

第 1 章 绪论

一、教学内容

结构力学的基本概念和基本学习方法。

二、学习目标

- 了解结构力学的基本研究对象、方法和学科内容。
- 明确结构计算简图的概念及几种简化方法，进一步理解结构体系、结点、支座的形式和内涵。
- 理解荷载和结构的分类形式。

在认真学习方法论——学习方法的基础上，对学习结构力学有一个正确的认识，逐步形成一个行之有效的学习方法，提高学习效率和效果。

三、本章目录

- §1-1 结构力学的学科内容和教学要求
- §1-2 结构的计算简图及简化要点
- §1-3 杆件结构的分类
- §1-4 荷载的分类
- §1-5 方法论(1)——学习方法(1)
- §1-6 方法论(1)——学习方法(2)
- §1-7 方法论(1)——学习方法(3)

§1-1 结构力学的学科内容和教学要求

1. 结构

建筑物和工程设施中承受、传递荷载而起骨架作用的部分称为**工程结构**,简称**结构**。例如房屋中的梁柱体系, 水工建筑物中的闸门和水坝, 公路和铁路上的桥梁和隧洞等。

从几何的角度, 结构分为如表 1.1.1 所示的三类:

表 1.1.1 结构的分类

结构力学 研究对象	分类名称	特点	实例
←	杆件结构	杆件的特征:截面尺寸要比长度小得多 由若干根杆件按照一定方式连接组成的结构称为杆件结构(或是杆系结构), 是结构力学的研究对象	梁、拱、刚架、桁架
	板壳结构	又称薄壁结构, 几何特征是其厚度要比长度和宽度小得多	房屋中的楼板和壳体屋盖
	实体结构	长、宽、厚三个尺度大小相仿(同一数量级)	水工结构中的重力坝

2. 结构力学的研究内容和方法

结构力学与理论力学、材料力学、弹塑性力学有着密切的关系。

理论力学着重讨论**物体机械运动**的基本规律，而其他三门力学着重讨论结构及其构件的强度、刚度、稳定性和动力反应等问题。

其中材料力学以**单个杆件**为主要研究对象，结构力学以**杆件结构**为主要研究对象，弹塑性力学以**实体结构**和**板壳结构**为主要研究对象。学习好理论力学和材料力学是学习结构力学的基础和前提。

结构力学的任务是根据力学原理研究外力和其他外界因素作用下结构的内力和变形，结构的强度、刚度、稳定性和动力反应，以及结构的几何组成规律。包括以下三方面内容：

(1) 讨论结构的组成规律(保证结构各部分不发生相对运动,维持平衡)和合理形式(充分利用材料,发挥最大性能)，以及结构计算简图的合理选择；

(2) 讨论结构内力和变形的计算方法，进行结构的强度和刚度的验算；(使结构满足经济与安全的双重要求, 是本书的主要内容)

(3) 讨论结构的稳定性以及在动力荷载作用下的结构反应。

结构力学问题的研究手段包含理论分析、实验研究和数值计算，本课程只进行理论分析和数值计算。结构力学的计算方法很多，但都要考虑以下三方面的条件：

(1) 力系的平衡条件或运动条件。

(2) 变形的几何连续条件。

(3) 应力与变形间的物理条件（本构方程）。

利用以上三方面进行计算的，又称为“平衡-几何”解法。

采用虚功和能量形式来表述时候，则称为“虚功-能量”解法。

随着计算机的进一步发展和应用，结构力学的计算由过去的手算正逐步由计算机所代替，本课程的特点是将结构力学求解器集成到网络中，主要利用求解器进行计算和画图。

结构力学的特点是：理论概念性较强,方法技巧性要求高。理论概念需要通过反复思考来加深理解，方法技巧则需要多做练习来熟练掌握。

3. 课程教学中的能力培养

(1) 分析能力

- **选择结构计算简图的能力：**将实际结构进行分析，确定其计算简图。

- **进行力系平衡分析和变形几何分析的能力：**对结构的受力状态进行平衡分析，对结构的变形和位移状态要进行几何分析。这两方面的分析能力是结构分析的两个看家本领，要在反复运用中加以融会贯通，逐步提高，力求达到能正确、熟练、灵活运用水平。
- **选择计算方法的能力：**要了解结构力学中的各种计算方法的特点，具有根据具体问题选择恰当的计算方法的能力。

