

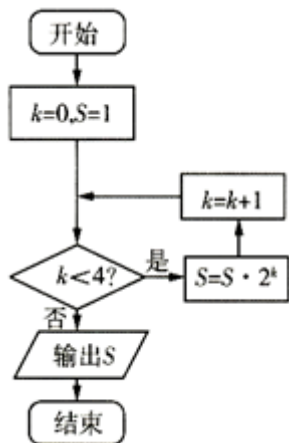
四川省天府名校 2025 年普通高中高三年级 3 月线上统一测试数学试题

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 执行如图所示的程序框图，则输出的 S 的值是 ()



- A. 8 B. 32 C. 64 D. 128

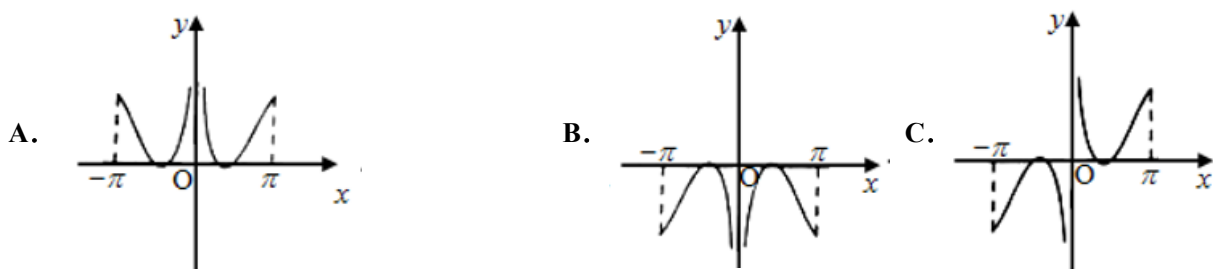
2. 某大学计算机学院的薛教授在 2019 年人工智能方向招收了 6 名研究生.薛教授欲从人工智能领域的语音识别、人脸识别，数据分析、机器学习、服务器开发五个方向展开研究，且每个方向均有研究生学习，其中刘泽同学学习人脸识别，则这 6 名研究生不同的分配方向共有 ()

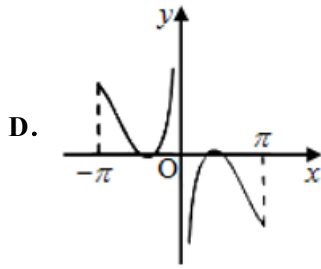
- A. 480 种 B. 360 种 C. 240 种 D. 120 种

3. 定义两种运算“ \star ”与“ \blacklozenge ”，对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ，满足下列运算性质：① $2 \star 2018=1$ ， $2018 \blacklozenge 1=1$ ；② $(2n) \star 2018 = 2[(2n+2) \star 2018]$ ， $2018 \blacklozenge (n+1) = 2(2018 \blacklozenge n)$ ，则 $(2018 \blacklozenge 2020)(2020 \star 2018)$ 的值为()

- A. 2^{1011} B. 2^{1010} C. 2^{1009} D. 2^{1008}

4. 函数 $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \cos x$ ($-\pi \leq x \leq \pi$ 且 $x \neq 0$) 的图象可能为 ()





5. 已知定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(-x)$, 且在区间 $[1, 2]$ 上是减函数, 令

$a = \ln 2, b = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}, c = \log_{\frac{1}{2}} 2$, 则 $f(a), f(b), f(c)$ 的大小关系为 ()

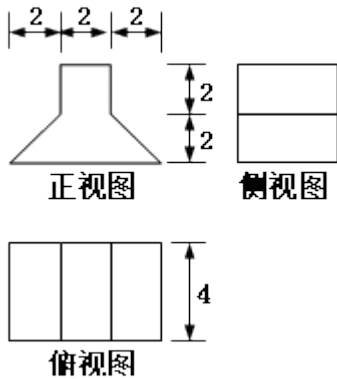
- A. $f(a) < f(b) < f(c)$ B. $f(a) < f(c) < f(b)$
 C. $f(b) < f(a) < f(c)$ D. $f(c) < f(a) < f(b)$

6. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中, O 为 AB 的中点, $PO \perp$ 平面 ABC , $\angle APB = 90^\circ$, $PA = PB = 2$, 则有下列四个结论: ①若 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 则 $PC = 2$; ② $\triangle ABC$ 若为等边三角形, 则 $AP \perp BC$; ③当 $\angle ACB = 90^\circ$ 时, PC 与平面 PAB 所成的角的范围为 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right]$; ④当 $PC = 4$ 时, M 为平面 PBC 内一动点, 若 $OM \parallel$ 平面 PAC , 则 M 在

$VPBC$ 内轨迹的长度为 1. 其中正确的个数是 ().

- A. 1 B. 1 C. 3 D. 4

7. 若某几何体的三视图 (单位:cm) 如图所示, 则此几何体的体积是 ()



- A. 36 cm^3 B. 48 cm^3 C. 60 cm^3 D. 72 cm^3

8. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面为矩形, $SA \perp$ 底面 $ABCD$, 点 E 在线段 BC 上, 以 AD 为直径的圆过点 E . 若 $SA = \sqrt{3}AB = 3$, 则 $\triangle SED$ 的面积的最小值为 ()

- A. 9 B. 7 C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

9. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 = -3$, $S_7 = -7$, 则 S_n 的最小值为 ()

- A. -12 B. -15 C. -16 D. -18

10. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前项和为 S_n , 若 $8a_{2019} + a_{2016} = 0$, 则 $\frac{S_6}{S_3}$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{9}{8}$

11. 抛物线方程为 $y^2 = 4x$, 一直线与抛物线交于 A, B 两点, 其弦 AB 的中点坐标为 $(1, 1)$, 则直线的方程为 ()

- A. $2x - y - 1 = 0$ B. $2x + y - 1 = 0$ C. $2x - y + 1 = 0$ D. $-2x - y - 1 = 0$

12. 若集合 $A = \{x | x(x-2) > 0\}$, $B = \{x | x-1 > 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | x > 1 \text{ 或 } x < 0\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | x > 2\}$ D. $\{x | x > 1\}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 2, 则 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{BC} 方向上的投影为_____.

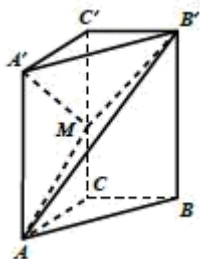
14. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的下顶点为 A , 若直线 $x = ty + 4$ 与椭圆交于不同的两点 M, N , 则当 $t =$ _____ 时, $\triangle AMN$ 外心的横坐标最大.

15. 一次考试后, 某班全班 50 个人数学成绩的平均分为正数 M , 若把 M 当成一个同学的分数, 与原来的 50 个分数一起, 算出这 51 个分数的平均值为 N , 则 $\frac{M}{N} =$ _____.

16. 若方程 $a^x = x (a > 0, a \neq 1)$ 有两个不等实根, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC - A'B'C'$ 的侧棱 AA' 垂直于底面 ABC , 且 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = 1$, $A'A = \sqrt{6}$, M 是棱 CC' 的中点.



(1) 证明: $AB' \perp A'M$;

(2) 求二面角 $A' - MB' - A$ 的余弦值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = x - \ln x$, $g(x) = x^2 - ax$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[t, t+1] (t > 0)$ 上的最小值 $m(t)$;

(2) 令 $h(x)=g(x)-f(x)$, $A(x_1, h(x_1))$, $B(x_2, h(x_2))$ ($x_1 \neq x_2$) 是函数 $h(x)$ 图像上任意两点, 且满足 $\frac{h(x_1)-h(x_2)}{x_1-x_2} > 1$, 求

实数 a 的取值范围;

(3) 若 $\exists x \in (0, 1]$, 使 $f(x) \geq \frac{a-g(x)}{x}$ 成立, 求实数 a 的最大值.

19. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足条件 $a_1=1$, $a_2=3$, 且 $a_{n+2} = (-1)^n (a_n - 1) + 2a_n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = \frac{a_{2n-1}}{a_{2n}}$, S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求证: $S_n \dots \frac{2^n - n}{2^n + 1}$.

