

切线长定理和三角形内切圆 (两大类题型)



重难点题型归纳

【题型 1 利用切线长定理的性质求线段长度或周长】

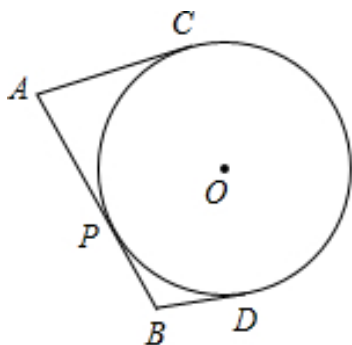
【题型 2 三角形的内切圆与内心】



满分必练

【题型 1 利用切线长定理的性质求线段长度或周长】

1. 如图, AB 、 AC 、 BD 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别是 P 、 C 、 D . 若 $AB=10$, $AC=6$, 则 BD 的长是 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【答案】B

【解答】解: $\because AC$ 、 AP 为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore AC=AP=6,$$

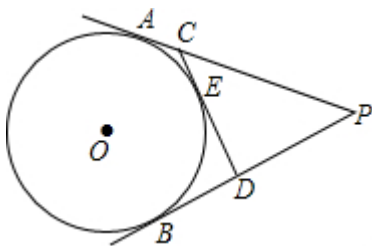
$\because BP$ 、 BD 为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore BP=BD,$$

$$\therefore BD=PB=AB-AP=10-6=4.$$

故选: B.

2. 如图, P 为 $\odot O$ 外一点, PA 、 PB 分别切 $\odot O$ 于点 A 、 B , CD 切 $\odot O$ 于点 E , 分别交 PA 、 PB 于点 C 、 D , 若 $PA=8$, 则 $\triangle PCD$ 的周长为 ()



A. 8

B. 12

C. 16

D. 20

【答案】C

【解答】解：∵ PA 、 PB 分别切 $\odot O$ 于点 A 、 B ， CD 切 $\odot O$ 于点 E ，

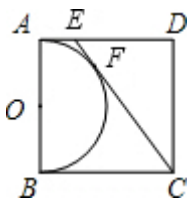
∴ $PA = PB = 8$ ， $AC = EC$ ， $BD = ED$ ，

∴ $PC + CD + PD = PC + CE + DE + PD = PA + AC + PD + BD = PA + PB = 8 + 8 = 16$ ，

即 $\triangle PCD$ 的周长为 16.

故选：C.

3. 以正方形 $ABCD$ 的 AB 边为直径作半圆 O ，过点 C 作直线切半圆于点 F ，交 AB 边于点 E ，若 $\triangle CDE$ 的周长为 12，则直角梯形 $ABCE$ 周长为（ ）



A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

【答案】C

【解答】解：设 AE 的长为 x ，正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，

∵ CE 与半圆 O 相切于点 F ，

∴ $AE = EF$ ， $BC = CF$ ，

∴ $EF + FC + CD + ED = 12$ ，

∴ $AE + ED + CD + BC = 12$ ，

∵ $AD = CD = BC = AB$ ，

∴ 正方形 $ABCD$ 的边长为 4；

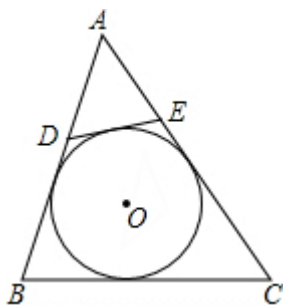
在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中， $ED^2 + CD^2 = CE^2$ ，即 $(4 - x)^2 + 4^2 = (4 + x)^2$ ，解得： $x = 1$ ，

∴ $AE + EF + FC + BC + AB = 14$ ，

∴ 直角梯形 $ABCE$ 周长为 14.

故选：C.

4. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 点 D 、 E 分别为边 AB 、 AC 上的点, 且 DE 为 $\odot O$ 的切线, 若 $\triangle ABC$ 的周长为 25, BC 的长是 9, 则 $\triangle ADE$ 的周长是()



- A. 7 B. 8 C. 9 D. 16

【答案】A

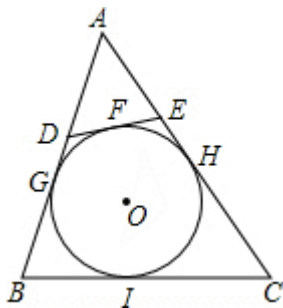
【解答】解: $\because AB$ 、 AC 、 BC 、 DE 都和 $\odot O$ 相切,

$\therefore BI = BG$, $CI = CH$, $DG = DF$, $EF = EH$.

