云南省昆明实验中学2024年高三数学第一学期期末检测试题

考生须知：

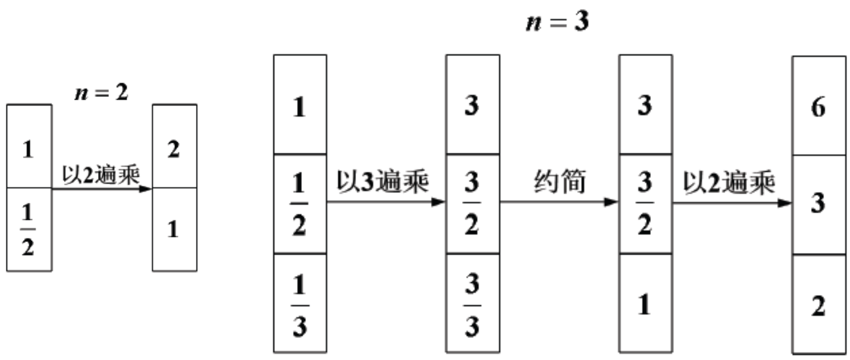
1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．《九章算术》“少广”算法中有这样一个数的序列：列出“全步”（整数部分）及诸分子分母，以最下面的分母遍乘各分子和“全步”，各自以分母去约其分子，将所得能通分之分数进行通分约简，又用最下面的分母去遍乘诸（未通者）分子和以通之数，逐个照此同样方法，直至全部为整数，例如：$n=2$及$n=3$时，如图：



记S_n为每个序列中最后一列数之和，则S_6为（　　）

A．147　　**B．294**　　**C．882**　　**D．1764**

2．数列$\{a_n\}$满足$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，且$a_1+a_2+a_3=9$，$a_4=8$，则$a_5=$（　　）

A．$\dfrac{21}{2}$　　B．9　　C．$\dfrac{17}{2}$　　D．7

3．在关于x的不等式$ax^2+2x+1>0$中，“$a>1$”是“$ax^2+2x+1>0$恒成立”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．泰山有“五岳之首”“天下第一山”之称，登泰山的路线有四条：红门盘道徒步线路，桃花峪登山线路，天外村汽车登山线路，天烛峰登山线路.甲、乙、丙三人在聊起自己登泰山的线路时，发现三人走的线路均不同，且均没有走天外村汽车登山线路，三人向其他旅友进行如下陈述：

甲：我走红门盘道徒步线路，乙走桃花峪登山线路；

乙：甲走桃花峪登山线路，丙走红门盘道徒步线路；

丙：甲走天烛峰登山线路，乙走红门盘道徒步线路；

事实上，甲、乙、丙三人的陈述都只对一半，根据以上信息，可判断下面说法正确的是（　　）

A．甲走桃花峪登山线路　　　　　　　　　B．乙走红门盘道徒步线路

C．丙走桃花峪登山线路　　　　　　　　　D．甲走天烛峰登山线路

5．抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的准线与 x 轴的交点为点 C，过点 C 作直线 l 与抛物线交于 A、B 两点，使得 A 是 BC 的中点，则直线 l 的斜率为（　　）

A．$\pm\frac{1}{3}$　　　　B．$\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　　　C．± 1　　　　D．$\pm\sqrt{3}$

6．设函数 $f(x)=\begin{cases}1, x=2\\ log_a\left|x-2\right|+1, x\neq 2, a>1\end{cases}$，若函数 $g(x)=f^2(x)+bf(x)+c$ 有三个零点 x_1,x_2,x_3，则 $x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=$（　　）

A．12　　　　B．11　　　　C．6　　　　D．3

7．已知集合 $A=\{x\mid x^2<1\}, B=\{x\mid \log_2 x<1\}$，则

A．$A\cap B=\{x\mid 0<x<2\}$　　　　　　　　B．$A\cap B=\{x\mid x<2\}$

C．$A\cup B=\{x\mid x<2\}$　　　　　　　　D．$A\cup B=\{x\mid -1<x<2\}$

8．已知单位向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$，若向量 $\vec{m}=2\vec{a}$，$\vec{n}=4\vec{a}-\lambda\vec{b}$，且 $\vec{m}\perp\vec{n}$，则 $\left|\vec{n}\right|=$（　　）

