

2024 年陕西高考数学(理)试题及答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $z = 5 + i$ ，则 $i(\bar{z} + z) =$ ()

- A. $10i$ B. $2i$ C. 10 D. -2

【答案】A

【解析】

【分析】结合共轭复数与复数的基本运算直接求解.

【详解】由 $z = 5 + i \Rightarrow \bar{z} = 5 - i, z + \bar{z} = 10$ ，则 $i(\bar{z} + z) = 10i$.

故选：A

2. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$, $B = \{x \mid \sqrt{x} \in A\}$ ，则 $\complement_A(A \cap B) =$ ()

- A. $\{1, 4, 9\}$ B. $\{3, 4, 9\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{2, 3, 5\}$

【答案】D

【解析】

【分析】由集合 B 的定义求出 B ，结合交集与补集运算即可求解.

【详解】因为 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$, $B = \{x \mid \sqrt{x} \in A\}$ ，所以 $B = \{1, 4, 9, 16, 25, 81\}$ ，

则 $A \cap B = \{1, 4, 9\}$ ， $\complement_A(A \cap B) = \{2, 3, 5\}$

故选：D

3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 4x - 3y - 3 \geq 0 \\ x - 2y - 2 \leq 0 \\ 2x + 6y - 9 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $z = x - 5y$ 的最小值为 ()

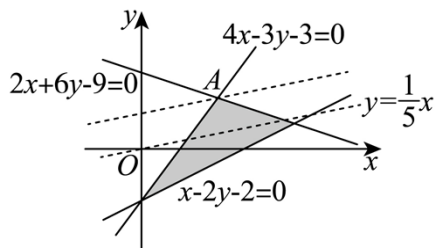
- A. 5 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{7}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】画出可行域后，利用 z 的几何意义计算即可得.

【详解】实数 x, y 满足 $\begin{cases} 4x-3y-3 \geq 0 \\ x-2y-2 \leq 0 \\ 2x+6y-9 \leq 0 \end{cases}$ ，作出可行域如图：



由 $z = x - 5y$ 可得 $y = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}z$ ，

即 z 的几何意义为 $y = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}z$ 的截距的 $-\frac{1}{5}$ ，

则该直线截距取最大值时， z 有最小值，

此时直线 $y = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}z$ 过点 A ，

联立 $\begin{cases} 4x-3y-3=0 \\ 2x+6y-9=0 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=1 \end{cases}$ ，即 $A\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ ，

则 $z_{\min} = \frac{3}{2} - 5 \times 1 = -\frac{7}{2}$ 。

故选：D.

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_5 = S_{10}$ ， $a_5 = 1$ ，则 $a_1 =$ ()

A. -2

B. $\frac{7}{3}$

C. 1

D. 2

【答案】B

【解析】

【分析】由 $S_5 = S_{10}$ 结合等差中项的性质可得 $a_8 = 0$ ，即可计算出公差，即可得 a_1 的值.

【详解】由 $S_{10} - S_5 = a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 5a_8 = 0$ ，则 $a_8 = 0$ ，

则等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = \frac{a_8 - a_5}{3} = -\frac{1}{3}$ ，故 $a_1 = a_5 - 4d = 1 - 4 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3}$ 。

故选：B.

5. 已知双曲线的两个焦点分别为 $(0,4), (0,-4)$ ，点 $(-6,4)$ 在该双曲线上，则该双曲线的离心率为 ()

A. 4

B. 3

C. 2

D. $\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】由焦点坐标可得焦距 $2c$ ，结合双曲线定义计算可得 $2a$ ，即可得离心率.

【详解】设 $F_1(0,-4)$ 、 $F_2(0,4)$ 、 $P(-6,4)$ ，

$$\text{则 } |F_1F_2| = 2c = 8, \quad |PF_1| = \sqrt{6^2 + (4+4)^2} = 10, \quad |PF_2| = \sqrt{6^2 + (4-4)^2} = 6,$$

$$\text{则 } 2a = |PF_1| - |PF_2| = 10 - 6 = 4, \quad \text{则 } e = \frac{2c}{2a} = \frac{8}{4} = 2.$$

故选：C.