(2) 计算能力

- 具有对各种结构进行计算或确定计算步骤的能力。——过程
- 具有对计算结果进行定量校核或定性判断的能力。——结果
- 初步具有应用计算机计算的能力。

做题练习是学习结构力学的重要环节。不做一定量的习题就很难对基本概念和方法有深入的理解和掌握，也很难培养较好的计算能力。

(3) 自学能力

自学包含两个方面：消化已学知识、摄取新的知识。

(4) 表达能力 — 作业方面的

§1-2 结构的计算简图及简化要点

实际结构往往是很复杂的,进行力学计算以前，必须加以简化，用一个简化的图形来代替实际结构，这个图形称为结构的**计算简图**。

计算简图：一般在力学分析中将实际结构加以简化并略去某些次要因素，得到一个能够反映结构主要受力特征，又比较简单的计算图形，此图形就是**计算简图**。

一、简化的原则

- (1) 从实际出发——计算简图要反映实际结构的主要性能。
- (2) 分清主次，略去细节——计算简图要便于计算。

二、简化的要点

1、结构体系的简化：（空间——平面）

一般结构实际上都是空间结构，各部相连成为一空间整体，以承受各方向可能出现的荷载。在多数情况下，常忽略一些次要的空间约束，而将实际结构分解为平面结构。

2、杆件的简化

杆件用其轴线表示，杆件之间的连接区用结点表示，杆长用结点间距表示，荷载作用于轴线上。如果截面尺寸 $>L/4$ （ L 为杆长）时，则不能用轴线代替杆件。

3、杆件间的连接区通常简化成为三种理想情况（不存在摩擦）：结构中杆件相互连接的部分称为**结点**，结点通常简化为铰结点，刚结点或组合结点。

- 1) 铰结点：约束各杆端不能相对移动，但可相对转动（各杆之间的夹角可变）；可以传递力，不能传递力矩。

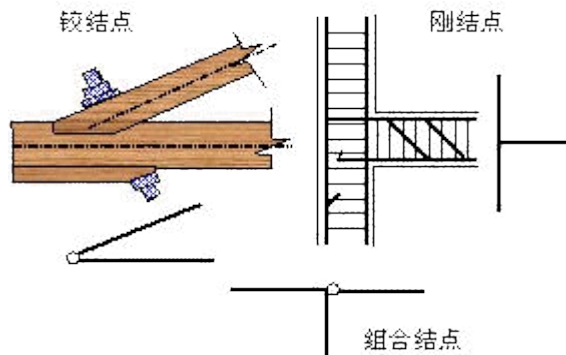
实例：螺栓，铆钉，榫头的连接处

简化形式：理想的铰结点用一个小圆圈表示

- 2) 刚结点：连接各杆端既不能相对移动，又不能相对转动；既可以传递力，又可传递力矩。

实例：现浇钢筋混凝土刚架中的结点

- 3) 组合结点：在同一结点上，某些杆件相互刚结，而另一些杆件相互铰结则称为组合结点。



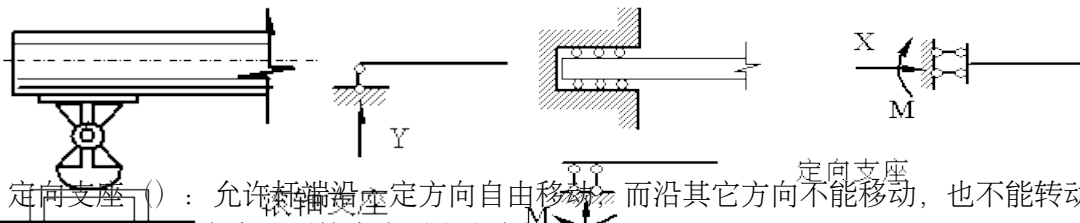
4、支座的简化

结构与基础的连接装置成为支座。结构所受荷载通过支座传到基础或地基。支座对结构的作用力成为支座反力。

- 1) 滚轴支座（可动铰支座）（roller support）：约束杆端不能竖向移动，但可水平移动和转动。只有竖向反力。

实例：自由放于墙上的梁

简化形式：一根竖向支杆



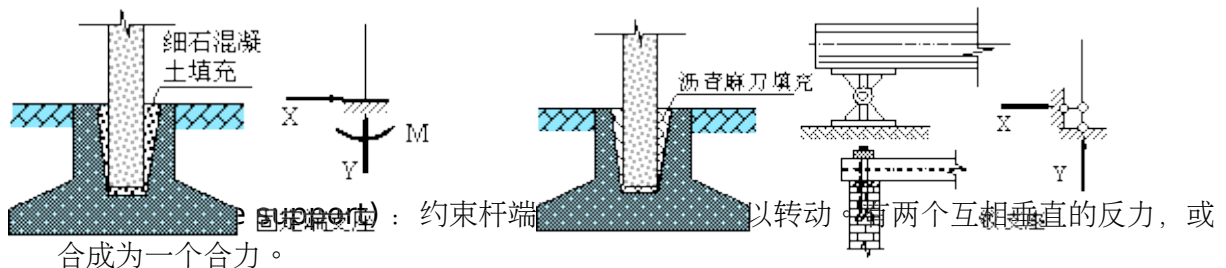
- 2) 定向支座 ()：允许杆端沿一定方向自由移动，而沿其它方向不能移动，也不能转动。提供两个支座反力：垂直支承面的支座反力和弯矩。