A．2　　　　B．2　　　　C．4　　　　D．6

9．已知 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\geq 0\\ x+y\leq 2\\ y\geq 0\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值为

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

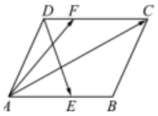
10．若点 $(\square,\square)$ 位于由曲线 $\square=|\square-2|+1$ 与 $\square=3$ 围成的封闭区域内（包括边界），则 $\frac{\square+1}{\square-2}$ 的取值范围是（　）

A．$[-3,1]$　　　　B．$[-3,5]$　　　　C．$(-\infty,-3]\cup[5,+\infty)$　D．$(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$

11．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}4^x+3, x\leq 0\\ 2^x+\log_9 x^2-9, x>0\end{cases}$，则函数 $y=f\left(f\left(x\right)\right)$ 的零点所在区间为（　　）

A．$\left(3,\frac{7}{2}\right)$　　　　B．$\left(-1,0\right)$　　　　C．$\left(\frac{7}{2},4\right)$　　　　D．$\left(4,5\right)$

12．如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，E 为 AB 中点，F 为 CD 的三等分点（靠近 D）若 $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AC}+y\overrightarrow{DE}$，则 $y-x$ 的值为（　　）

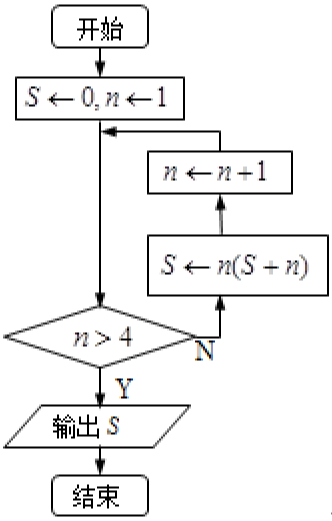


A．$-\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{2}{3}$　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．-1

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若函数 $f\left(x\right)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0\le\varphi<2\pi)$ 满足：① $f\left(x\right)$ 是偶函数；② $f\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{3},0\right)$ 对称.则同时满足①②的 ω，φ 的一组值可以分别是__________.

14．执行如图所示的程序框图，则输出的结果是______.

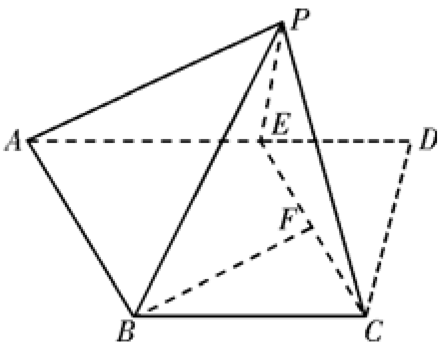


15．已知 $x>0$，$y>0$，且 $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，则 $x+2y$ 的最小值是______.

16．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 递增的等比数列，若 $a_2+a_3=12$，$a_1a_4=27$，则 $a_n=$______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）如图，平面四边形 $ABCD$ 中，$BC//AD,\angle ADC=90^{\circ},\angle ABC=120^{\circ}$，$E$ 是 AD 上的一点，$AB=BC=2DE,F$ 是 EC 的中点，以 EC 为折痕把 $\triangle EDC$ 折起，使点 D 到达点 P 的位置，且 $PC\perp BF$．



（1）证明：平面 $PEC \perp$ 平面 $ABCE$；

（2）求直线 PC 与平面 PAB 所成角的正弦值.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=x^2-5x+2\ln x$.

（1）求 $f(x)$ 的极值；

（2）若 $f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)=f\left(x_3\right)$，且 $x_1<x_2<x_3$，证明：$x_1+x_2>1$.