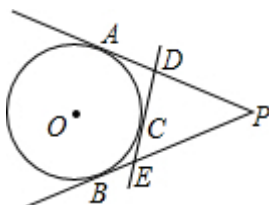
$\therefore BG + CH = BI + CI = BC = 9$,

$\therefore C_{\triangle ADE} = AD + AE + DE = AD + AE + DF + EF = AD + DG + EH + AE = AG + AH = C_{\triangle ABC} - (BG + EH + BC) = 25 - 2 \times 9 = 7$.

故选: A.



5. 如图所示, P 是 $\odot O$ 外一点, PA , PB 分别和 $\odot O$ 切于 A , B 两点, C 是 $\widehat{AB}$ 上任意一点, 过 C 作 $\odot O$ 的切线分别交 PA , PB 于 D , E . 若 $\triangle PDE$ 的周长为 12, 则 PA 的长为()



- A. 12 B. 6 C. 8 D. 4

【答案】B

【解答】解：∵ PA, PB 分别和 $\odot O$ 切于 A, B 两点，

∴ $PA=PB$,

∵ DE 是 $\odot O$ 的切线，

∴ $DA=DC, EB=EC$,

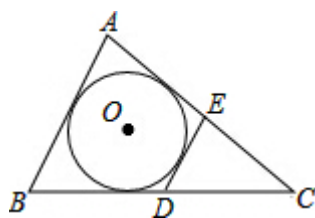
∵ $\triangle PDE$ 的周长为 12，

即 $PD+DE+PE=PD+DC+EC+PE=PD+AD+EB+PE=PA+PB=2PA=12$,

∴ $PA=6$.

故选：B.

6. 如图， $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的内切圆， $AC=10, AB=8, BC=9$ ，点 D, E 分别为 BC, AC 上的点，且 DE 为 $\odot O$ 的切线，则 $\triangle CDE$ 的周长为 ()



A. 9

B. 7

C. 11

D. 8

【答案】C

【解答】解：设 AB, AC, BC, DE 和圆的切点分别是 $P, N, M, Q, CM=x$ ，根据切线长定理，得

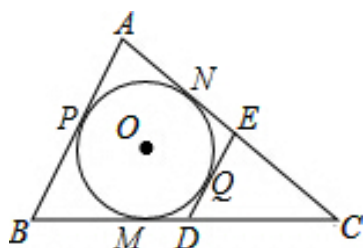
$CN=CM=x, BM=BP=9-x, AN=AP=10-x$.

则有 $9-x+10-x=8$,

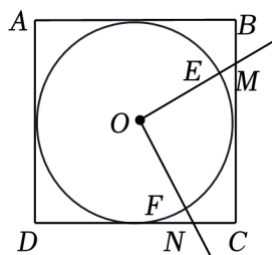
解得： $x=5.5$.

所以 $\triangle CDE$ 的周长 $=CD+CE+QE+DQ=2x=11$.

故选：C.



7. 如图， $\odot O$ 内切于正方形 $ABCD$ ，点 O 为圆心，作 $\angle MON=90^\circ$ ，其两边分别交 BC, CD 于点 M, N ，交 $\odot O$ 于点 E, F ，若 $CM+CN=6$ ，则弧 EF 的长为 ()