简化形式：垂直于支撑面的两根平行支杆

- 3) 固定支座(fixed support)：约束杆端不能移动也不能转动，有三个反力分量。

实例：柱子插入预制杆件基础内，柱子与杯口之间用细石混凝土填充。

简化形式：既不平行也不相交于一点的三根支杆



实例：柱子插入预制杆件基础内，柱子与杯口之间用沥青麻刀填充。

简化形式：交于一点的两根支杆

5) 弹性支座：在荷载作用下如果不考虑本身的弹性变形，则这类支座称为弹性支座。

特点：弹性支座既不允许结构在支承面处发生位移，又对该位移有一定的约束作用。

简化形式：弹簧表示

弹性支座分为抗移动弹性支座和抗转动弹性支座两种。

5、材料的性质的简化：理想弹性材料。

6、荷载的简化

体积力和表面力均简化为作用在轴线上的分布荷载和集中荷载。

体积力：结构的自重或是惯性力等。

表面力：由其他物体通过接触面而传递给结构的作用力，如压力，车辆的轮压力。

§1-3 杆件结构的分类

结构的分类实际上是计算简图的分类。

一．按结构的组成及受力特点分类：

1. 梁

梁是一种受弯构件，其轴线通常为直线，既可以是单跨，也可以是多跨(图 1-1a、b)。



图 1-1a

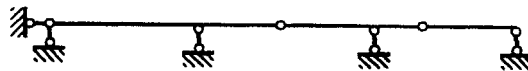


图 1-1b

2. 拱

拱是一种杆轴为曲线且在竖向力作用下，会产生水平反力的结构(图 1-2a、b)。

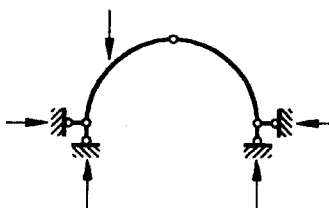


图 1-2a

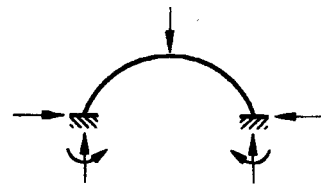


图 1-2b

3. 桁架

桁架是由若干个直杆组成,所有结点都为铰结点(图 1-3)。

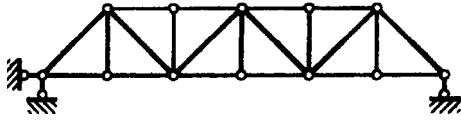


图 1-3

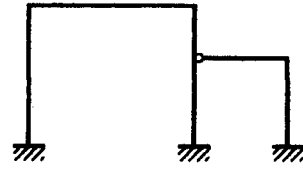


图 1-4

4. 刚架

刚架由直杆组成，其结点通常为刚结点（图 1-4）。

5. 组合结构

组合结构是桁架和梁或刚架组合在一起的结构(图 1-5)。

5. 组合结构(composite structure)



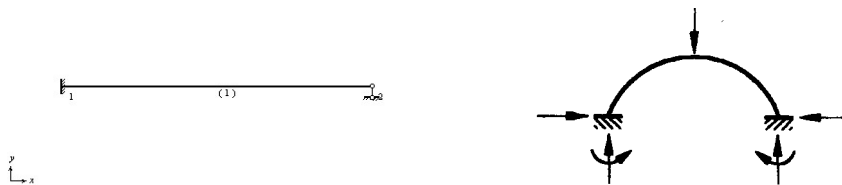
图 1-5

二. 按计算特点分类

1. 静定结构：结构在荷载作用下，其反力和内力均可由静定平衡条件唯一确定的结构。



2. 超静定结构：结构在荷载作用下，其反力和内力须由静力平衡条件和变形协调条件及物理条件共同确定。



§1-4 荷载的分类

荷载：主动作用于结构上的外力。（狭义）—自重，土压力，风、雪荷载等，广义荷载还包括：温度变化，基础沉降，材料收缩等。

根据荷载的不同特征分类如下：

一、按作用时间的久暂

荷载可分为恒载和活载。

恒载是长期作用与结构上的不变荷载，如结构的自重、安装在结构上的设备重量等，这种荷载的大小、方向、作用位置是不变的。

活载是建筑物在施工和使用期间可能存在的可变荷载，如吊车荷载、结构上的人群、风、雪等荷载。

二、按荷载的作用范围

荷载可分为集中荷载和分布荷载。

荷载的作用面积相对于总面积是微小的，作用在这个面积上的荷载，可以简化为集中荷载。分布作用在一定面积或长度上的荷载，可简化为分布荷载，如风、雪、自重等荷载。

三、按荷载作用的性质

荷载可分为静力荷载和动力荷载。

静力荷载的数量、方向和位置不随时间变化或变化极其缓慢，不使结构产生显著的加速度，因而可以忽略惯性力的影响。——自重

动力荷载是随时间迅速变化或在短暂时间内突然作用或消失的荷载，使结构产生显著的加速度。——机械运动时产生的荷载或是冲击波的压力

车辆荷载、风荷载和地震荷载通常在设计中简化为静力荷载，但在特殊情况下要按动力荷载考虑。

四、按荷载位置的变化

荷载可分为固定荷载和移动荷载。

作用位置固定不变的荷载为固定荷载。如风、雪、结构自重等。

可以在结构上自由移动的荷载称为移动荷载。如吊车梁上的吊车荷载、公路桥梁上的汽车荷载就是移动荷载。

荷载的确定，常常是比较复杂的，荷载规范总结了设计经验和科学研究的成果，供设计时应用。但在不少情况下，设计者要深入现场，结合实际情况进行调查研究，才能对荷载作出合理的确定。