6. 设函数 $f(x) = \frac{e^x + 2\sin x}{1+x^2}$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在 $(0,1)$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积为 ()

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】借助导数的几何意义计算可得其在点 $(0,1)$ 处的切线方程，即可得其与坐标轴交点坐标，即可得其面积.

$$\text{【详解】 } f'(x) = \frac{(e^x + 2\cos x)(1+x^2) - (e^x + 2\sin x) \cdot 2x}{(1+x^2)^2},$$

$$\text{则 } f'(0) = \frac{(e^0 + 2\cos 0)(1+0) - (e^0 + 2\sin 0) \times 0}{(1+0)^2} = 3,$$

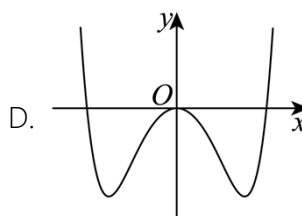
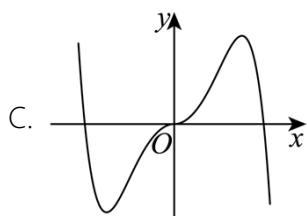
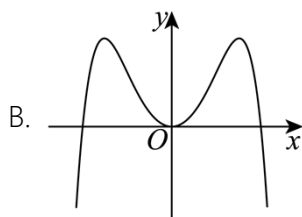
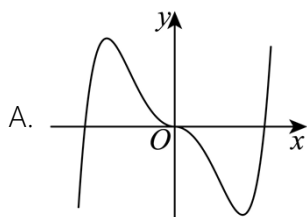
即该切线方程为 $y-1=3x$ ，即 $y=3x+1$ ，

令 $x=0$ ，则 $y=1$ ，令 $y=0$ ，则 $x=-\frac{1}{3}$ ，

$$\text{故该切线与两坐标轴所围成的三角形面积 } S = \frac{1}{2} \times 1 \times \left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{6}.$$

故选：A.

7. 函数 $f(x) = -x^2 + (e^x - e^{-x})\sin x$ 在区间 $[-2.8, 2.8]$ 的大致图像为 ()



【答案】B

【解析】

【分析】利用函数的奇偶性可排除 A、C，代入 $x=1$ 可得 $f(1) > 0$ ，可排除 D.

【详解】 $f(-x) = -x^2 + (e^{-x} - e^x)\sin(-x) = -x^2 + (e^x - e^{-x})\sin x = f(x)$ ，

又函数定义域为 $[-2.8, 2.8]$ ，故该函数为偶函数，可排除 A、C，

又 $f(1) = -1 + \left(e - \frac{1}{e}\right)\sin 1 > -1 + \left(e - \frac{1}{e}\right)\sin \frac{\pi}{6} = \frac{e}{2} - 1 - \frac{1}{2e} > \frac{1}{4} - \frac{1}{2e} > 0$ ，

故可排除 D.

故选：B.

8. 已知 $\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \sqrt{3}$ ，则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()

A. $2\sqrt{3} + 1$

B. $2\sqrt{3} - 1$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $1 - \sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】先将 $\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$ 弦化切求得 $\tan \alpha$ ，再根据两角和的正切公式即可求解.

【详解】因为 $\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \sqrt{3}$,

所以 $\frac{1}{1 - \tan \alpha} = \sqrt{3}$, $\Rightarrow \tan \alpha = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = 2\sqrt{3} - 1$,

故选 : B.

9. 已知向量 $\vec{a} = (x+1, x)$, $\vec{b} = (x, 2)$, 则 ()

A. “ $x = -3$ ” 是 “ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ” 的必要条件

B. “ $x = -3$ ” 是 “ $\vec{a} // \vec{b}$ ” 的必要条件

C. “ $x = 0$ ” 是 “ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ” 的充分条件

D. “ $x = -1 + \sqrt{3}$ ” 是 “ $\vec{a} // \vec{b}$ ” 的充分条件

【答案】C

【解析】

【分析】根据向量垂直和平行的坐标表示即可得到方程, 解出即可.