20. (12分) 某公司为了鼓励运动提高所有用户的身体素质, 特推出一款运动计步数的软件, 所有用户都可以通过每天累计的步数瓜分红包, 大大增加了用户走步的积极性, 所以该软件深受广大用户的欢迎. 该公司为了研究“日平均走步数和性别是否有关”, 统计了 2019 年 1 月份所有用户的日平均步数, 规定日平均步数不少于 8000 的为“运动达人”, 步数在 8000 以下的为“非运动达人”, 采用按性别分层抽样的方式抽取了 100 个用户, 得到如下列联表:

	运动达人	非运动达人	总计
男	35		60
女		26	
总计			100

(1) (i) 将 2×2 列联表补充完整;

(ii) 据此列联表判断, 能否有 99% 的把握认为“日平均走步数和性别是否有关”?

(2) 将频率视作概率, 从该公司的所有人“运动达人”中任意抽取 3 个用户, 求抽取的用户中女用户人数的分布列及期望.

附:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

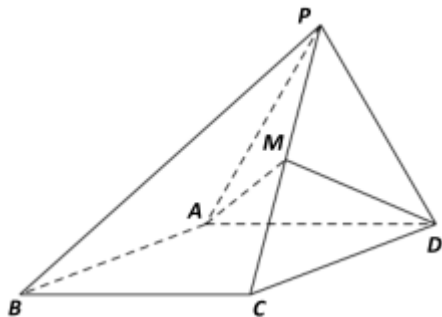
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

21. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$, 侧面 PAD 是边长为 2 的正三角形, 且与底面垂直, 底面 $ABCD$ 是 $\angle ABC = 60^\circ$

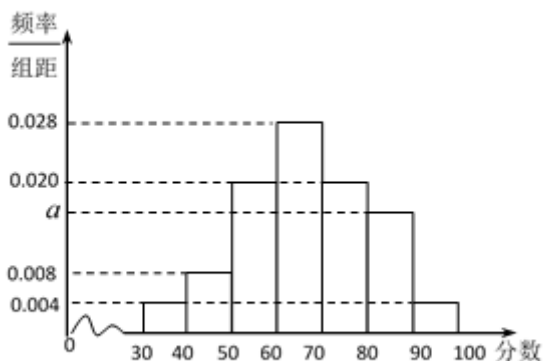
的菱形, M 为棱 PC 上的动点, 且 $\frac{PM}{PC} = \lambda (\lambda \in [0, 1])$.

(I) 求证: $\triangle PBC$ 为直角三角形;

(II) 试确定 λ 的值, 使得二面角 $P-AD-M$ 的平面角余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



22. (10 分) 改革开放 40 年, 我国经济取得飞速发展, 城市汽车保有量在不断增加, 人们的交通安全意识也需要不断加强. 为了解某城市不同性别驾驶员的交通安全意识, 某小组利用假期进行一次全市驾驶员交通安全意识调查. 随机抽取男女驾驶员各 50 人, 进行问卷测评, 得分数的频率分布直方图如图所示. 规定得分在 80 分以上为交通安全意识强.



	安全意识强	安全意识不强	合计
男性			
女性			
合计			

(I) 求 a 的值, 并估计该城市驾驶员交通安全意识强的概率;

(II) 已知交通安全意识强的样本中男女比例为 4:1, 完成 2×2 列联表, 并判断有多大把握认为交通安全意识与性别有关;

(III) 在 (II) 的条件下, 从交通安全意识强的驾驶员中随机抽取 2 人, 求抽到的女性人数 X 的分布列及期望.

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$

$P(K^2 \geq k)$	0.010	0.005	0.001
k	6.635	7.879	10.828

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. C

【解析】

根据给定的程序框图，逐次计算，结合判断条件，即可求解.

【详解】

由题意，执行上述程序框图，可得

第 1 次循环，满足判断条件， $S = 1, k = 1$ ；

第 2 次循环，满足判断条件， $S = 2, k = 2$ ；

第 3 次循环，满足判断条件， $S = 8, k = 3$ ；

第 4 次循环，满足判断条件， $S = 64, k = 4$ ；

不满足判断条件，输出 $S = 64$.