§1-5 方法论(1)——学习方法

学习要讲究方法，要学会，更要会学。下面是在结构力学的教学和科研过程中产生的一些想法,主要从加、减、问、用和创新五个方面展开讨论。

一、会加-广采厚积，织网生根

1. 勤于积累

摄取和积累知识是培养能力的基础，也是研究创新的基础。“才须学也。非学无以广才，非志无以成学”（诸葛亮）。要有集腋成裘、积土成山的志趣。

2. 融会贯通

要把知识连成一片，互相沟通，左右联系，前后呼应，融会贯通。在数学语言和力学语言之间要会翻译：把抽象的数学公式翻译成具体生动的物理概念；把直观的力学思路翻译成严密的数学程序。

3. 用心梳理

积累知识要用心梳理，使之条理化，成为一个脉络清晰、有主有次、有目有纲的知识网。

4. 落地生根

把别人的、书本上的知识变成自己的，化他为己，这样的知识才是牢靠的，生了根的。把新学来的知识融化在自己已有的知识结构上，把“故”作为“新”的基地，使“新”在“故”上生根发芽成长。

二、会减-去粗取精 弃行取神

1. 概括的能力

把一章内容概括成三言两语，对一门课理出它的主要脉络，写人能勾出特征，画龙会点睛。

2. 简化的能力

盲目简化——不分主次，乱剪乱砍。合理简化——分清主次，剪枝留干。

选取结构计算简图是结构力学的基本功。不会简略估算、定性判断，是很危险的。

3. 统帅驾驭的能力

学习积累的知识，要形成一个知识系统，要培养提纲挈领、统帅全局的能力，达到纲举目张、灵活驾驭的目的。

4. 弃形取神的能力

在力学学习和科学研究中要培养由表入里、弃形取神的能力：

- 个别到一般：舍弃千差万别的个性和特殊性，摘取其中的共性和普遍性。

- **具体到抽象**：舍弃不同问题的具体性，提炼为一般原理的抽象性。
- **现象到规律**：舍弃现象的表面形态，洞察出深藏的本质和内在的规律。
- **温故到创新**：拆除旧观念的篱笆，标新立异，另辟新路，开拓新途径和新领域。

三、会问-知或解惑 开启迷宫

1. 多问出智慧

学习中要多问，多打几个问号。“？”像一把钥匙，一把开启心扉和科学迷宫的钥匙。

2. 要会问

学习中提不出问题是学习中最大的问题。发现了问题是好事，抓住了隐藏的问题是学习深化的表现。

3. 要追问

重要的问题要抓住不放，要层层剥笋，穷追紧逼，把深藏的核心问题解决了，才能达到“柳暗花明”的境界。

4. 要问自己

四、会用-实践检验 多用巧生

学而时习之，学习=学+习。

什么是“习”，通常把“习”理解为复习；更准确些，应把“习”理解为用，理解为实践。“用”是“学”的继续、深化和检验。与“学”相比，“用”有更丰富的内涵：

- **多面性**：把知识应用于解决各式各样的问题，把单面的知识化为多方面的知识。
- **综合性**：处理问题时，要综合应用多种方法和知识。分门别类地学，综合优选地用。
- **反思性**：正面学，反面用。计算是由因到果，校核时由果到因。
- **跳跃性**：循规蹈矩地学，跳跃式地用。
- **灵活性**：用能生巧。
- **牢固性**：反复用过的知识是牢固的，久经难忘。
- **悟性**：学习可以获得言传的知识，应用可以体验难以言传的悟性。
- **检验性**：学来的知识是真懂、半懂还是不懂，考几道题就分辨出来了。

针对涉及工程计算的一些学科的情况，还要对“习题”和“校核”两个具体问题作些议论。

1. 习题

做题练习,是学习工程计算学科的重要环节。不作一定数量的习题,就很难对基本概念和方法有深入的理解,也很难培养较好的计算能力。做题也要避免各种盲目性。举例如下:

- 不看书,不复习,埋头做题,这是一种盲目性。应当在理解的基础上做题,通过做题来巩固和加深理解。
- 贪图求快,不求甚解,这是另一种盲目性。
- 只会对答数,不会自己校核和判断,这也是一种盲目性。
- 做错了题不改正,不会从中吸取教训,这又是一种盲目性。

2. 校核

计算的结果要经过校核。“校核”是“计算”中应有之义。没有校核过的计算书是未完成的计算书。

出错是难免的。重要的是要会判断、抓错和改错。判断是对计算结果的真伪性和合理性作出鉴定。抓错是分析错误根源,指明错在何处。改错是提出改正对策,得出正确答案。改错不易,抓错、判断更难。

关于判断和校核可分为三层: **细校**、**粗算**和**定性**。

另法细校: 细校是指详细的定量的校核,不是重算一遍而是提倡用另外的方法来核算。

毛估粗算: 粗算是指采用简略的算法对计算结果进行毛估,确定其合理范围。粗算是要能分清主次、抓大放小,对大事不糊涂。其做法有: 选取简化计算模型,在公式中忽略次要的项,检查典型特例,考虑问题的极限情况,等等。

定性判断: 定性判断是根据基本概念来判断结果的合理性,而不是进行定量的计算。力学中常用的例子有:

- 采用**量纲分析**,判断所列方程是否有误。
- 根据**物理概念**,看答案的数量级和正负号是否对头。
- 根据**误差理论**,估计误差的范围。
- 根据**互等定理**,看计算结果是否合理。
- 根据**上下限定理**,看计算结果是否出格。
- 在**渐进法和迭代法**中,判断结果是否收敛。
- **对称结构**计算,检查结果的对称性。
- 当**参数变化**时,看结果的相应变化是否合理。
- 在**近似算法**中,判断所得结果是偏于安全还是偏于不安全,并采用“前者宽,后者严”的不同标准。

不细算而能断是非，断案如神，既快又准，这是总工程师应具备的看家本领，也是每个工程师和有心人应及早学会的本领。这种本领来源于扎实的理论和经验的积累。

计算机引入结构力学后，增加了我们进行大型计算，分析大型结构的能力。但是，计算机并不排斥力学理论，而是要求我们更深更活地掌握力学理论。

五、创新-推陈出新 破旧立新

科学精神的精髓是求实创新。

创新：推陈出新，破旧立新，有推有出，有破有立。创新并不神秘，把知识向前推进一步，向更广、更深、更精、更神的方向迈出一步，都是创新的一步。创新意识要贯穿在整个学习过程中，在加、减、问、用各个方面都要着眼于创新，有心于创新。

- **加：**在继承中创新。每项创新成果都吸收了前人的成果。像牛顿那样站在巨人的肩上才能看得更远。广采厚积是创新的基础。
- **减：**在“去粗取精，弃形取神”的减法过程中要注意“去”和“弃”。在“推陈出新、破旧立新”的创新过程中要注意“推”和“破”。二者是相通的。
- **问：**在已有的知识中发现疑点，感到困惑，是走向解惑和创新的起点。创新是善问巧思的回报。
- **用：**在应用和实践中对已有的知识进行检验，发现其中的不足而加以改正，这就是创新。实践为创新提供了机遇。

创新不能违反客观规律。在求实中创新，“出新意于法度之中”（苏轼）。在客观规律的容许之下，创造力有充分的自由活动空间。

后语

把以上的议论归纳为五句话：

- **加** —— 广采厚积，织网生根。
- **减** —— 去粗取精，弃形取神。
- **问** —— 知惑解惑，开启迷宫。
- **用** —— 实践检验，多用巧生。
- **创新** —— 觅真理立巨人肩上，出新意于法度之中。

第 2 章 结构的几何构造分析

一、 主要内容

一个体系要能承受荷载，首先它的几何构造应当合理，能够使几何形状和位置保持不变。因此，在进行结构受力分析之前，先进行几何构造分析。**其目的在于**：①保证杆件组成为几何不变体系；②研究几何不变体系的组成规则，改善和提高结构的性能；③区分静定结构和超静定结构。

在几何构造分析中，最基本的规律是**三角形规律**。规律本身是简单浅显的，但规律的运用则变化无穷。因此，学习本章时遇到的困难不在于学懂，而在于灵活运用。

本章在全书中只是一个短小的前奏，只是从几何构造的角度讨论结构力学中的一个侧面，根本不涉及到内力和应变。但是构造分析与内力分析之间又是密切相关的，本章内容将在后面许多章节中得到应用。

二、 教学目的

理解自由度、可变体系与不变体系、瞬变体系、瞬铰的概念；

正确理解三角形规律，并能熟练应用三角形规律分析平面体系的几何构造；

掌握计算自由度的计算方法，能计算一般平面体系的自由度。

三、 本章目录

- §2-1 基本概念
- §2-2 自由度计算
- §2-3 几何不变体系的组成规律
- §2-4 几何构造分析方法与实例
- §2-5 求解器的应用
- §2-6 小结
- §2-7 习题
- §2-8 测验

四、 参考章节

《结构力学教程(Ⅰ)》，第 2 章、结构的几何构造分析，pp.17-54。

§2-1 基本概念

1. 教学要求

理解自由度、几何可变体系与几何不变体系、瞬变体系、瞬铰的概念。

2. 本节目录

- 1. 几何不变体系和几何可变体系
- 2. 运动自由度 S
- 3. 约束
- 4. 多余约束和非多余约束
- 5. 瞬变体系
- 6. 瞬铰和无穷远处的瞬铰
- 7. 思考与讨论

3. 参考章节

《结构力学教程(II)》，pp.18-22。

2.1.1 几何不变体系和几何可变体系-前提条件是不考虑材料应变

几何不变体系：体系的位置和形状是不能改变的(图 2-1b)。

几何可变体系：体系的位置或形状是可以改变的(图 2-1a)。

以上讨论的前提：不考虑材料的应变。结构受荷载作用时，在截面上产生应力，材料因而产生应变，结构发生变形，这种变形一般是微小的，可以不考虑。

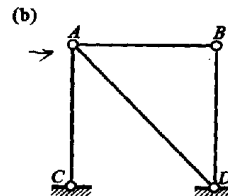
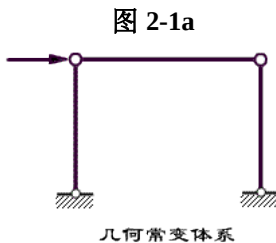


