2025年福建省龙岩市上杭二中高级高三（卫星班）数学试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合$A=\{2,3,4\}$，集合$B=\{m,m+2\}$，若$A\cap B=\{2\}$，则$m=$（　　）

A．0　　**B．**1　　**C．**2　　**D．**4

2．已知某批零件的长度误差（单位：毫米）服从正态分布$N\left(0,3^2\right)$，从中随机取一件，其长度误差落在区间（3,6）内的概率为（　）

（附：若随机变量ξ服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则$P\left(\mu-\sigma<\xi<\mu+\sigma\right)=68.26\%$，

$P\left(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma\right)=95.44\%$．）

A．4.56%　　**B．13.59%**　　**C．27.18%**　　**D．31.74%**

3．已知定点A,B都在平面α内，定点$P\notin\alpha,PB\perp\alpha,C$是$\alpha$内异于$A,B$的动点，且$PC\perp AC$，那么动点$C$在平面$\alpha$内的轨迹是（　　）

A．圆，但要去掉两个点　　**B．椭圆，但要去掉两个点**

C．双曲线，但要去掉两个点　　**D．抛物线，但要去掉两个点**

4．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$,则函数$f\left(x\right)$的图象的对称轴方程为（　　）

A．$x=k\pi-\dfrac{\pi}{4},k\in Z$　　**B．**$x=k\pi+\dfrac{\pi}{4},k\in Z$

C．$x=\dfrac{1}{2}k\pi,k\in Z$　　**D．**$x=\dfrac{1}{2}k\pi+\dfrac{\pi}{4},k\in Z$

5．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一个焦点为$F$，点$A,B$是$C$的一条渐近线上关于原点对称的两点，以$AB$为直径的圆过$F$且交$C$的左支于$M,N$两点，若$|MN|=2$，$\Delta ABF$的面积为8，则$C$的渐近线方程为（　　）

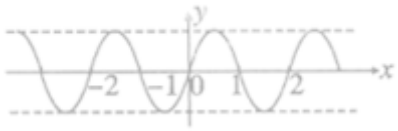
A．$y=\pm\sqrt{3}x$　　**B．**$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

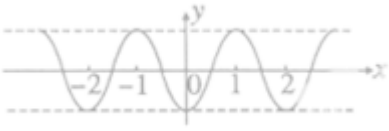
C．$y=\pm2x$　　**D．**$y=\pm\dfrac{1}{2}x$

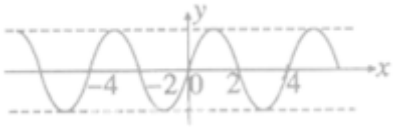
6．已知集合$A=\left\{(x,y)\,|\,y=\sqrt{1-x^2}\right\}$，$B=\left\{(x,y)\,|\,y=2x\right\}$，则$A\cap B$中元素的个数为(　　)

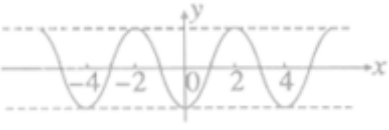
A．3　　B．2　　C．1　　D．0

7．设函数 $f(x)(x\in R)$ 满足 $f(-x)=f(x), f(x+2)=f(x)$，则 $y=f(x)$ 的图像可能是

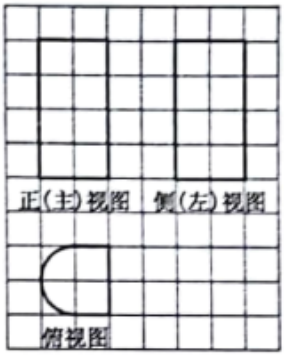
A．

B．

C．

D．

8．如图，网格纸是由边长为 1 的小正方形构成，若粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的表面积为（　　）



A．$9\pi+20$　　B．$9\pi+26$　　C．$5\pi+20$　　D．$5\pi+26$

9．已知函数 $f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x+1$，将 $f\left(x\right)$ 的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$，纵坐标保持不变，再把所得图象向上平移1个单位长度，得到函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象，若 $g\left(x_1\right)\cdot g\left(x_2\right)=9$，则 $\left|x_1-x_2\right|$ 的值可能为（　　）