A. 3π

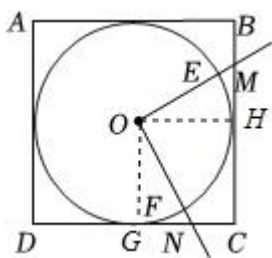
B. 2.25π

C. 2π

D. 1.5π

【答案】D

【解答】解：设 $\odot O$ 与正方形 $ABCD$ 的边 CD 相切于点 G ，与 BC 相切于点 H ，如解图，连接 OG ， OH ，则四边形 $OHCG$ 是正方形，



$$\because \angle GON + \angle NOH = 90^\circ \quad \angle HOM + \angle NOH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GON = \angle HOM,$$

$$\text{又} \because \angle OGN = \angle OHM = 90^\circ, \quad OG = OH,$$

$$\therefore \triangle OGN \cong \triangle OHM \text{ (ASA)},$$

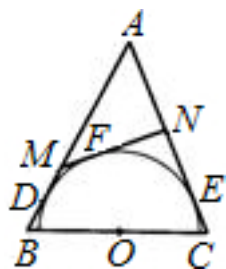
$$\therefore GN = HM,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径} = \frac{1}{2} (CM + CN) = 3,$$

$$\therefore \widehat{EF} = \frac{90}{180} \times 3\pi = 1.5\pi.$$

故选：D.

8. 如图，在等腰三角形 ABC 中， O 为底边 BC 的中点，以 O 为圆心作半圆与 AB ， AC 相切，切点分别为 D ， E 。过半圆上一点 F 作半圆的切线，分别交 AB ， AC 于 M ， N 。那么 $\frac{BM \cdot CN}{BC^2}$ 的值等于（ ）



A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

【答案】B

【解答】解：连 OM ， ON ，如图，

$\because MD, MF$ 与 $\odot O$ 相切，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

同理得 $\angle 3 = \angle 4$ ，

$$\text{而 } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle B + \angle C = 360^\circ, AB = AC$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 + \angle B = 180^\circ;$$

$$\text{而 } \angle 1 + \angle MOB + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle MOB, \text{ 即有 } \angle 4 = \angle MOB,$$

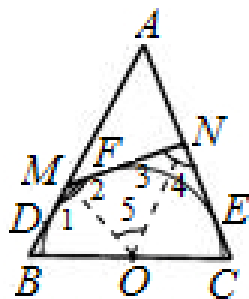
$$\therefore \triangle OMB \sim \triangle NOC,$$

$$\therefore \frac{BM}{OC} = \frac{OB}{CN},$$

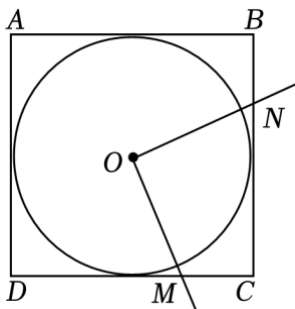
$$\therefore BM \cdot CN = \frac{1}{4} BC^2,$$

$$\therefore \frac{BM \cdot CN}{BC^2} = \frac{1}{4}.$$

故选：B.



9. 如图， $\odot O$ 内切于正方形 $ABCD$ ， O 为圆心，作 $\angle MON = 90^\circ$ ，其两边分别交 BC ， CD 于点 N ， M ，若 $CM + CN = 10$ ，则 $\odot O$ 的面积为 _____.



【答案】 25π

【解答】解：设 $\odot O$ 与正方形 $ABCD$ 的边 CD 切于 E ，与 BC 切于 F ，
连接 OE ， OF ，

则四边形 $OECF$ 是正方形，

$$\therefore CF=CE=OE=OF, \angle OEM=\angle OFN=\angle EOF=90^\circ,$$

$$\because \angle MON=90^\circ,$$

$$\therefore \angle EOM=\angle FON,$$

$$\therefore \triangle OEM \cong \triangle OFN \text{ (ASA)},$$

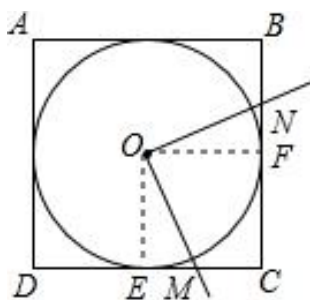
$$\therefore EM=NF,$$

$$\therefore CM+CN=CE+CF=10,$$

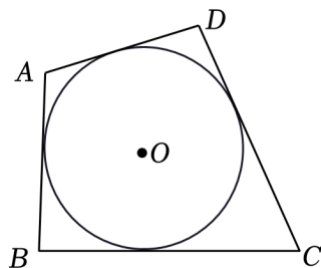
$$\therefore OE=5,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的面积为 } 25\pi,$$

故答案为： 25π .



10. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的外切四边形，且 $AB=8$ ， $CD=12$ ，则四边形 $ABCD$ 的周长为 _____.



【答案】40.

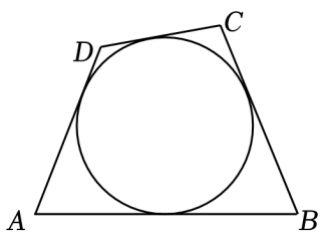
【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的外切四边形，

$$\therefore AD+BC=AB+CD=20,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的周长} = AD+BC+AB+CD=40,$$

故答案为：40.

11. 如图，一圆内切于四边形 $ABCD$ ，且 $AB=16\text{cm}$ ， $CD=10\text{cm}$ ，则四边形的周长为 _____.



【答案】 52cm .

【解答】解：设四边形 $ABCD$ 的内切圆圆心为 O ， $\odot O$ 与 AB 、 BC 、 CD 、 AD 分别相切于点 E 、 F 、 G 、 H ，

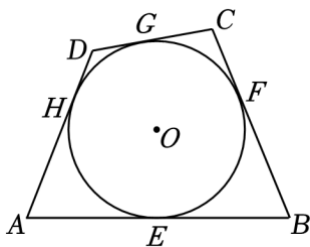
$$\because AH=AE, BF=BE, DH=DG, CF=CG, AB=16\text{cm}, CD=10\text{cm},$$

$$\therefore AD+BC=AH+BF+DH+CF=AE+BE+DG+CG=AB+CD=16+10=26(\text{cm}),$$

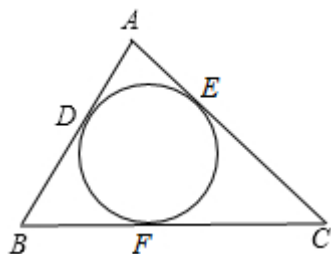
$$\therefore AB+CD+AD+BC=26+26=52(\text{cm}),$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的周长为 52cm ，

故答案为： 52cm .



12. 如图， $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 、 BC 分别相切于点 D 、 E 、 F ，如果 $AB=4$ ， $AC=5$ ， $AD=1$ ，那么 BC 的长为_____.



【答案】 见试题解答内容

【解答】解： $\because AB$ 、 AC 、 BC 都是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore AD=AE, BD=BF, CE=CF,$$

$$\because AB=4, AC=5, AD=1,$$

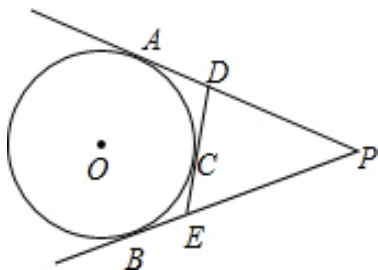
$$\therefore AE=1, BD=3, CE=CF=4,$$

$$\therefore BC = BF + CF = 3 + 4 = 7.$$

13. 如图所示, P 是 $\odot O$ 外一点, PA, PB 分别和 $\odot O$ 切于 A, B 两点, C 是 $\widehat{AB}$ 上任意一点, 过 C 作 $\odot O$ 的切线分别交 PA, PB 于 D, E .

(1) 若 $\triangle PDE$ 的周长为 10, 则 PA 的长为_____;

(2) 连接 CA, CB , 若 $\angle P = 50^\circ$, 则 $\angle BCA$ 的度数为_____度.



【答案】见试题解答内容

【解答】解: (1) $\because PA, PB, DE$ 分别切 $\odot O$ 于 A, B, C ,

$$\therefore PA = PB, DA = DC, EC = EB;$$

$$\therefore C_{\triangle PDE} = PD + DE + PE = PD + DA + EB + PE = PA + PB = 10;$$

$$\therefore PA = PB = 5;$$

(2) 连接 OA, OB, AC, BC , 在 $\odot O$ 上取一点 F , 连接 AF, BF ,

$\because PA, PB$ 分别切 $\odot O$ 于 A, B ;