图 2-1b

一般结构都必须是几何不变体系，而不能采用几何可变体系

2.1.2 运动自由度 S ——平面体系自由度

S: 体系运动时可以独立改变的坐标的数目。或者说: 用来确定体系位置所需要的独立坐标数。

★结论: 一般工程结构都是几何不变体系, 其自由度为零。凡是自由度大于零的结构都是几何可变体系。

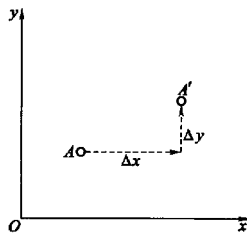


图 2-2a

(平面内一个点有两个自由度)

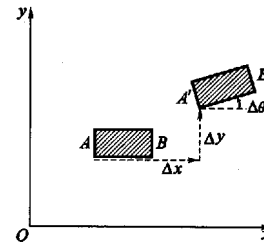


图 2-2b

(刚片 (平面内一个刚体)有三个自由度)

平面内一个刚片 AB, 刚片由 AB 到 A'B' x 轴变化 Δx , y 轴变化 Δy , 同时 AB 还旋转了一个角度 $\Delta\theta$ 。故刚片有三个自由度。

刚体: 忽略材料的变形, 可将体系中的杆件视为不可变形体, 即为刚体, 平面的刚体为刚片。

2.1.3 约束

减少体系自由度的装置。

约束是通过限制体系中刚片间的相对运动来减少体系自由度数, 常见为: 链杆, 铰, 刚结点。

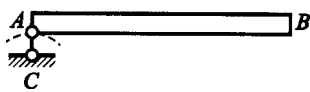


图 2-3a

S 由 3 个减少到 2 个
一个支杆相当于一个约束

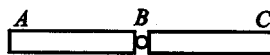


图 2-3b

S 由 6 个减少到 4 个
一个简单铰相当于两个约束

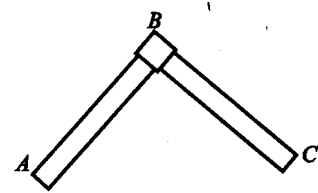
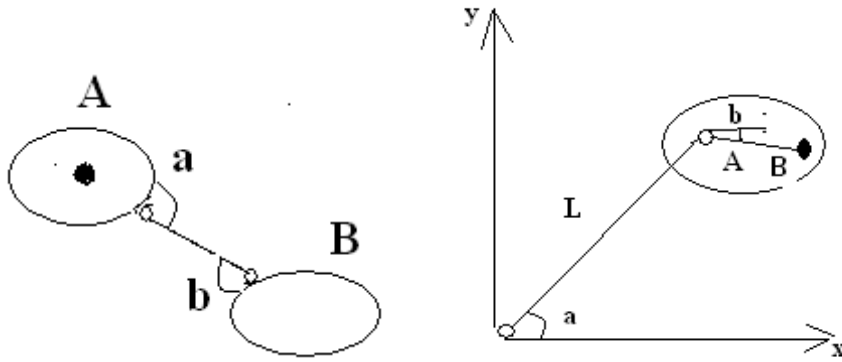


图 2-3c

S 由 6 个减少到 3 个
一个简单刚结相当于三个约束

与地基相连的杆件叫支杆, 连接两刚片的杆件称为链杆。



固定 A 需要三个自由度，
在加上 a,b 角度共五个自由度。

平面内一刚片用链杆 L 固定。对 AB 来说 (X,Y,b) 三个自由度表示，X, Y 不独立，
 $X=L\cos a$ $Y=L\sin a$ ，故刚片有 (a,b) 2 自由度

2.1.4 多余约束和非多余约束

如果在一个体系中增加一个约束，而体系的自由度并不因而减少，则此约束叫**多余约束**。
能够减少体系自由度的约束叫非多余约束。

注意：多余约束与非多余约束是相对的，多余约束一般不是唯一指定的。

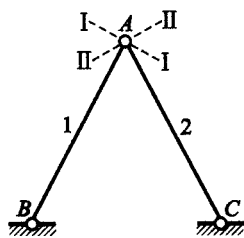


图 2-4a

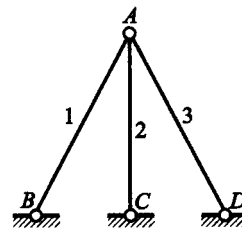


图 2-4b

链杆 1 或 2 能减少点 A 的两个自由度，
因此链杆 1 和 2 都是非多余约束。

链杆 1、2 和 3 共减少点 A 的两个自由度，因此三根链杆中只有两根是非多余约束，有一个是多余约束。

一个体系中有多个约束时，应当分清多余约束和非多余约束，只有非多余约束才对体系的自由度有影响。

2.1.5 瞬变体系

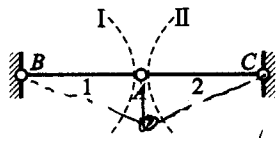


图 2-5a

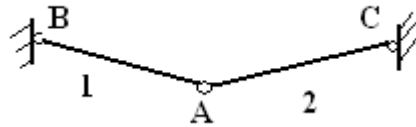


图 2-5b

分析：

(1) 当链杆 1 和 2 共线时，圆弧 I 和 II 在 A 点相切(图 2-5a)（如果相交情况怎样？），因此 A 点可沿公切线方向做微小运动，体系是可变体系。