19.（12 分）如图 1，ΔADC 与 ΔABC 是处在同-个平面内的两个全等的直角三角形，

$\angle ACB=\angle ACD=30^{\circ}$ $\angle ABC=\angle ADC=90^{\circ}$，$AB=2$，连接是 BD,E 边 BC 上一点，过 E 作 $EF//BD$，交 CD 于点 F，沿 EF 将 ΔCEF 向上翻折，得到如图 2 所示的六面体 $P-ABEFD$,

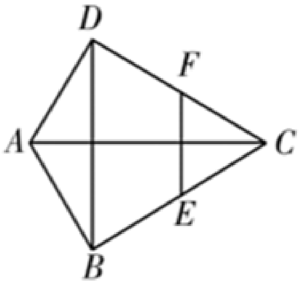


图1

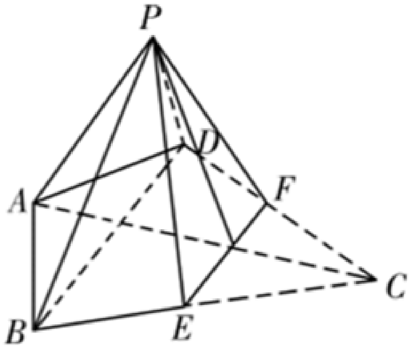


图2

（1）求证：$BD \perp AP$;

（2）设 $\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{EC}(\lambda\in R)$, 若平面 $PEF \perp$ 底面 $ABEFD$，若平面 PAB 与平面 PDF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$，求 λ 的值；

（3）若平面 $PEF \perp$ 底面 $ABEFD$，求六面体 $P-ABEFD$ 的体积的最大值.

20.（12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，焦距为 2，且经过点 $T\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$，斜率为 $k\left(k>0\right)$ 的直线 l_1 经过点 $M\left(0,2\right)$，与椭圆 C 交于 G，H 两点.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）在 x 轴上是否存在点 $P\left(m,0\right)$，使得以 PG，PH 为邻边的平行四边形是菱形？如果存在，求出 m 的取值范围，如果不存在，请说明理由.

21.（12 分）设椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的右焦点为 F，右顶点为 A，已知椭圆离心率为 $\frac{1}{2}$，过点 F 且与 x

轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为 3.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设过点 A 的直线 l 与椭圆 C 交于点 B（B 不在 x 轴上），垂直于 l 的直线与 l 交于点 M，与 y 轴交于点 H，若 $BF \perp HF$，且 $\angle MOA \le \angle MAO$，求直线 l 斜率的取值范围.

22.（10 分）设函数 $f\left(x\right)=x^2-2x+2a\ln x(a\in R)$.

（Ⅰ）讨论函数 $f\left(x\right)$ 的单调性；

（Ⅱ）若函数 $f\left(x\right)$ 有两个极值点 m,n，求证：$\dfrac{f(m)-f(n)}{m-n}>4mn-1$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据题目所给的步骤进行计算，由此求得 S_6 的值.

【详解】

依题意列表如下：

	上列乘 6	上列乘 5	上列乘 2
1	**6**	**30**	**60**
$\frac{1}{2}$	**3**	**15**	**30**
$\frac{1}{3}$	**2**	**10**	**20**
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{15}{2}$	**15**
$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{5}$	**6**	**12**

$\frac{1}{6}$	**1**	**5**	**10**

所以$S_6=60+30+20+15+12+10=147$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查合情推理，考查中国古代数学文化，属于基础题.

2、A

【解析】

先由题意可得数列$\{a_n\}$为等差数列，再根据$a_1+a_2+a_3=9$，$a_4=8$，可求出公差，即可求出a_5.

【详解】

数列$\{a_n\}$满足$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}(n\in N^*)$，则数列$\{a_n\}$为等差数列，

Q $a_1+a_2+a_3=9$，$a_4=8$，

$\therefore 3a_1+3d=9$，$a_1+3d=8$，

$\therefore d=\frac{5}{2}$，

$\therefore a_5=a_4+d=8+\frac{5}{2}=\frac{21}{2}$，

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的性质和通项公式的求法，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平，属于基础题.