故选：C.

本题主要考查了循环结构的程序框图的计算与输出，其中解答中认真审题，逐次计算，结合判断条件求解是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

2. B

【解析】

将人脸识别方向的人数分成：有 2 人、有 1 人两种情况进行分类讨论，结合捆绑计算出不同的分配方法数.

【详解】

当人脸识别方向有 2 人时，有 $A_5^5 = 120$ 种，当人脸识别方向有 1 人时，有 $C_5^2 A_4^4 = 240$ 种， \therefore 共有 360 种.

故选：B

本小题主要考查简单排列组合问题，考查分类讨论的数学思想方法，属于基础题.

3. B

【解析】

根据新运算的定义分别得出 $2018 \blacklozenge 2020$ 和 $2020 \star 2018$ 的值，可得选项.

【详解】

由 $(2n) \star 2018 = 2[(2n+2) \star 2018]$ ，得 $(2n+2) \star 2018 = \frac{1}{2}(2n \star 2018)$ ，

又 $2 \star 2018 = 1$ ，所以 $4 \star 2018 = \frac{1}{2}$ ， $6 \star 2018 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ， $8 \star 2018 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ， \dots

$$, \text{ 以此类推, } 2020 \star 2018 = (2 \times 1010) \star 2018 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1010-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1009},$$

$$\text{又 } 2018 \blacklozenge (n+1) = 2(2018 \blacklozenge n), \quad 2018 \blacklozenge 1 = 1,$$

$$\text{所以 } 2018 \blacklozenge 2 = 2, \quad 2018 \blacklozenge 3 = 2^2, \quad 2018 \blacklozenge 4 = 2^3, \quad \dots, \text{ 以此类推, } 2018 \blacklozenge 2020 = 2^{2019},$$

$$\text{所以 } (2018 \blacklozenge 2020) (2020 \star 2018) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1009} \times 2^{2019} = 2^{1010},$$

故选: B.

本题考查定义新运算, 关键在于理解, 运用新定义进行求值, 属于中档题.

4. D

【解析】

因为 $f(-x) = \left(-x + \frac{1}{x}\right) \cos x = -\left(x - \frac{1}{x}\right) \cos x = -f(x)$, 故函数是奇函数, 所以排除 A, B; 取 $x = \pi$, 则

$$f(\pi) = \left(\pi - \frac{1}{\pi}\right) \cos \pi = -\left(\pi - \frac{1}{\pi}\right) < 0, \text{ 故选 D.}$$

考点: 1. 函数的基本性质; 2. 函数的图象.

5. C

【解析】

可设 $x \in [0, 1]$, 根据 $f(x)$ 在 R 上为偶函数及 $f(x+2) = f(-x)$ 便可得到: $f(x) = f(-x) = f(-x+2)$, 可设 x_1 ,

$x_2 \in [0, 1]$, 且 $x_1 < x_2$, 根据 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数便可得出 $f(x_1) < f(x_2)$, 从而得出 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增, 再

根据对数的运算得到 a, b, c 的大小关系, 从而得到 $f(a), f(b), f(c)$ 的大小关系.

【详解】

解: 因为 $\ln 1 < \ln 2 < \ln e$, 即 $0 < a < 1$, 又 $b = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = 2$, $c = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$

设 $x \in [0, 1]$, 根据条件, $f(x) = f(-x) = f(-x+2)$, $-x+2 \in [1, 2]$;

若 $x_1, x_2 \in [0, 1]$, 且 $x_1 < x_2$, 则: $-x_1+2 > -x_2+2$;

Q $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数:

$$\therefore f(-x_1+2) < f(-x_2+2);$$

$$\therefore f(x_1) < f(x_2);$$

$\therefore f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是增函数;

所以 $f(b) = f(2) = f(0)$, $f(c) = f(-1) = f(1)$

$\therefore f(b) < f(a) < f(c)$

故选: C

考查偶函数的定义, 减函数及增函数的定义, 根据单调性定义判断一个函数单调性的方法和过程: 设 $x_1 < x_2$, 通过条件比较 $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$, 函数的单调性的应用, 属于中档题.

