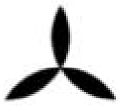
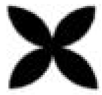
2023-2024学年天津市和平区九年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共12小题，每小题3分，共36分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

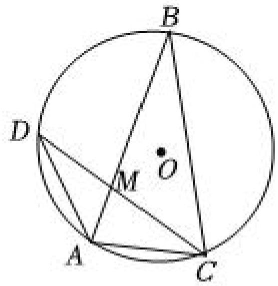
1. 下列图形是中心对称图形的是(   )

A.  B.  C.  D. 

2. 一个不透明的袋子里装有6个红球和3个黄球，它们除颜色外其余都相同.从袋中任意摸出一个球是红球的概率为(   )

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

3. 如图，$\odot O$中，弦AB与CD交于点M，点A为CD中点，$\angle BAD=45^\circ$，$\angle AMC=75^\circ$，则$\angle CAD$的度数是(   )



A. 140°

B. 130°

C. 120°

D. 110°

4. 用配方法解方程$x^2+7x-5=0$，变形后的结果正确的是(   )

A. $(x+\frac{7}{2})^2=\frac{69}{4}$ B. $(x+\frac{7}{2})^2=\frac{29}{4}$ C. $(x-\frac{7}{2})^2=\frac{69}{4}$ D. $(x-\frac{7}{2})^2=\frac{29}{4}$

5. 关于二次函数$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2$的图象，下列说法中错误的是(   )

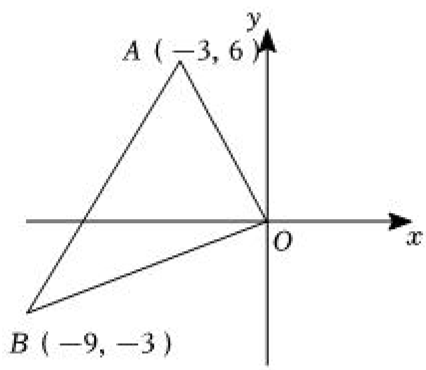
A. 抛物线开口向下

B. 抛物线的顶点坐标是$(1,2)$

C. 抛物线与x轴有两个交点分别是$(3,0)$和$(-3,0)$

D. 当(x_1,y_1)和(x_2,y_2)是抛物线上的点，则当$x_1<x_2<1$时，则$y_1<y_2$

6. 如图，在平面直角坐标系中，已知点$A(-3,6)$、$B(-9,-3)$，以原点O为位似中心，相似比为$\frac{1}{3}$，把$\triangle ABO$缩小，则边A的对应点A'的坐标是(   )



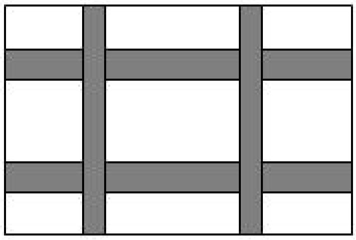
A. $(1,-2)$

B. $(-1,2)$

C. $(-1,-2)$或$(1,2)$

D. $(-1,2)$ 或 $(1,-2)$

7. 如图，设计一长 30cm，宽 20cm 的彩旗，图中有两横两竖的彩条，横、竖彩条宽度比为 2：1，若使彩条所占面积是彩旗的$\frac{19}{75}$，设竖彩条宽度为 x cm，则根据题意可列方程为(   )



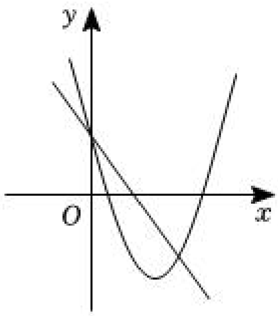
A. $(30-x)(20-x)=\frac{19}{75}\times 30\times 20$

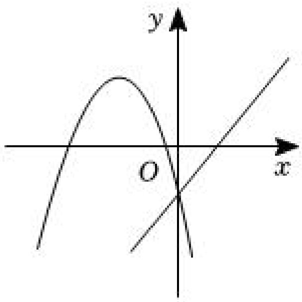
B. $(30-x)(20-2x)=(1-\frac{19}{75})\times 30\times 20$