$$\therefore \angle PAO = \angle PRO = 90^\circ$$

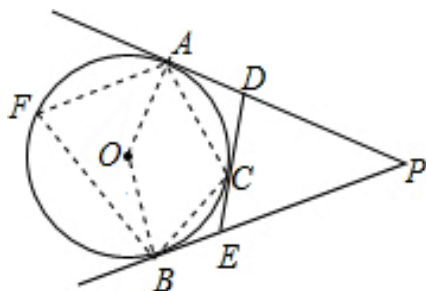
$$\therefore \angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 130^\circ;$$

$$\therefore \angle AFB = \frac{1}{2} \angle AOB = 65^\circ,$$

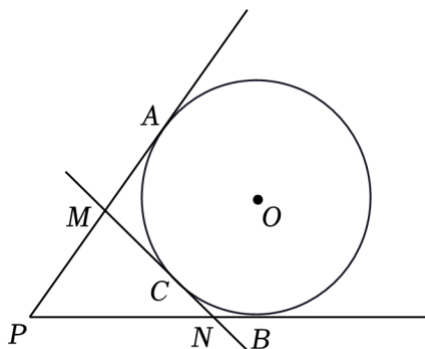
$$\because \angle AFB + \angle BCA = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BCA = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ;$$

故答案为: 5, 115° .



14. 如图，分别过 $\odot O$ 上 A 、 B 、 C 三点作 $\odot O$ 切线，切线两两交于 P 、 M 、 N ， $PA=9$ ，则 $\triangle PMN$ 的周长为 _____.



【答案】18.

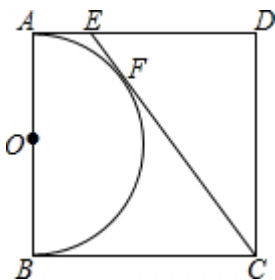
【解答】解： $\because PA$ 、 PB 、 MN 分别与 $\odot O$ 切于 A 、 B 、 C ，

$$\therefore PA=PB, MA=MC, NB=NC,$$

$$\therefore \triangle PMN \text{ 的周长} = PM+MN+PN = PM+MC+CN+PN = PM+MA+NB+PN = PA+PB=9+9=18,$$

故答案为：18.

15. 如图，以正方形 $ABCD$ 的 AB 边为直径作半圆 O ，过点 C 作直线切半圆于点 F ，交 AD 边于点 E ，若 $\triangle CDE$ 的周长为12，则直角梯形 $ABCE$ 周长为 _____.



【答案】见试题解答内容

【解答】解：设 AE 的长为 x ，正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，

$\because CE$ 与半圆 O 相切于点 F ，

$$\therefore AE=EF, BC=CF,$$

$$\therefore EF+FC+CD+ED=12,$$

$$\therefore AE+ED+CD+BC=12,$$

$$\therefore AD=CD=BC=AB,$$

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的边长为4；

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中， $ED^2+CD^2=CE^2$ ，即 $(4-x)^2+4^2=(4+x)^2$ ，解得： $x=1$ ，

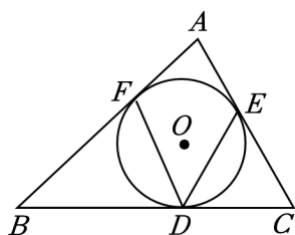
$$\therefore AE+EF+FC+BC+AB=14,$$

$\therefore$ 直角梯形 $ABCE$ 周长为 14.

故答案为: 14.

【题型 2 三角形的内切圆与内心】

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 内切圆 O 与 BC , CA , AB 分别切于 D , E , F 若 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle EDF =$ ()



- A. 55° B. 65° C. 75° D. 85°

【答案】B

【解答】解: 如图所示, 连接 OE , OF ,

$\because$ 内切圆 O 与 CA , AB 分别切于 E , F ,

$$\therefore \angle AFO = \angle AEO = 90^\circ,$$

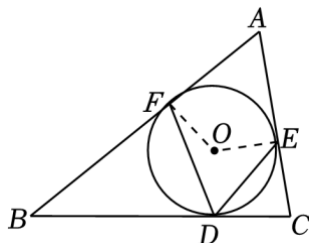
$$\because \angle A = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = 360^\circ - \angle A - \angle AFO - \angle AEO = 130^\circ,$$

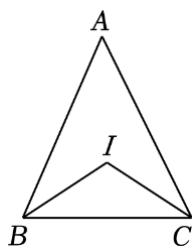
$\because$ 点 D 在圆 O 上,

$$\therefore \angle EDF = \frac{1}{2} \angle EOF = 65^\circ,$$

故选: B.