A．$\frac{5\pi}{4}$　　B．$\frac{3\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{\pi}{3}$

10．集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-2\le 0\right\}$，$B=\left\{x\middle|x-1<0\right\}$，则 $A\cup B$=(　)

A．$\left\{x\middle|x<1\right\}$　　B．$\left\{x\middle|-1\le x<1\right\}$

C．$\left\{x\middle|x\le 2\right\}$　　D．$\left\{x\middle|-2\le x<1\right\}$

11．如果 $b<a<0$，那么下列不等式成立的是（　　）

A．$\log_2|b|<\log_2|a|$　　B．$\left(\frac{1}{2}\right)^b<\left(\frac{1}{2}\right)^a$

C．$b^3>a^3$　　D．$ab<b^2$

12．已知 M 是函数 $f(x)=\ln x$ 图象上的一点，过 M 作圆 $x^2+y^2-2y=0$ 的两条切线，切点分别为 A,B，则 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{2}-3$　　B．-1　　C．0　　D．$\frac{5\sqrt{2}}{2}-3$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．锐角$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$a^2-b^2+ac=0$，则$\frac{\sin A}{\sin B}$的取值范围是_____.

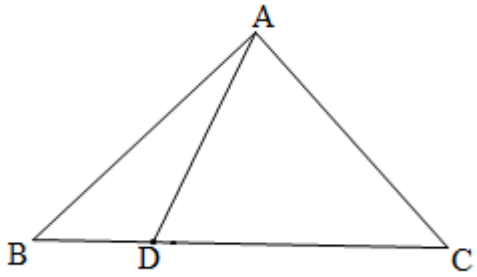
14．已知抛物线$C:y^2=4x$的焦点为F，过点F且斜率为 1 的直线l交抛物线C于M,N两点，$b=\frac{|MF|+|NF|}{2}$，若线段MN的垂直平分线与x轴交点的横坐标为a，则$a-b$的值为_____.

15．定义在R上的偶函数$f(x)$满足$f(e+x)=f(e-x)$，且$f(0)=0$，当$x\in(0,e]$时，$f(x)=\ln x$.已知方程$f(x)=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2e}x\right)$在区间$[-e,3e]$上所有的实数根之和为$3ea$.将函数$g(x)=3\sin^2\left(\frac{\pi}{4}x\right)+1$的图象向右平移$a$个单位长度，得到函数$h(x)$的图象，则$a=$_____，$h(8)=$_____.

16．已知$\sin(2\alpha+\beta)=p\sin\beta$，$\tan(\alpha+\beta)=p\tan\alpha$，其中，$p$为正的常数，且$p\neq1$，则$p$的值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

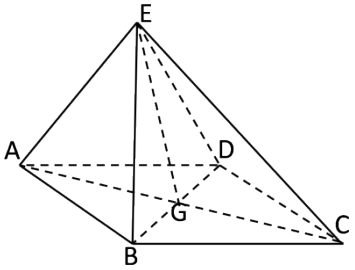
17．（12 分）在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=\frac{\pi}{4}$，D是边BC上一点，且$AD=5$，$\cos\angle ADC=\frac{3}{5}$.



（1）求BD的长；

（2）若$\triangle ABC$的面积为 14，求AC的长.

18．（12 分）如图，四边形$ABCD$为菱形，G为AC与BD的交点，$BE\perp$平面$ABCD$.



（1）证明：平面$AEC\perp$平面BED；

（2）若$\angle BAD=60°$，$AE\perp EC$，三棱锥$E-ACD$的体积为$\frac{8\sqrt{6}}{3}$，求菱形$ABCD$的边长.

19.（12 分）已知在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta-3=0$.

（1）求直线 l 的直角坐标方程；

（2）求曲线 C 上的点到直线 l 距离的最小值和最大值.