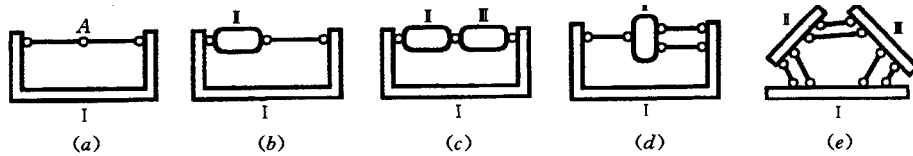
(2) 当 A 点沿公切线发生微小位移后，链杆 1 和 2 不再共线(图 2-5b)，因此体系不再是可变体系。

本来是几何可变，经微小位移后成为几何不变的体系称为**瞬变体系**。

可以发生大位移的几何可变体系称为**常变体系**。

可变体系可进一步分为瞬变体系和常变体系。

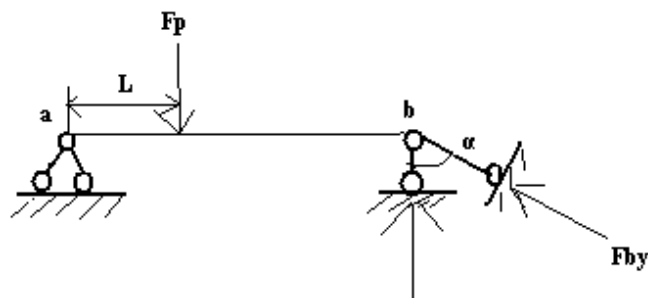
(3) 点 A 在平面内有两个自由度，增加两根共线链杆后，A 点仍有一个自由度，因此链杆 1 和 2 中有一个是多余约束。



图中所示均为瞬变体系。

一般说来，瞬变体系中必然存在多余约束。

瞬变体系可否用作结构呢？下图所示一简支梁，在荷载作用下 C 支座的支座反力为：



$$F_{by} = \frac{F_p \cdot a}{L \cdot \cos \alpha}, \text{ 当 } \alpha \text{ 增大则 } \cos \alpha \text{ 不断减小, 当 } \alpha \rightarrow 90^\circ \text{ 时, 体系此时是瞬变体系,}$$

则 $\cos \alpha = 0$, $F_{Cy} = \infty$ 。所以瞬变体系不能作为结构来用。

2.1.6 实铰、瞬铰和无穷远处的瞬铰

一个铰相当于两个约束，也相当于两根共线的链杆。反之，两根不共线的链杆可以构成一个简单铰，但两根不共线的链杆构成一个铰的形式不唯一。两链杆相交于刚片上一点构成的铰称为**实铰**(如图 2-6a 点 A)。它等价于简单铰的作用。两刚片间以两链杆相连，其两链杆约束相当(等效)于两链杆交点处一简单铰的约束，这个铰称为**瞬铰**或**虚铰**(如图 2-6b)。

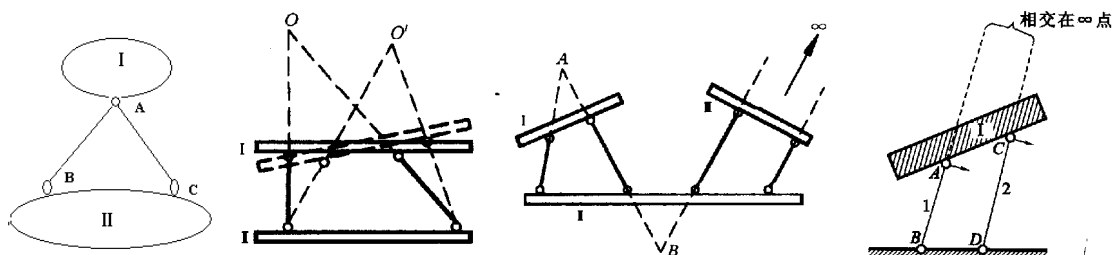


图 2-6a

图 2-6b

图 2-6c

图 2-6d

图 2-6b 中，链杆 1 和 2 交于 O 点，刚片 I 可以发生以 O 为中心的微小转动。

图 2-6c 和图 2-6d 中，链杆 1 和 2 的交点在无穷远处，因此两根链杆所起作用的相当于**无穷远处的瞬铰**所起的约束作用，绕瞬铰的转动转化为沿两根链杆的正交方向上的平动。与实铰不同的是，在图 2-6b、c、d 各体系的相对运动过程中，瞬铰位置不断变化，所以虚铰也称为瞬铰。

当连接两刚片的两根链杆相互平行时，则认为虚铰在无穷远处。此外还应注意形成虚铰的两根链杆必须是连接相同的两个刚片。例如图 b 中 A 点为刚片 I、II 之间的虚铰而 B 点不是。

在几何构造分析中应用无穷远处瞬铰的概念时，可以采用射影几何中关于 ∞ 点和 ∞ 线的下列四点结论：

- (1) 每个方向有一个 ∞ 点(即该方向各平行线的交点)。
- (2) 不同方向上有不同的 ∞ 点。
- (3) 各 ∞ 点都在同一直线上，此直线称为 ∞ 线。
- (4) 各有限远点都不在 ∞ 线上。