【详解】对 A, 当 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 时, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$,

所以 $x \cdot (x+1) + 2x = 0$, 解得 $x = 0$ 或 -3 , 即必要性不成立, 故 A 错误;

对 C, 当 $x = 0$ 时, $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (0, 2)$, 故 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$,

所以 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 即充分性成立, 故 C 正确;

对 B, 当 $\vec{a} // \vec{b}$ 时, 则 $2(x+1) = x^2$, 解得 $x = 1 \pm \sqrt{3}$, 即必要性不成立, 故 B 错误;

对 D, 当 $x = -1 + \sqrt{3}$ 时, 不满足 $2(x+1) = x^2$, 所以 $\vec{a} // \vec{b}$ 不成立, 即充分性不立, 故 D 错误.

故选 : C.

10. 设 α 、 β 是两个平面, m 、 n 是两条直线, 且 $\alpha \perp \beta = m$. 下列四个命题:

①若 $m // n$, 则 $n // \alpha$ 或 $n // \beta$

②若 $m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$, $n \perp \beta$

③若 $n // \alpha$, 且 $n // \beta$, 则 $m // n$

④若 n 与 α 和 β 所成的角相等, 则 $m \perp n$

其中所有真命题的编号是 ()

A. ①③

B. ②④

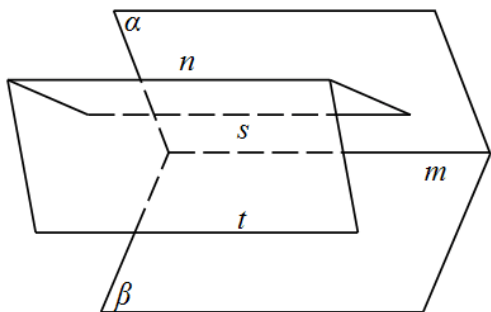
C. ①②③

D. ①③④

【答案】A

【解析】

【分析】根据线面平行的判定定理即可判断①；举反例即可判断②④；根据线面平行的性质即可判断③.

【详解】对①，当 $n \subset \alpha$ ，因为 $m \parallel n$ ， $m \subset \beta$ ，则 $n \parallel \beta$ ，当 $n \subset \beta$ ，因为 $m \parallel n$ ， $m \subset \alpha$ ，则 $n \parallel \alpha$ ，当 n 既不在 α 也不在 β 内，因为 $m \parallel n$ ， $m \subset \alpha$ ， $m \subset \beta$ ，则 $n \parallel \alpha$ 且 $n \parallel \beta$ ，故①正确；对②，若 $m \perp n$ ，则 n 与 α, β 不一定垂直，故②错误；对③，过直线 n 分别作两平面与 α, β 分别相交于直线 s 和直线 t ，因为 $n \parallel \alpha$ ，过直线 n 的平面与平面 α 的交线为直线 s ，则根据线面平行的性质定理知 $n \parallel s$ ，同理可得 $n \parallel t$ ，则 $s \parallel t$ ，因为 $s \not\subset$ 平面 β ， $t \subset$ 平面 β ，则 $s \parallel$ 平面 β ，因为 $s \subset$ 平面 α ， $\alpha \cap \beta = m$ ，则 $s \parallel m$ ，又因为 $n \parallel s$ ，则 $m \parallel n$ ，故③正确；对④，若 $\alpha \cap \beta = m$ ， n 与 α 和 β 所成的角相等，如果 $n \parallel \alpha$ ， $n \parallel \beta$ ，则 $m \parallel n$ ，故④错误；

综上只有①③正确，

故选：A.

11. 在 $\triangle ABC$ 中内角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c ，若 $B = \frac{\pi}{3}$ ， $b^2 = \frac{9}{4}ac$ ，则 $\sin A + \sin C =$ ()A. $\frac{3}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用正弦定理得 $\sin A \sin C = \frac{1}{3}$ ，再利用余弦定理有 $a^2 + c^2 = \frac{13}{4}ac$ ，再利用正弦定理得到

$\sin^2 A + \sin^2 C$ 的值，最后代入计算即可.

【详解】因为 $B = \frac{\pi}{3}, b^2 = \frac{9}{4}ac$ ，则由正弦定理得 $\sin A \sin C = \frac{4}{9} \sin^2 B = \frac{1}{3}$.