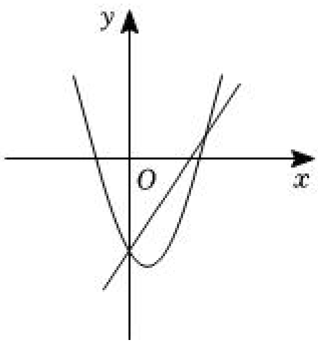
C. $(30-2x)(20-4x)=\frac{19}{75}\times 30\times 20$

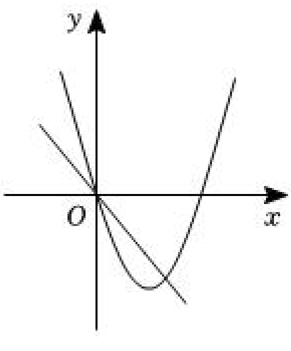
D. $(30-2x)(20-4x)=(1-\frac{19}{75})\times 30\times 20$

8. 在同一平面直角坐标系内二次函数 $y=ax^2+bx+a(a\neq 0)$ 与一次函数 $y=bx+a$ 的图象可能是(   )

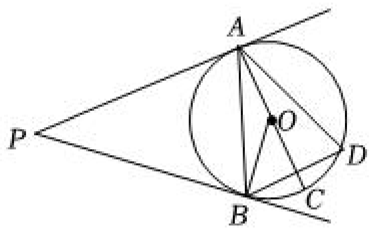
A. 

B. 

C. 

D. 

9. 如图，PA，PB 是 $\odot O$ 的切线，A、B 为切点，AC 为 $\odot O$ 的直径，弦 $BD\perp AC$，则下列选项错误的是(   )



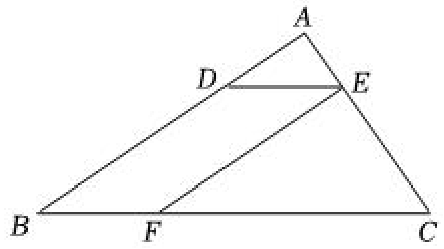
A. $\angle P+2\angle D=180^{\circ}$

B. $\angle COB=\angle DAB$

C. $\angle DBA=\angle ABP$

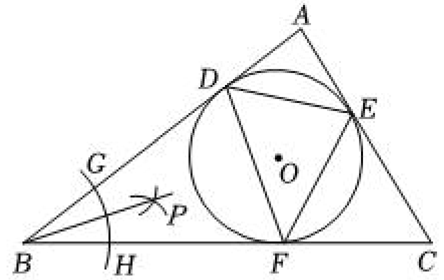
D. $\angle DBO=\angle ABP$

10. 如图，在$\triangle ABC$中，$DE//BC$，$EF//AB$，$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{1}{2}$，若四边形 BDEF 的面积为 16，则$\triangle ADE$的面积是(　)



A. 4　　　　　　　B. $\dfrac{16}{7}$　　　　　　C. 2　　　　　　D. $\dfrac{16}{5}$

11. 如图，在$\triangle ABC$的内切圆(圆心为点O)与各边分别相切于点 D，E，F，连接 EF，DE，DF. 以点 B 为圆心，以适当长为半径作弧分别交 AB，BC 于 G，H 两点；分别以点 G，H 为圆心，以大于$\dfrac{1}{2}GH$的长为半径作弧，两条弧交于点 P；作射线BP. 下列说法正确的是(　)



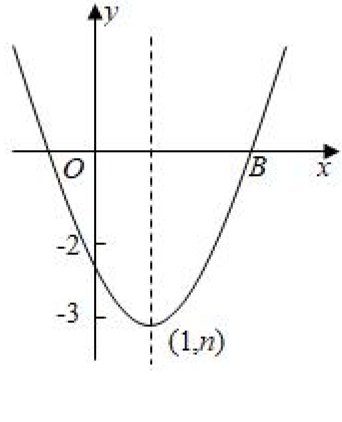
A. 点 B、P、O、E 四点共线

B. 点 O 是$\triangle DEF$三条角平分线的交点

C. 若$\triangle ABC$是等边三角形，则$DE=\dfrac{1}{2}BC$

D. 若$\angle A=70^\circ$，则$\angle DFE=50^\circ$

12. 如图，抛物线$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的顶点为$(1,n)$，与 x 轴的一个交点$B(3,0)$，与 y 轴的交点在$(0,-3)$和$(0,-2)$之间. 下列结论中：①$\dfrac{ab}{c}>0$；②$-2<b<-\dfrac{5}{3}$；③$(a+c)^2-b^2=0$；④$2c-a<2n$，则正确的个数为(　)