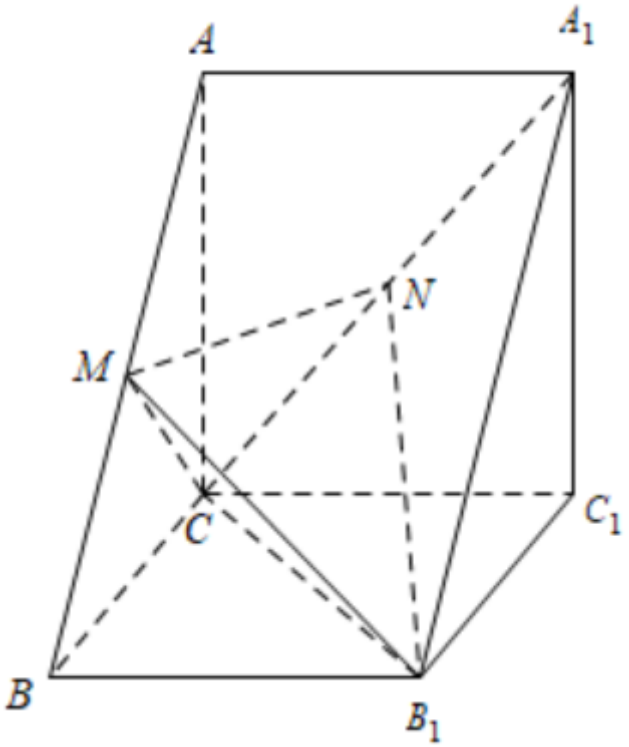
20.（12 分）选修 4—5；不等式选讲.

已知函数 $f(x)=|x|-|x-1|$.

(1)若 $f(x)\geq|m-1|$ 的解集非空，求实数 m 的取值范围；

(2)若正数 x,y 满足 $x^2+y^2=M$，M 为（1）中 ***m*** 可取到的最大值，求证：$x+y\geq 2xy$.

21.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 ABC，$\angle ACB=90^\circ, AC=CB=2$，$M$，$N$ 分别为 AB，A_1C 的中点.



（1）求证：$MN//$ 平面 BB_1C_1C；

（2）若平面 $CMN\perp$ 平面 B_1MN，求直线 AB 与平面 B_1MN 所成角的正弦值.

22.（10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\cos\varphi\\ y=|\sin\varphi|\end{cases}$（$\varphi$ 为参数）.在以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=3$.

（1）求曲线C的普通方程及直线l的直角坐标方程；

（2）求曲线C上的点到直线l的距离的最大值与最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．A

【解析】

根据 $m=2$ 或 $m+2=2$，验证交集后求得 m 的值.

【详解】

因为 $A\cap B=\{2\}$，所以 $m=2$ 或 $m+2=2$.当 $m=2$ 时，$A\cap B=\{2,4\}$，不符合题意，当 $m+2=2$ 时，$m=0$.故选 A.

本小题主要考查集合的交集概念及运算，属于基础题.

2．B

【解析】

试题分析：由题意 $P(-3<\xi<3)=68.26\%$，$P(-6<\xi<6)=95.44\%,\therefore P(3<\xi<6)=\frac{1}{2}(95.44\%-68.26\%)=13.59\%.$

故选 B.

考点：正态分布

3．A

【解析】

根据题意可得 $AC\perp BC$,即知 C 在以 AB 为直径的圆上.

【详解】

$\because PB\perp\alpha, AC\subset\alpha$，

$\therefore PB\perp AC,$

又 $PC\perp AC$，$PB\cap PC=P,$

$\therefore AC\perp$ 平面 PBC ,又 $BC\subset$ 平面 PBC

$\therefore AC\perp BC$，

故 C 在以 AB 为直径的圆上，

又 C 是 α 内异于 A,B 的动点，

所以 C 的轨迹是圆，但要去掉两个点 A,B

故选：A

本题主要考查了线面垂直、线线垂直的判定，圆的性质，轨迹问题，属于中档题.

4．C

【解析】

$f\left(x\right)=\cos 2x$，将$2x$看成一个整体，结合$y=\cos x$的对称性即可得到答案.

【详解】

由已知，$f\left(x\right)=\cos 2x$，令$2x=k\pi,k\in Z$，得$x=\frac{1}{2}k\pi,k\in Z$.

故选：C.

本题考查余弦型函数的对称性的问题，在处理余弦型函数的性质时，一般采用整体法，结合三角函数$\cos x$的性质，是一道容易题.