由余弦定理可得： $b^2 = a^2 + c^2 - ac = \frac{9}{4}ac$ ，

即： $a^2 + c^2 = \frac{13}{4}ac$ ，根据正弦定理得 $\sin^2 A + \sin^2 C = \frac{13}{4} \sin A \sin C = \frac{13}{12}$ ，

所以 $(\sin A + \sin C)^2 = \sin^2 A + \sin^2 C + 2 \sin A \sin C = \frac{7}{4}$ ，

因为 A, C 为三角形内角，则 $\sin A + \sin C > 0$ ，则 $\sin A + \sin C = \frac{\sqrt{7}}{2}$ 。

故选：C.

12. 已知 b 是 a, c 的等差中项，直线 $ax + by + c = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 + 4y - 1 = 0$ 交于 A, B 两点，则 $|AB|$ 的最小值为 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. $2\sqrt{5}$

【答案】C

【解析】

【分析】结合等差数列性质将 c 代换，求出直线恒过的定点，采用数形结合法即可求解.

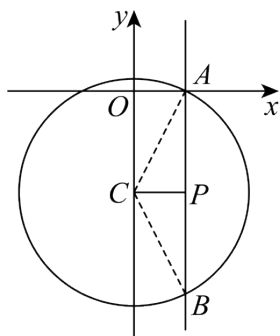
【详解】因为 a, b, c 成等差数列，所以 $2b = a + c$ ， $c = 2b - a$ ，代入直线方程 $ax + by + c = 0$ 得

$$ax + by + 2b - a = 0，即 a(x-1) + b(y+2) = 0，令 \begin{cases} x-1=0 \\ y+2=0 \end{cases} 得 \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}，$$

故直线恒过 $(1, -2)$ ，设 $P(1, -2)$ ，圆化为标准方程得： $C: x^2 + (y+2)^2 = 5$ ，

设圆心为 C ，画出直线与圆的图形，由图可知，当 $PC \perp AB$ 时， $|AB|$ 最小，

$$|PC| = 1, |AC| = |r| = \sqrt{5}，此时 |AB| = 2|AP| = 2\sqrt{AC^2 - PC^2} = 2\sqrt{5-1} = 4.$$



故选：C

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. $\left(\frac{1}{3} + x\right)^{10}$ 的展开式中，各项系数的最大值是_____．

【答案】5

【解析】

【分析】先设展开式中第 $r+1$ 项系数最大，则根据通项公式有
$$\begin{cases} C_{10}^r \left(\frac{1}{3}\right)^{10-r} \geq C_{10}^{r+1} \left(\frac{1}{3}\right)^{9-r} \\ C_{10}^r \left(\frac{1}{3}\right)^{10-r} \geq C_{10}^{r-1} \left(\frac{1}{3}\right)^{11-r} \end{cases}$$
，进而求出 r 即可求解．

可求解．

【详解】由题展开式通项公式为 $T_{r+1} = C_{10}^r \left(\frac{1}{3}\right)^{10-r} x^r$ ， $0 \leq r \leq 10$ 且 $r \in \mathbf{Z}$ ，

设展开式中第 $r+1$ 项系数最大，则
$$\begin{cases} C_{10}^r \left(\frac{1}{3}\right)^{10-r} \geq C_{10}^{r+1} \left(\frac{1}{3}\right)^{9-r} \\ C_{10}^r \left(\frac{1}{3}\right)^{10-r} \geq C_{10}^{r-1} \left(\frac{1}{3}\right)^{11-r} \end{cases}$$
，

$$\Rightarrow \begin{cases} r \geq \frac{29}{4} \\ r \leq \frac{33}{4} \end{cases}, \text{ 即 } \frac{29}{4} \leq r \leq \frac{33}{4}, \text{ 又 } r \in \mathbf{Z}, \text{ 故 } r = 8.$$

所以展开式中系数最大的项是第 9 项，且该项系数为 $C_{10}^8 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 5$ ．

故答案为：5.

14. 已知甲、乙两个圆台上、下底面的半径均为 r_1 和 r_2 ，母线长分别为 $2(r_2 - r_1)$ 和 $3(r_2 - r_1)$

· 则两个圆台的体积之比 $\frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{乙}}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{\sqrt{6}}{4}$

【解析】

【分析】 先根据已知条件和圆台结构特征分别求出两圆台的高，再根据圆台的体积公式直接代入计算即可得解.

