\ &= [4 \times (-\frac{1}{2}) \times \frac{3}{5}] \cdot (x^4 \cdot x \cdot x^2) \cdot (y^2 \cdot y) \cdot (z \cdot z^2) \\ &= -\frac{6}{5}x^7y^3z^3 \end{aligned}$$

例题 2：计算

$$(1) -\frac{3}{2}a(2a^2 + 3a - 1)$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/135121330322011230>