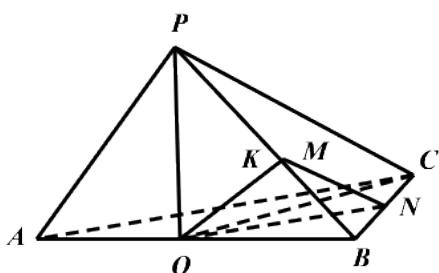
6. C

【解析】

由线面垂直的性质, 结合勾股定理可判断①正确; 反证法由线面垂直的判断和性质可判断②错误; 由线面角的定义和转化为三棱锥的体积, 求得 C 到平面 PAB 的距离的范围, 可判断③正确; 由面面平行的性质定理可得线面平行, 可得④正确.

【详解】

画出图形:



若 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 则 $OA = OB = OC = \sqrt{2}$,

$PO \perp$ 平面 ABC , 可得 $PO \perp OC$, 即 $PC = \sqrt{PO^2 + OC^2} = 2$, ①正确;

$\triangle ABC$ 若为等边三角形, $AP \perp BC$, 又 $AP \perp PB$

可得 $AP \perp$ 平面 PBC , 即 $AP \perp PC$, 由 $PO \perp OC$ 可得

$PC = \sqrt{PO^2 + OC^2} = \sqrt{2+6} = 2\sqrt{2} = AC$, 矛盾, ②错误;

若 $\angle ACB = 90^\circ$, 设 PC 与平面 PAB 所成角为 θ

可得 $OC = OA = OB = \sqrt{2}$, $PC = 2$,

设 C 到平面 PAB 的距离为 d

由 $V_{C-PAB} = V_{P-ABC}$ 可得

$$\frac{1}{3}d \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

即有 $AC \cdot BC = 2\sqrt{2}d$, $\frac{AC^2 + BC^2}{2} = 4$, 当且仅当 $AC = BC = 2$ 取等号.

可得 d 的最大值为 $\sqrt{2}$, $\sin \theta = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

即 θ 的范围为 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right]$, ③正确;

取 BC 中点 N , PB 的中点 K , 连接 OK, ON, KN

由中位线定理可得平面 $OKN \parallel$ 平面 PAC

可得 M 在线段 KN 上, 而 $KN = \frac{1}{2}PC = 2$, 可得④正确;

所以正确的是: ①③④

故选: C

此题考查立体几何中与点、线、面位置关系有关的命题的真假判断, 处理这类问题, 可以用已知的定理或性质来证明, 也可以用反证法来说明命题的不成立. 属于一般性题目.

7. B

【解析】

试题分析: 该几何体上面是长方体, 下面是四棱柱; 长方体的体积 $V_1 = 2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$, 四棱柱的底面是梯形, 体积为

$$V_2 = \frac{1}{2}(2+6) \cdot 2 \cdot 4 = 32, \text{ 因此总的体积 } V = 16 + 32 = 48.$$

考点: 三视图和几何体的体积.

8. C

【解析】

根据线面垂直的性质以及线面垂直的判定, 根据勾股定理, 得到 BE, EC 之间的等量关系, 再用 BE, EC 表示出 $\triangle SED$ 的面积, 利用均值不等式即可容易求得.

【详解】

设 $BE = x$, $EC = y$, 则 $BC = AD = x + y$.

因为 $SA \perp$ 平面 $ABCD$, $ED \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $SA \perp ED$.

又 $AE \perp ED$, $SA \cap AE = A$, 所以 $ED \perp$ 平面 SAE , 则 $ED \perp SE$.

$$\text{易知 } AE = \sqrt{x^2 + 3}, \quad ED = \sqrt{y^2 + 3}.$$

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $AE^2 + ED^2 = AD^2$,

$$\text{即 } x^2 + 3 + y^2 + 3 = (x + y)^2, \text{ 化简得 } xy = 3.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/137031025113006156>