5．B

【解析】

由双曲线的对称性可得$S_{\Delta ABF}=S_{\Delta AFF'}$即$bc=8$，又$\left|MN\right|=\frac{2b^2}{c}=2$，从而可得$C$的渐近线方程.

【详解】

设双曲线的另一个焦点为F'，由双曲线的对称性，四边形$AFBF'$是矩形，所以$S_{\Delta ABF}=S_{\Delta AFF'}$，即$bc=8$，由

$\begin{cases}x^2+y^2=c^2\\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$，得：$y=\pm\frac{b^2}{c}$，所以$\left|MN\right|=\frac{2b^2}{c}=2$，所以$b^2=c$，所以$b=2$，$c=4$，所以$a=2\sqrt{3}$，$C$的渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$.

故选 B

本题考查双曲线的简单几何性质，考查直线与圆的位置关系，考查数形结合思想与计算能力，属于中档题.

6．C

【解析】

集合A表示半圆上的点，集合B表示直线上的点，联立方程组求得方程组解的个数，即为交集中元素的个数.

【详解】

由题可知：集合A表示半圆上的点，集合B表示直线上的点，

联立$y=\sqrt{1-x^2}$与$y=2x$，

可得$\sqrt{1-x^2}=2x$，整理得$x^2=\frac{1}{5}$，

即$x=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$，

当 $x=-\frac{\sqrt{5}}{5}$ 时， $y=2x<0$ ，不满足题意；

故方程组有唯一的解 $\left(\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$.

故 $A\cap B=\left\{\left(\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)\right\}$.

故选：C.

本题考查集合交集的求解，涉及圆和直线的位置关系的判断，属基础题.

7．B

【解析】

根据题意，确定函数 $y=f(x)$ 的性质，再判断哪一个图像具有这些性质．

由 $f(-x)=f(x)$ 得 $y=f(x)$ 是偶函数，所以函数 $y=f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，可知 B，D 符合；由 $f(x+2)=f(x)$ 得 $y=f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，选项 D 的图像的最小正周期是 4，不符合，选项 B 的图像的最小正周期是 2，符合，故选 B.

8．C

【解析】

根据三视图还原为几何体，结合组合体的结构特征求解表面积.

【详解】

由三视图可知，该几何体可看作是半个圆柱和一个长方体的组合体，其中半圆柱的底面半圆半径为 1，高为 4，长方体的底面四边形相邻边长分别为 1，2，高为 4，所以该几何体的表面积

$S=\pi\times1^2+\frac{1}{2}\times2\pi\times1\times4+1\times2\times2+1\times4\times2+2\times4=5\pi+20$，故选 C.

本题主要考查三视图的识别，利用三视图还原成几何体是求解关键，侧重考查直观想象和数学运算的核心素养.

9．C

【解析】

利用二倍角公式与辅助角公式将函数 $y=f\left(x\right)$ 的解析式化简，然后利用图象变换规律得出函数 $y=g\left(x\right)$ 的解析式为 $g\left(x\right)=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)+1$，可得函数 $y=g\left(x\right)$ 的值域为 $\left[-1,3\right]$，结合条件 $g\left(x_1\right)\cdot g\left(x_2\right)=9$，可得出 $g\left(x_1\right)$、$g\left(x_2\right)$ 均为函数 $y=g\left(x\right)$ 的最大值，于是得出 $\left|x_1-x_2\right|$ 为函数 $y=g\left(x\right)$ 最小正周期的整数倍，由此可得出正确选项.

【详解】

函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x+1=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

将函数 $y=f(x)$ 的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，得 $y=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象；

再把所得图象向上平移1个单位，得函数 $y=g(x)=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)+1$ 的图象，易知函数 $y=g(x)$ 的值域为 $[-1,3]$.

若 $g(x_1)\cdot g(x_2)=9$，则 $g(x_1)=3$ 且 $g(x_2)=3$，均为函数 $y=g(x)$ 的最大值，

由 $4x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$，解得 $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$；

其中 x_1、x_2 是三角函数 $y=g(x)$ 最高点的横坐标，

$\therefore |x_1-x_2|$ 的值为函数 $y=g(x)$ 的最小正周期 T 的整数倍，且 $T=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$．故选 C.