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

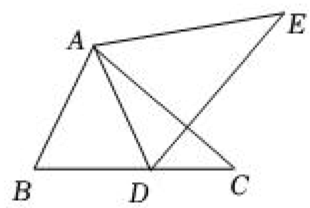
二、填空题：本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

13. 半径为 6 的圆内接正三角形的边长为______.

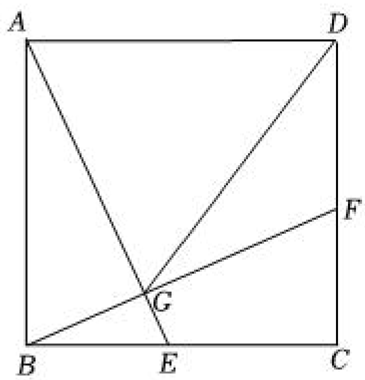
14. 不透明袋子中装有 3 个球，其中有 2 个绿球、1 个红球，这些球除颜色外无其他差别，从袋子中随机取出 2 个球，则两个都取到绿球的概率为______.

15. 抛物线 $y=-2(x+1)^2-3$ 有最______点（填“高”或“低”），这个点的坐标是______；把这个抛物线向左平移 2 个单位，再向上平移 4 个单位得到的新抛物线是______.

16. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转角 $\alpha(0^\circ<\alpha<180^\circ)$ 得到 $\triangle ADE$，点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上，若 $DE\perp AC$，$\angle CAD=25^\circ$，则 $\angle EDC$ 的度数是______.



17. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，$AB=4$，点 E，F 分别为边 BC，CD 上动点，且 $BE+DF=4$，连接 BF，AE 交于点 G，连接 DG，则线段 DG 长度的最小值为______.



三、解答题：本题共 8 小题，共 69 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

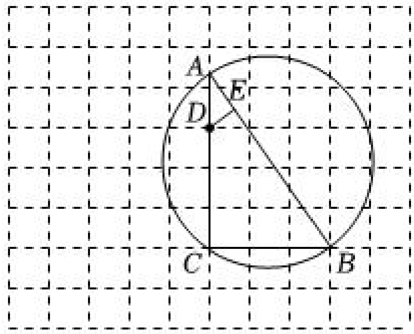
18.（本小题 3 分）

如图，在每个小正方形的边长为 1 的网格中，$\triangle ABC$ 内接于圆，且顶点 B、C 均在格点上.点 A 是圆与格线的交点，D 为 AC 边上的一个格点，过 D 点作 $DE\perp AB$ 于点 E.

(Ⅰ) 线段 DB 的长度为______；

(Ⅱ)请用无刻度直尺在网格中作出$\triangle ABC$外接圆的圆心 O；（保留作图痕迹，不要求写作法）

(Ⅲ)请用无刻度直尺在网格中作出过 C 点的圆的切线CF.(保留作图痕迹，不要求写作法）



19.（本小题 8 分）

(Ⅰ)用适当方程解一元二次方程：$x^2+6x+5=0$；

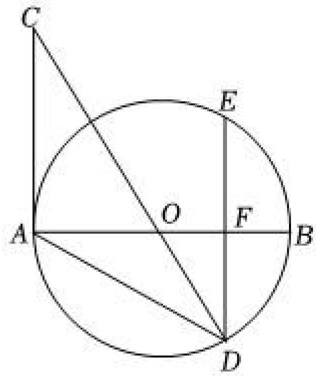
(Ⅱ)已知关于 x 的一元二次方程$x^2-3x+k=0$有两个实数根x_1，x_2.若$(x_1-1)(x_2-1)=-6$时，求 k 值及方程的解.

