

新疆乌鲁木齐八一中学 2023-2024 学年高三上数学期末综合测试模拟试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在 $\triangle ABC$ 中，“ $\cos A < \cos B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的（ ）

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 已知半径为 2 的球内有一个内接圆柱，若圆柱的高为 2，则球的体积与圆柱的体积的比为（ ）

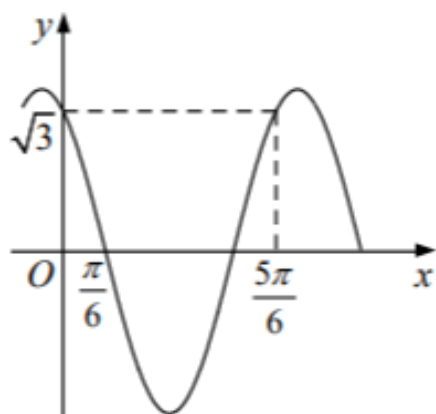
- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{9}{16}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{16}{9}$

3. 设 $A(2, -1)$, $B(4, 1)$, 则以线段 AB 为直径的圆的方程是（ ）

- A. $(x-3)^2 + y^2 = 2$ B. $(x-3)^2 + y^2 = 8$
C. $(x+3)^2 + y^2 = 2$ D. $(x+3)^2 + y^2 = 8$

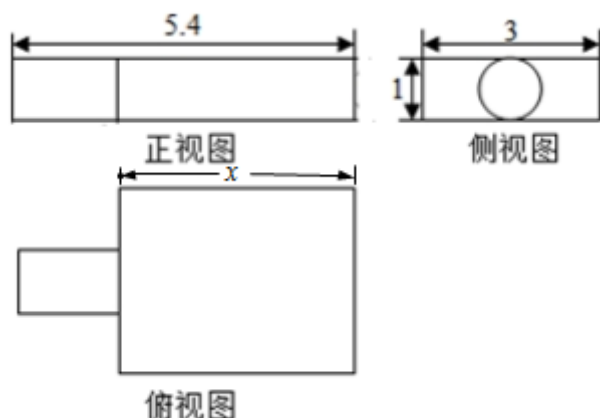
4. 函数 $g(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, 0 < \varphi < 2\pi$) 的部分图象如图所示，已知 $g(0) = g\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ ，函数 $y = f(x)$

的图象可由 $y = g(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度而得到，则函数 $f(x)$ 的解析式为（ ）



- A. $f(x) = 2 \sin 2x$ B. $f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
C. $f(x) = -2 \sin x$ D. $f(x) = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

5. 中国古代数学名著《九章算术》中记载了公元前 344 年商鞅督造的一种标准量器——商鞅铜方升，其三视图如图所示（单位：寸），若 π 取 3，当该量器口密闭时其表面积为 42.2（平方寸），则图中 x 的值为（ ）



- A. 3 B. 3.4 C. 3.8 D. 4**

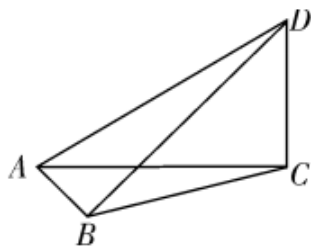
6. 为实现国民经济新“三步走”的发展战略目标，国家加大了扶贫攻坚的力度。某地区在 2015 年以前的年均脱贫率（脱离贫困的户数占当年贫困户总数的比）为 70%。2015 年开始，全面实施“精准扶贫”政策后，扶贫效果明显提高，其中 2019 年度实施的扶贫项目，各项目参加户数占比（参加该项目户数占 2019 年贫困户总数的比）及该项目的脱贫率见下表：

实施项目	种植业	养殖业	工厂就业	服务业
参加用户比	40%	40%	10%	10%
脱贫率	95%	95%	90%	90%

那么2019年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的（ ）

- A. $\frac{27}{28}$ 倍 B. $\frac{47}{35}$ 倍 C. $\frac{48}{35}$ 倍 D. $\frac{7}{5}$ 倍

7. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $BC=3$, $\angle ABC=120^\circ$, $\angle ACD=90^\circ$, $\angle CDA=60^\circ$, 则 BD 的长度为 ()



- A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
- B. $2\sqrt{3}$

C. $3\sqrt{3}$

D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

8. 已知集合 $A = \{x | x + 1 \leq 0\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 若 $A \cup B = R$, 则实数 a 的值可以为 ()

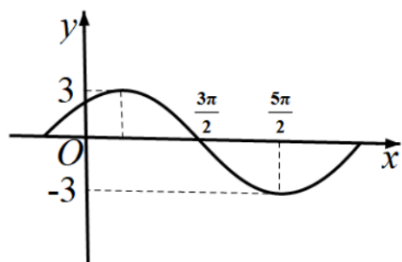
A. 2

B. 1

C. 0

D. -2

9. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0$, $\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象如图, 则此函数表达式为 ()



A. $f(x) = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

B. $f(x) = 3 \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$

C. $f(x) = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

D. $f(x) = 3 \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-1)^3, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$, 若 $f(a) > f(b)$, 则下列不等关系正确的是 ()

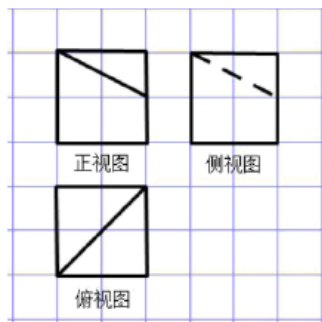
A. $\frac{1}{a^2+1} < \frac{1}{b^2+1}$

B. $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$

C. $a^2 < ab$

D. $\ln(a^2+1) > \ln(b^2+1)$

11. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积 (单位: cm^3) 为 ()



A. $\frac{16}{3}$

B. 6

C. $\frac{20}{3}$

D. $\frac{22}{3}$

12. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 n 的值为 ()



13. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_{n+1}=2n-a_n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$ _____.

15. $(3-x)^7$ 的展开式中, x^5 的系数是_____。(用数字填写答案)

17. (12 分) 在数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = 0$, $a_3 = 2$, $b_n = 2^{a_n+1}$ ($n \in N^*$).

(2) 若 $c_n = \frac{1}{2}a_nb_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < \frac{1}{6}$.

19. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足: $a_1 = 2, b_1 = -1, a_n = 2a_{n-1} - b_{n-1}, b_n = 2b_{n-1} - a_{n-1}, n \in N^*, n \geq 2$.

(1) 求证: 数列 $\{a_n - b_n\}$ 为等比数列;

(2) 求数列 $\left\{\frac{3^n}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

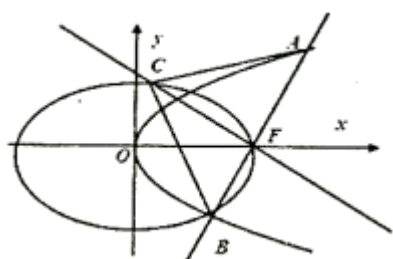
20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln \frac{1}{2x} - ax^2 + x (a \geq 0)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值点的个数;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 证明 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{x_1 + x_2} > \frac{3}{4} - \ln 2$.

21. (12 分) 如图, 设椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 长轴的右端点与抛物线 $C_2: y^2 = 8x$ 的焦点 F 重合, 且椭圆 C_1 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

圆 C_1 的离心率是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



(I) 求椭圆 C_1 的标准方程;

(II) 过 F 作直线 l 交抛物线 C_2 于 A, B 两点, 过 F 且与直线 l 垂直的直线交椭圆 C_1 于另一点 C , 求 $\triangle ABC$ 面积的最小值, 以及取到最小值时直线 l 的方程.

22. (10 分) 某商场举行优惠促销活动, 顾客仅可以从以下两种优惠方案中选择一种.