3、C

【解析】

讨论当$a>1$时，$ax^2+2x+1>0$是否恒成立；讨论当$ax^2+2x+1>0$恒成立时，$a>1$是否成立，即可选出正确答案.

【详解】

解：当$a>1$时，$\Delta=4-4a<0$，由$y=ax^2+2x+1$开口向上，则$ax^2+2x+1>0$恒成立；

当$ax^2+2x+1>0$恒成立时，若$a=0$，则$2x+1>0$ 不恒成立，不符合题意，

若$a\neq 0$ 时，要使得$ax^2+2x+1>0$恒成立，则$\begin{cases} a>0 \\ \Delta=4-4a<0 \end{cases}$，即$a>1$.

所以“$a>1$”是“$ax^2+2x+1>0$恒成立”的充要条件.

故选:C.

【点睛】

本题考查了命题的关系，考查了不等式恒成立问题.对于探究两个命题的关系时，一般分成两步，若 $p \Rightarrow q$，则推出 p 是 q 的充分条件；若 $q \Rightarrow p$，则推出 p 是 q 的必要条件.

4、D

【解析】

甲乙丙三人陈述中都提到了甲的路线,由题意知这三句中一定有一个是正确另外两个错误的,再分情况讨论即可.

【详解】

若甲走的红门盘道徒步线路,则乙,丙描述中的甲的去向均错误,又三人的陈述都只对一半,则乙丙的另外两句话"丙走红门盘道徒步线路","乙走红门盘道徒步线路"正确,与"三人走的线路均不同"矛盾.

故甲的另一句"乙走桃花峪登山线路"正确,故丙的"乙走红门盘道徒步线路"错误,"甲走天烛峰登山线路"正确.乙的话中"甲走桃花峪登山线路"错误,"丙走红门盘道徒步线路"正确.

综上所述,甲走天烛峰登山线路,乙走桃花峪登山线路，丙走红门盘道徒步线路

故选：D

【点睛】

本题主要考查了判断与推理的问题,重点是找到三人中都提到的内容进行分类讨论,属于基础题型.

5、B

【解析】

设点 $A\left(x_1, y_1\right)$、$B\left(x_2, y_2\right)$，设直线 AB 的方程为 $x = my - \frac{p}{2}$，由题意得出 $y_1 = \frac{y_2}{2}$，将直线 l 的方程与抛物线的方程联立，列出韦达定理，结合 $y_1 = \frac{y_2}{2}$ 可求得 m 的值，由此可得出直线 l 的斜率.

【详解】

由题意可知点 $C\left(-\frac{p}{2}, 0\right)$，设点 $A\left(x_1, y_1\right)$、$B\left(x_2, y_2\right)$，设直线 AB 的方程为 $x = my - \frac{p}{2}$，

由于点 A 是 BC 的中点，则 $y_1 = \frac{y_2}{2}$，

将直线 l 的方程与抛物线的方程联立得 $\begin{cases} x = my - \frac{p}{2} \\ y^2 = 2px \end{cases}$，整理得 $y^2 - 2mpy + p^2 = 0$，

由韦达定理得 $y_1 + y_2 = 3y_1 = 2mp$，得 $y_1 = \frac{2mp}{3}$，$y_1 y_2 = 2y_1^2 = \frac{8m^2p^2}{9} = p^2$，解得 $m = \pm\frac{3\sqrt{2}}{4}$，

因此，直线l的斜率为$\frac{1}{m}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查直线斜率的求解，考查直线与抛物线的综合问题，涉及韦达定理设而不求法的应用，考查运算求解能力，属于中等题.

