三角形中的特殊模型 – 平分平行 (射影) 构等腰、角平分线第二定理模型

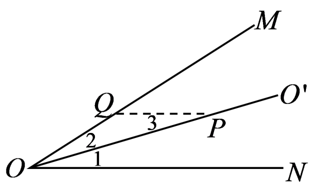
角平分线在中考数学中都占据着重要的地位，角平分线常作为压轴题中的常考知识点，需要掌握其各大模型及相应的辅助线作法，且辅助线是大部分学生学习几何内容中的弱点，，本专题就角平分线的非全等类模型作相应的总结，需学生反复掌握。

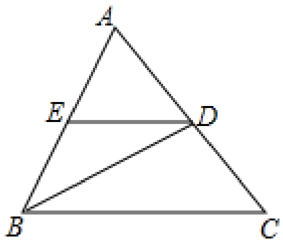
平分平行 (射影) 构等腰模型、角平行线第二定理模型 (内角平分线定理和外角平分线定理模型)

模型一　平分平行 (射影) 构等腰

1) 角平分线加平行线必出等腰三角形.

模型分析：由平行线得到内错角相等，由角平分线得到相等的角，等量代换进行解题．平行线、角平分线及等腰，任意由其中两个条件都可以得出第三个。 (简称：“知二求一”，在以后还会遇到很多类似总结)。平行四边形中的翻折问题就常出现该类模型。





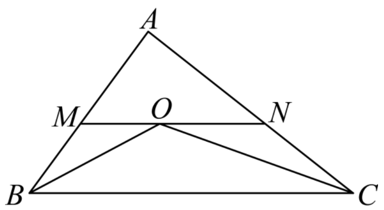


图 1　　　　图 2　　　　图 3

条件：如图 1，OO' 平分 $\angle MON$，过 OO' 的一点 P 作 $PQ \parallel ON$．　结论：$\triangle OPQ$ 是等腰三角形。

条件：如图 2，$\triangle ABC$ 中，BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线，$DE \parallel BC$。结论：$\triangle BDE$ 是等腰三角形。

条件：如图 3，在 $\triangle ABC$ 中，BO 平分 $\angle ABC$，CO 平分 $\angle ACB$，过点 O 作 BC 的平行线与 AB，AC 分别相交于点 M，N．结论：$\triangle BOM$、$\triangle CON$ 都是等腰三角形。

2) 角平分线加射影模型必出等腰三角形.

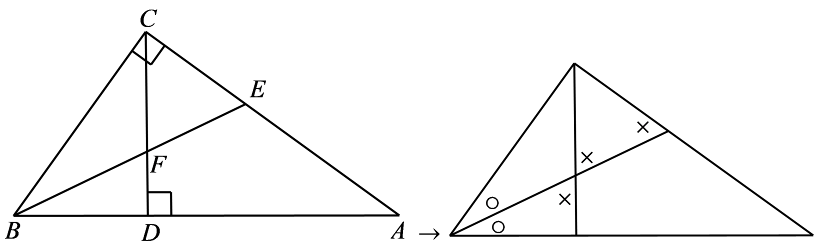
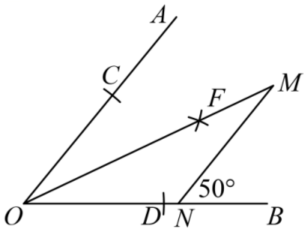


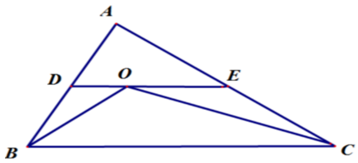
图 4

条件：如图 4，BE 平分 $\angle CBA$，$\angle ACB = \angle CDA = 90^\circ$．　　结论：三角形 CEF 是等腰三角形。

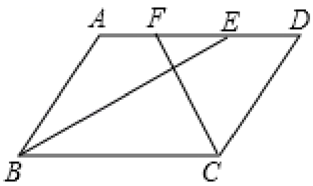
例 1 (2023·浙江·八年级假期作业) 如图，已知 $\angle AOB$，以点 O 为圆心，以任意长为半径画弧，与 OA、OB 分别于点 C、D，再分别以点 C、D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}CD$ 为半径画弧，两弧相交于点 E，过 OE 上一点 M 作 $MN \parallel OA$，与 OB 相交于点 N，$\angle MOB = 50^\circ$，则 $\angle AOM =$ ______.



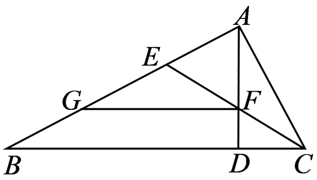
例 2 (2023·浙江·八年级期中) 如图，已知$\triangle ABC$的两边$AB=5$，$AC=8$，BO、CO分别平分$\angle ABC$、$\angle ACB$，过点O作$DE\parallel BC$，则$\triangle ADE$的周长等于______.



例 3 (2023·广东·八年级期末) 如图，▱$ABCD$中，$AB=3\text{cm}$，$BC=5\text{cm}$，BE平分$\angle ABC$交AD于E点，CF平分$\angle BCD$交AD于F点，则EF的长为______ cm.



例 4 (2023. 江苏八年级期中) 如图，已知：在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$于D，$\angle BCA$的角平分线交AD与F，交AB于E，$FG\parallel BC$交AB于G. $AE=4\text{cm}$，$AB=12\text{cm}$，则$BG=$______，$GE=$______.



模型二　角平行线第二定理(内角平分线定理和外角平分线定理)模型

1) 内角平分线定理