【详解】 由题可得两个圆台的高分别为 $h_{\text{甲}} = \sqrt{[2(r_1 - r_2)]^2 - (r_1 - r_2)^2} = \sqrt{3}(r_1 - r_2)$,
 $h_{\text{乙}} = \sqrt{[3(r_1 - r_2)]^2 - (r_1 - r_2)^2} = 2\sqrt{2}(r_1 - r_2)$.

$$\text{所以 } \frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{乙}}} = \frac{\frac{1}{3}(S_2 + S_1 + \sqrt{S_2 S_1})h_{\text{甲}}}{\frac{1}{3}(S_2 + S_1 + \sqrt{S_2 S_1})h_{\text{乙}}} = \frac{h_{\text{甲}}}{h_{\text{乙}}} = \frac{\sqrt{3}(r_1 - r_2)}{2\sqrt{2}(r_1 - r_2)} = \frac{\sqrt{6}}{4} .$$

故答案为： $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

15. 已知 $a > 1$, $\frac{1}{\log_8 a} - \frac{1}{\log_a 4} = -\frac{5}{2}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 64

【解析】

【分析】 将 $\log_8 a, \log_a 4$ 利用换底公式转化成 $\log_2 a$ 来表示即可求解.

【详解】 由题 $\frac{1}{\log_8 a} - \frac{1}{\log_a 4} = \frac{3}{\log_2 a} - \frac{1}{2}\log_2 a = -\frac{5}{2}$, 整理得 $(\log_2 a)^2 - 5\log_2 a - 6 = 0$.

$\Rightarrow \log_2 a = -1$ 或 $\log_2 a = 6$. 又 $a > 1$,

所以 $\log_2 a = 6 = \log_2 2^6$, 故 $a = 2^6 = 64$

故答案为： 64.

16. 有 6 个相同的球，分别标有数字 1、2、3、4、5、6，从中不放回地随机抽取 3 次，每次取 1 个球. 记 m

为前两次取出的球上数字的平均值， n 为取出的三个球上数字的平均值，则 m 与 n 差的绝对值不超过 $\frac{1}{2}$

的概率是_____.

【答案】 $\frac{7}{15}$

【解析】

【分析】根据排列可求基本事件的总数，设前两个球的号码为 a, b ，第三个球的号码为 c ，则 $a+b-3 \leq 2c \leq a+b+3$ ，就 c 的不同取值分类讨论后可求随机事件的概率.

【详解】从6个不同的球中不放回地抽取3次，共有 $A_6^3 = 120$ 种，

设前两个球的号码为 a, b ，第三个球的号码为 c ，则 $\left| \frac{a+b+c}{3} - \frac{a+b}{2} \right| \leq \frac{1}{2}$ ，

故 $|2c - (a+b)| \leq 3$ ，故 $-3 \leq 2c - (a+b) \leq 3$ ，

故 $a+b-3 \leq 2c \leq a+b+3$ ，

若 $c=1$ ，则 $a+b \leq 5$ ，则 (a, b) 为： $(2, 3), (3, 2)$ ，故有2种，

若 $c=2$ ，则 $1 \leq a+b \leq 7$ ，则 (a, b) 为： $(1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (3, 4)$ ，

$(3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1), (4, 3)$ ，故有10种，

当 $c=3$ ，则 $3 \leq a+b \leq 9$ ，则 (a, b) 为：

$(1, 2), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (4, 5)$ ，

$(2, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (5, 4)$ ，

故有16种，

当 $c=4$ ，则 $5 \leq a+b \leq 11$ ，同理有16种，

当 $c=5$ ，则 $7 \leq a+b \leq 13$ ，同理有10种，

当 $c=6$ ，则 $9 \leq a+b \leq 15$ ，同理有2种，

共 m 与 n 的差的绝对值不超过 $\frac{1}{2}$ 时不同的抽取方法总数为 $2(2+10+16) = 56$ ，

故所求概率为 $\frac{56}{120} = \frac{7}{15}$ 。

故答案为： $\frac{7}{15}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/136205121132010143>