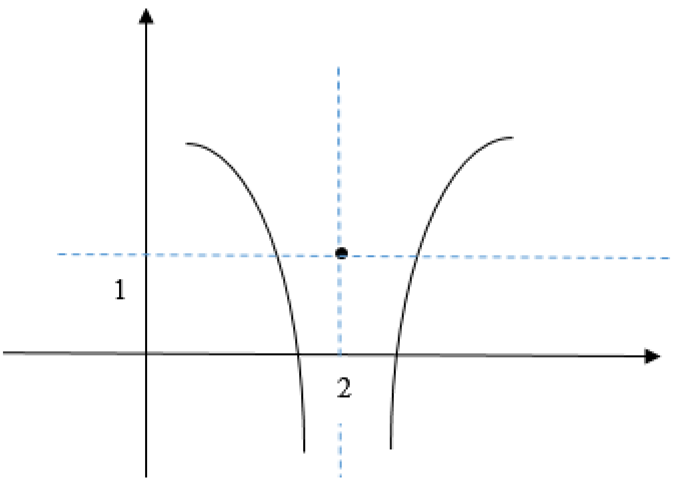
6、B

【解析】

画出函数$f(x)$的图象，利用函数的图象判断函数的零点个数，然后转化求解，即可得出结果.

【详解】

作出函数$f(x)=\begin{cases}1, x=2\\ log_a|x-2|+1, x\neq 2, a>1\end{cases}$的图象如图所示，



令$f(x)=t$，

由图可得关于x的方程$f(x)=t$的解有两个或三个（$t=1$时有三个，$t\neq 1$时有两个），

所以关于t的方程$t^2+bt+c=0$只能有一个根$t=1$（若有两个根，则关于x的方程$f^2(x)+bf(x)+c=0$有四个或五个根），

由$f(x)=1$，可得x_1,x_2,x_3的值分别为$1,2,3$，

则$x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=1\times2+2\times3+1\times3=11$

故选 B.

【点睛】

本题考查数形结合以及函数与方程的应用，考查转化思想以及计算能力，属于常考题型.

7、D

【解析】

因为 $A=\{x\mid x^2<1\}=\{x\mid -1<x<1\}$，$B=\{x\mid \log_2 x<1\}=\{x\mid 0<x<2\}$，所以 $A\cap B=\{x\mid 0<x<1\}$，

$A\cup B=\{x\mid -1<x<2\}$，故选 **D**.

8、**C**

【解析】

根据 $\vec{m}\perp\vec{n}$ 列方程，由此求得 λ 的值，进而求得 $|\vec{n}|$.

【详解】

由于 $\vec{m}\perp\vec{n}$，所以 $\vec{m}\cdot\vec{n}=0$，即

$$2\vec{a}\cdot\left(4\vec{a}-\lambda\vec{b}\right)=8\vec{a}^2-2\lambda\vec{a}\cdot\vec{b}=8-2\lambda\cdot\cos\frac{3\pi}{4}=8+\sqrt{2}\lambda=0,$$

解得 $\lambda=-\dfrac{8}{\sqrt{2}}=-4\sqrt{2}$.

所以 $\vec{n}=4\vec{a}+4\sqrt{2}\vec{b}$

所以

$$|\vec{n}|=\sqrt{\left(4\vec{a}+4\sqrt{2}\vec{b}\right)^2}=\sqrt{16\vec{a}^2+32\sqrt{2}\vec{a}\cdot\vec{b}+32\vec{b}^2}=\sqrt{48+32\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4}}=\sqrt{48-32}=4.$$

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查向量垂直的表示，考查向量数量积的运算，考查向量模的求法，属于基础题.

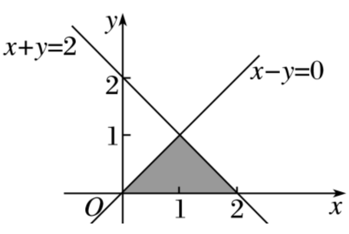
9、**D**

【解析】

作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，利用数形结合即可得到结论.