方案一: 每满 100 元减 20 元;

方案二: 满 100 元可抽奖一次. 具体规则是从装有 2 个红球、2 个白球的箱子随机取出 3 个球 (逐个有放回地抽取), 所得结果和享受的优惠如下表: (注: 所有小球仅颜色有区别)

红球个数	3	2	1	0
实际付款	7 折	8 折	9 折	原价

(1) 该商场某顾客购物金额超过 100 元, 若该顾客选择方案二, 求该顾客获得 7 折或 8 折优惠的概率;

(2) 若某顾客购物金额为 180 元, 选择哪种方案更划算?

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由余弦函数的单调性找出 $\cos A < \cos B$ 的等价条件为 $A > B$, 再利用大角对大边, 结合正弦定理可判断出“ $\cos A < \cos B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的充分必要条件。

【详解】

Q 余弦函数 $y = \cos x$ 在区间 $(0, \pi)$ 上单调递减, 且 $0 < A < \pi$, $0 < B < \pi$,

由 $\cos A < \cos B$, 可得 $A > B$, $\therefore a > b$, 由正弦定理可得 $\sin A > \sin B$.

因此, “ $\cos A < \cos B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的充分必要条件。

故选: C.

【点睛】

本题考查充分必要条件的判定, 同时也考查了余弦函数的单调性、大角对大边以及正弦定理的应用, 考查推理能力, 属于中等题。

2、D

【解析】

分别求出球和圆柱的体积, 然后可得比值。

【详解】

设圆柱的底面圆半径为 r , 则 $r = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$, 所以圆柱的体积 $V_1 = \pi \cdot (\sqrt{3})^2 \times 2 = 6\pi$. 又球的体积

$V_2 = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi$, 所以球的体积与圆柱的体积的比 $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{32}{3}\pi}{6\pi} = \frac{16}{9}$, 故选 D.

【点睛】

本题主要考查几何体的体积求解, 侧重考查数学运算的核心素养。

3、A

【解析】

计算 AB 的中点坐标为 $(3,0)$ ，圆半径为 $r = \sqrt{2}$ ，得到圆方程.

【详解】

AB 的中点坐标为: $(3,0)$ ，圆半径为 $r = \frac{|AB|}{2} = \frac{\sqrt{2^2 + 2^2}}{2} = \sqrt{2}$ ，

圆方程为 $(x-3)^2 + y^2 = 2$.

故选: A .

【点睛】

本题考查了圆的标准方程，意在考查学生的计算能力.

4、A

【解析】

由图根据三角函数图像的对称性可得 $\frac{T}{2} = \frac{5\pi}{6} - 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ ，利用周期公式可得 ω ，再根据图像过 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right), (0, \sqrt{3})$ ，即

可求出 φ, A ，再利用三角函数的平移变换即可求解.

【详解】

由图像可知 $\frac{T}{2} = \frac{5\pi}{6} - 2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ ，即 $T = \pi$ ，

所以 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ，解得 $\omega = 2$ ，

又 $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = A \sin\left(2 \times \frac{\pi}{6} + \varphi\right) = 0$ ，

所以 $\frac{\pi}{3} + \varphi = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ，由 $0 < \varphi < 2\pi$ ，

所以 $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$ ，

又 $g(0) = \sqrt{3}$ ，

所以 $A \sin \varphi = \sqrt{3}$ ，($A > 0$)，

所以 $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ ， $A = 2$ ，

即 $g(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$ ，

因为函数 $y = f(x)$ 的图象由 $y = g(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度而得到，

$$\text{所以 } y = f(x) = 2 \sin \left[2 \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + \frac{2\pi}{3} \right] = 2 \sin 2x.$$

故选：A

【点睛】

本题考查了由图像求三角函数的解析式、三角函数图像的平移伸缩变换，需掌握三角形函数的平移伸缩变换原则，属于基础题.

5、D

【解析】

根据三视图即可求得几何体表面积，即可解得未知数.

【详解】

由图可知，该几何体是由一个长宽高分别为 $x, 3, 1$ 和

一个底面半径为 $\frac{1}{2}$ ，高为 $5.4 - x$ 的圆柱组合而成.

该几何体的表面积为

$$2(x + 3x + 3) + \pi \cdot (5.4 - x) = 42.2,$$

解得 $x = 4$,

故选：D.