17. 如图, 点 I 为 $\triangle ABC$ 的内心, 若 $\angle A$ 为 50° , 则 $\angle BIC$ 的度数为 ()



A. 105° B. 100° C. 115° D. 130° **【答案】C****【解答】解：** $\because$ 点 I 为三角形的内心，

$$\therefore \angle CBI = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle BCI = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle CBI + \angle BCI = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB),$$

$$\because \angle A = 50^\circ,$$

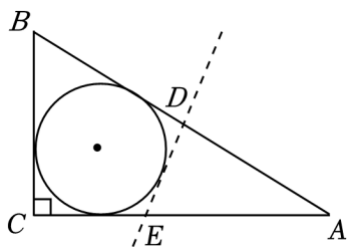
$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle CBI + \angle BCI = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle BIC = 180^\circ - (\angle CBI + \angle BCI) = 115^\circ.$$

故选：C.

18. 如图，在一张 $\text{Rt}\triangle ABC$ 纸片中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 5$ ， $AC = 12$ ， $\odot O$ 是它的内切圆. 小明用剪刀沿着 $\odot O$ 的切线 DE 剪下一块三角形 ADE ，则 $\triangle ADE$ 的周长为 ()



A. 19

B. 17

C. 22

D. 20

【答案】D

【解答】解：如图，设 $\triangle ABC$ 的内切圆切三边于点 F ， H ， G ，连接 OF ， OH ， OG ，

$\therefore$ 四边形 $OHCG$ 是正方形，

由切线长定理可知： $AF = AG$ ，

$\because DE$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore MD = MF$ ， $EM = EG$ ，

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $BC = 5$ ， $AC = 12$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 13,$$

$\because \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，

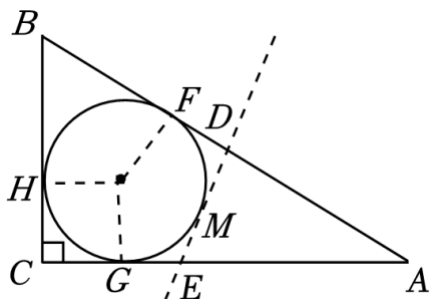
$$\therefore \text{内切圆的半径} = \frac{1}{2} (AC + BC - AB) = 2,$$

$$\therefore CG = 2,$$

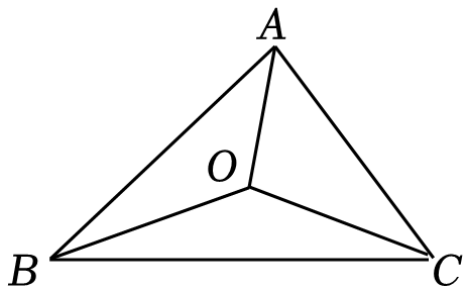
$$\therefore AG = AC - CG = 12 - 2 = 10,$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长} = AD + DE + AE = AD + DF + EG + AE = AF + AG = 2AG = 20.$$

故选：D.



19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=8$ ， $AC=6$ ， O 为 $\triangle ABC$ 的内心，若 $\triangle ABO$ 的面积为20，则 $\triangle ACO$ 的面积为（ ）



A. 20

B. 15

C. 18

D. 12

【答案】B

【解答】解： $\because O$ 为 $\triangle ABC$ 的内心，

$\therefore$ 点 O 到 AB ， AC 的距离相等，

$\therefore \triangle AOB$ 、 $\triangle AOC$ 面积的比 $=AB:AC=8:6=4:3$.

$\because \triangle ABO$ 的面积为20，

$\therefore \triangle ACO$ 的面积为15.

故选：B.

20. 如图， $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 与 AB ， BC ， AC 分别相切于点 D ， E ， F ， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=6$ ， $BC=8$ ，则 $\triangle ABC$ 的内切圆半径 r 为（ ）

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/136123003120010114>