【详解】

作出不等式组表示的平面区域如下图中阴影部分所示，



$z=2x+y$ 等价于 $y=-2x+z$，作直线 $y=-2x$，向上平移，

易知当直线经过点$(2,0)$时z最大，所以$z_{\max}=2\times2+0=4$，故选 **D**．

【点睛】

本题主要考查线性规划的应用，利用目标函数的几何意义，结合数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法．

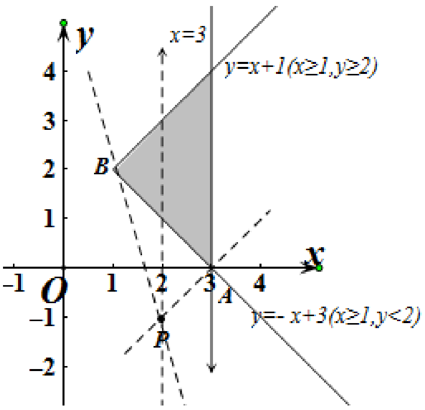
10、**D**

【解析】

画出曲线$□=|□-2|+1$与$□=3$围成的封闭区域，$\frac{□+1}{□-2}$表示封闭区域内的点$(□,□)$和定点$(2,-1)$连线的斜率，然后结合图形求解可得所求范围．

【详解】

画出曲线$□=|□-2|+1$与$□=3$围成的封闭区域，如图阴影部分所示．



$\frac{□+1}{□-2}$表示封闭区域内的点$(□,□)$和定点$□(2,-1)$连线的斜率，

设$□=\frac{□+1}{□-2}$，结合图形可得$□\geq□_{□□}$或$□\leq□_{□□}$，

由题意得点 **A,B** 的坐标分别为$□(3,0),□(1,2)$，

∴$□_{□□}=\frac{1}{3-2}=1,□_{□□}=\frac{2-(-1)}{1-2}=-3$，

∴$□\geq1$或$□\leq-3$，

∴$\frac{□+1}{□-2}$的取值范围为$(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$．

故选 **D**．

【点睛】

解答本题的关键有两个：一是根据数形结合的方法求解问题，即把$\frac{\square+1}{\square-2}$看作两点间连线的斜率；二是要正确画出两曲线所围成的封闭区域．考查转化能力和属性结合的能力，属于基础题．

11、**A**

【解析】

首先求得$x\le 0$时，$f\left(x\right)$的取值范围.然后求得$x>0$时，$f\left(x\right)$的单调性和零点，令$f\left(f\left(x\right)\right)=0$，根据“$x\le 0$时，$f\left(x\right)$的取值范围”得到$f\left(x\right)=2^x+\log_3 x-9=3$，利用零点存在性定理，求得函数$y=f\left(f\left(x\right)\right)$的零点所在区间.

【详解】

当$x\le 0$时，$3<f\left(x\right)\le 4$.

当$x\ge 0$时，$f\left(x\right)=2^x+\log_9 x^2-9=2^x+\log_3 x-9$为增函数，且$f\left(3\right)=0$，则$x=3$是$f\left(x\right)$唯一零点.由于“当$x\le 0$时，$3<f\left(x\right)\le 4$.”，所以

令$f\left(f\left(x\right)\right)=0$，得$f\left(x\right)=2^x+\log_3 x-9=3$，因为$f\left(3\right)=0<3$，

$f\left(\frac{7}{2}\right)=8\sqrt{2}+\log_3\frac{7}{2}-9>8\times 1.414+\log_3 3-9=3.312>3$，

所以函数$y=f\left(f\left(x\right)\right)$的零点所在区间为$\left(3,\frac{7}{2}\right)$.

故选：**A**

【点睛】

本小题主要考查分段函数的性质，考查符合函数零点，考查零点存在性定理，考查函数的单调性，考查化归与转化的数学思想方法，属于中档题.

12、**D**

【解析】

使用不同方法用表示出$\overrightarrow{AF}$，结合平面向量的基本定理列出方程解出．

【详解】

解：$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，

又$\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AC}+y\overrightarrow{DE}=x(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})+y(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD})=(x+\frac{1}{2}y)\overrightarrow{AB}+(x-y)\overrightarrow{AD}$