【点睛】

本题考查由三视图还原几何体，以及圆柱和长方体表面积的求解，属综合基础题.

6、B

【解析】

设贫困户总数为 a ，利用表中数据可得脱贫率 $P = 2 \times 40\% \times 95\% + 2 \times 10\% \times 90\%$ ，进而可求解.

【详解】

$$\text{设贫困户总数为 } a, \text{ 脱贫率 } P = \frac{2 \times 40\% \times 95\% a + 2 \times 10\% \times 90\% a}{a} = 94\%,$$

$$\text{所以 } \frac{94\%}{70\%} = \frac{47}{35}.$$

故 2019 年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的 $\frac{47}{35}$ 倍.

故选：B

【点睛】

本题考查了概率与统计，考查了学生的数据处理能力，属于基础题.

7、D

【解析】

设 $\angle ACB = \alpha$ ，在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理得 $AC^2 = 10 - 6\cos 120^\circ = 13$ ，从而求得 CD ，再由由正弦定理得

$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin 120^\circ}$ ，求得 $\sin \alpha$ ，然后在 $\triangle BCD$ 中，用余弦定理求解.

【详解】

设 $\angle ACB = \alpha$ ，在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理得 $AC^2 = 10 - 6\cos 120^\circ = 13$ ，

则 $AC = \sqrt{13}$ ，从而 $CD = \sqrt{\frac{13}{3}}$ ，

由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin 120^\circ}$ ，即 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$ ，

从而 $\cos \angle BCD = \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$ ，

在 $\triangle BCD$ 中，由余弦定理得： $BD^2 = 9 + \frac{13}{3} + 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{13}{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} = \frac{49}{3}$ ，

则 $BD = \frac{7\sqrt{3}}{3}$ ．

故选：D

【点睛】

本题主要考查正弦定理和余弦定理的应用，还考查了数形结合思想和运算求解的能力，属于中档题.

8、D

【解析】

由题意可得 $A = \{x | x \leq -1\}$ ，根据 $A \cup B = R$ ，即可得出 $a \leq -1$ ，从而求出结果.

【详解】

Q $A = \{x | x \leq -1\}$, $B = \{x | x \geq a\}$ ，且 $A \cup B = R$ ， $\therefore a \leq -1$ ，

$\therefore a$ 的值可以为 -2 ．

故选：D．

【点睛】

考查描述法表示集合的定义，以及并集的定义及运算.

9、B

【解析】

由图象的顶点坐标求出 A ，由周期求出 ω ，通过图象经过点 $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$ ，求出 φ ，从而得出函数解析式.

【详解】

解：由图象知 $A = 3$ ， $T = 4\left(\frac{5\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}\right) = 4\pi$ ，则 $\omega = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$ ，

图中的点 $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$ 应对应正弦曲线中的点 $(\pi, 0)$ ，

所以 $\frac{1}{2} \times \frac{3\pi}{2} + \varphi = \pi$ ，解得 $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ，

故函数表达式为 $f(x) = 3\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查三角函数图象及性质，三角函数的解析式等基础知识；考查考生的化归与转化思想，数形结合思想，属于基础题.

10、B

【解析】

利用函数的单调性得到 a, b 的大小关系，再利用不等式的性质，即可得答案.

【详解】

$\because f(x)$ 在 R 上单调递增，且 $f(a) > f(b)$ ， $\therefore a > b$.

$\because a, b$ 的符号无法判断，故 a^2 与 b^2 ， a^2 与 ab 的大小不确定，

对 A，当 $a = 1, b = -1$ 时， $\frac{1}{a^2 + 1} = \frac{1}{b^2 + 1}$ ，故 A 错误；

对 C，当 $a = 1, b = -1$ 时， $a^2 = 1, ab = -1$ ，故 C 错误；

对 D，当 $a = 1, b = -1$ 时， $\ln(a^2 + 1) = \ln(b^2 + 1)$ ，故 D 错误；

对 B，对 $a > b$ ，则 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ ，故 B 正确.

故选：B.

【点睛】

本题考查分段函数的单调性、不等式性质的运用，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算

求解能力，属于基础题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/135214004012011131>