2.1.7 思考与讨论

1.有的文献把几何可变体系称为几何不稳体系，把几何不变体系称为几何稳定体系。材料力学中把压杆屈曲问题称为弹性稳定性问题。试对几何稳定性和弹性稳定性这几个不同概念加以比较。

2.“多余约束”从以下哪个角度来看才是多余的？

- (a) 从对体系的自由度是否有影响的角度看；
- (b) 从对体系的计算自由度是否有影响的角度来看；
- (c) 从对体系的受力和变形状态是否有影响的角度来看；
- (d) 从区分静定和超静定两类问题的角度来看。

§2-2 几何不变体系的组成规律

1. 教学要求

熟练掌握几何不变体系的三条基本组成规律。

2. 本节目录

- 1. 二元体法则
- 2. 两刚片法则
- 3. 三刚片法则

3. 参考章节

《结构力学教程(II)》, pp. 22-28。

2.2.1 二元体法则

结论 1：一刚片与一结点用两根不共线的链杆相连组成的体系内部几何不变且无多余约束。

我们把两根不共线的链杆联接一个新结点的装置称为**二元体**。由前面的分析可知，不在同一直线上的两根链杆是一个点的必要约束，能使点的自由度为零。所以体系中增加一个点的同时再增加两个交于该点的两根不共线的链杆，不会改变原体系的自由度。由此得到结论：

★在一个已知体系中增加或减去二元体，不改变原体系的几何性质。这个结论称为二元体规则。

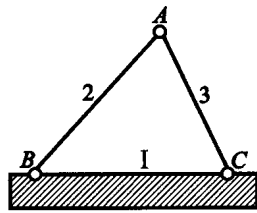


图 2-7

图 2-7 分析:

约束对象: 结点 C 与刚片 I

约束条件: 不共线的两链杆;

结论: 几何不变且无多余约束。

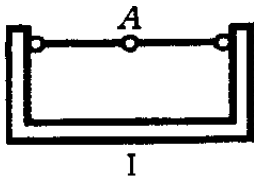


图 2-9

图 2-8 分析:

两链杆共线,

A 点可垂直于 AB 做微小移动;

结论: 瞬变体系。

2.2.2 两刚片法则

将 AB 看成刚片则得到: 结论 2 (1) . 两刚片用一铰及不过该铰的一链杆相连组成几何不变体系且无多余约束。

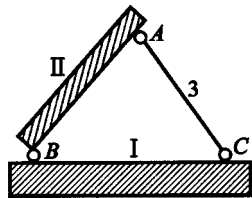


图 2-9

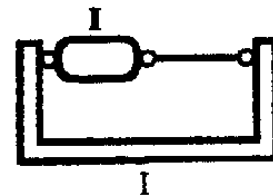


图 2-10 瞬变体系

一个铰相当于不共线的两根连杆: (2) . 两刚片用不共点的三链杆相连, 组成内部几何不变整体且无多余约束

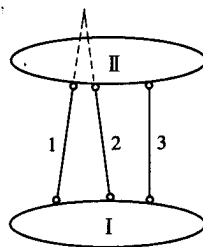


图 2-11

特殊情况:

三链杆共点

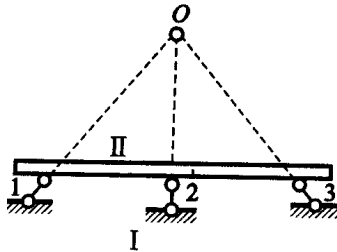


图 2-12 瞬变体系

三链杆平行等长

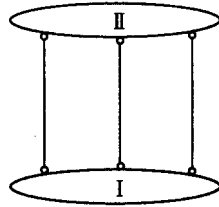


图 2-13 常变体系

三链杆平行不等长

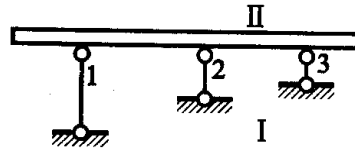


图 2-14 瞬变体系

2.2.3 三刚片法则

把 **AC** 看成刚片则得到：结论 **3**：三刚片用不共线的三铰两两相连组成的体系内部几何不变且无多余约束。

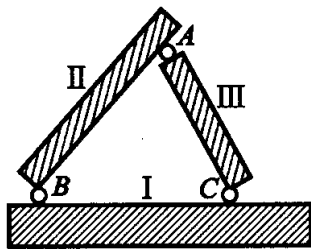


图 2-15

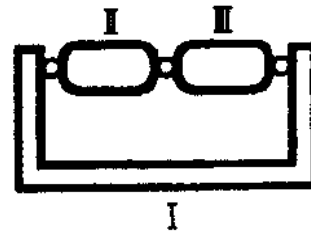


图 2-16 三铰共线 瞬变体系

上述三条规律虽然表述不同，但本质相同，即三角形规律：

若三个铰不共线，则铰结三角形内部几何不变且无多余约束。

§2-3 构造分析方法与例题

1. 教学要求

熟练掌握几何构造分析的各种方法。

2. 本节目录

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/137000064155006040>