本题考查三角函数图象变换，同时也考查了正弦型函数与周期相关的问题，解题的关键在于确定 $g(x_1)$、$g(x_2)$ 均为函数 $y=g(x)$ 的最大值，考查分析问题和解决问题的能力，属于中等题.

10．C

【解析】

先化简集合 A,B，结合并集计算方法，求解，即可.

【详解】

解得集合 $A=\{x|(x-2)(x+1)\le 0\}=\{x|-1\le x\le 2\}$，$B=\{x|x<1\}$

所以 $A\cup B=\{x|x\le 2\}$，故选 C.

本道题考查了集合的运算，考查了一元二次不等式解法，关键化简集合 A,B，难度较小.

11．D

【解析】

利用函数的单调性、不等式的基本性质即可得出.

【详解】

$\because b<a<0$，$\therefore \log_2|b|>\log_2|a|$，$\left(\frac{1}{2}\right)^b>\left(\frac{1}{2}\right)^a$，$b^3<a^3$，$ab<b^2$.

故选：D.

本小题主要考查利用函数的单调性比较大小，考查不等式的性质，属于基础题.

12．C

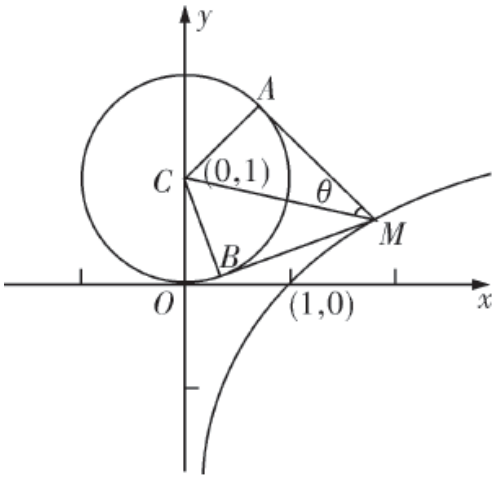
【解析】

先画出函数图像和圆，可知$|MA|=|MB|$，若设$\angle AMB=2\theta$，则$|\overrightarrow{MA}|=|\overrightarrow{MB}|=\dfrac{1}{\tan\theta}$，所以$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=|\overrightarrow{MA}|^2\cos 2\theta=2\sin^2\theta+\dfrac{1}{\sin^2\theta}-3$，而要求$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$的最小值，只要$\sin\theta$取得最大值，若设圆$x^2+y^2-2y=0$的圆心为$C$，则$\sin\theta=\dfrac{1}{|MC|}$，所以只要$|MC|$取得最小值，若设$M(x,\ln x)$，则$|MC|^2=x^2+(\ln x-1)^2$，然后构造函数$g(x)=x^2+(\ln x-1)^2$，利用导数求其最小值即可.

【详解】

记圆$x^2+y^2-2y=0$的圆心为C，设$\angle AMC=\theta$，则$|\overrightarrow{MA}|=|\overrightarrow{MB}|=\dfrac{1}{\tan\theta},\sin\theta=\dfrac{1}{|MC|}$，设$M(x,\ln x),|MC|^2=x^2+(\ln x-1)^2$，记$g(x)=x^2+(\ln x-1)^2$，则$g'(x)=2x+2(\ln x-1)\cdot\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x}(x^2+\ln x-1)$，令$h(x)=x^2+\ln x-1$，因为$h(x)=x^2+\ln x-1$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$h(1)=0$，所以当$0<x<1$时，$h(x)<h(1)=0,g'(x)<0$；当$x>1$时，$h(x)>h(1)=0,g'(x)>0$，则$g(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，所以$g(x)_{\min}=g(1)=2$，即$|MC|\geq\sqrt{2},0<\sin\theta\leq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=|\overrightarrow{MA}|^2\cos 2\theta=2\sin^2\theta+\dfrac{1}{\sin^2\theta}-3\geq 0$（当$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时等号成立）.

故选：C



此题考查的是两个向量的数量积的最小值，利用了导数求解，考查了转化思想和运算能力，属于难题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/137052034125006146