20.（本小题 8 分）

如图，AB 是$\odot O$的直径，$CA\perp AB$，延长 CO 交$\odot O$于点 D，弦 $DE\perp AB$ 于点 F，且$\angle CDE=\angle BAD$.

(Ⅰ)求$\angle ADE$和$\angle CAD$度数大小；

(Ⅱ)若 $AD=2\sqrt{3}$，求 CD 和 DE 的长.

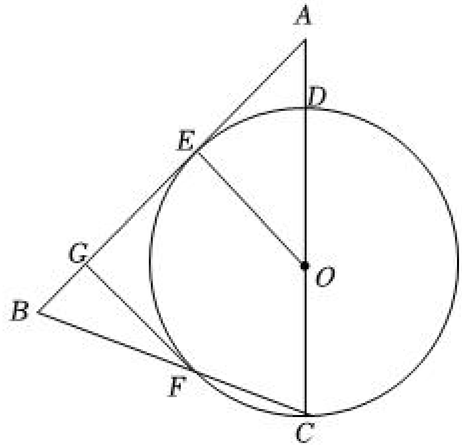


21.（本小题 10 分）

如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D 为 AC 上一点，以 CD 为直径的$\odot O$与 AB 相切于点 E，交 BC 于点 F，$FG\perp AB$，垂足为G.

(Ⅰ)求证：FG 是$\odot O$的切线；

(Ⅱ)若$BG=1$，$CF=\dfrac{4}{3}\sqrt{2}$，求 BF 的长.

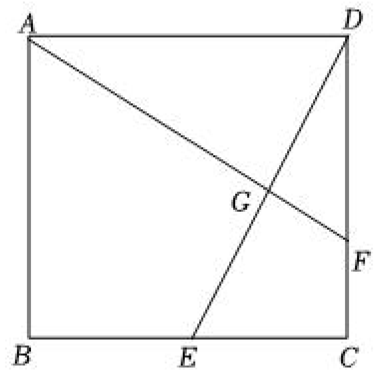


22.（本小题 10 分）

如图，在矩形 ABCD 中，E 为 BC 边中点，连接 DE，过 A 点作 $AF\perp DE$ 交 DE 于点 G，交 CD 于点 F.

（Ⅰ）求证：$\triangle ADG\backsim\triangle DEC$；

（Ⅱ）若 $AB=6$， $AD=4\sqrt{3}$时，求 DG 的长度.



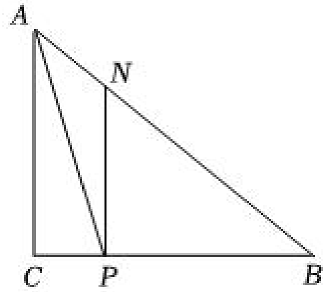
23.（本小题 10 分）

如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$，$AC=3cm$，$BC=4cm$，点 P 是边 BC 上由 B 向 C 运动（不与点 B、C 重合）的一动点，P 点的速度是$1cm/s$，设点 P 的运动时间为 t s，过 P 点作 AC 的平行线交 AB 于点 N，连接 AP.

（Ⅰ）线段 $AN=$______；线段 $PN=$______；（请用含 t 的代数式表示）

（Ⅱ）当 t 为何值时$\triangle APN\backsim\triangle ABP$；

（Ⅲ）在点 P 的运动过程中，是否存在某一时刻 t 的值，使得$\triangle APN$ 的面积有最大值？若存在，请求出 t 的值，并计算最大面积；若不存在，请说明理由.



24.（本小题 10 分）

将等腰直角$\triangle AOB$放置在平面直角坐标系中，点$O(0,0)$，$A(0,2)$，$B(2,0)$，点 C，D 分别在边 OA，OB 上，且$OC=OD$，连接CD.现将$\triangle COD$绕 O 点顺时针旋转，旋转角为$\alpha(0^\circ<\alpha<360^\circ)$，点 C，D 旋转后的对应点为$C'$，$D'$.

（Ⅰ）如图 1，当$C'D'\perp x$轴时，则旋转角$\alpha=$______$^\circ$；$\triangle BOD'$可以看作是$\triangle AOC'$绕点______顺时针旋转______$^\circ$后得到的；直线AC'与BD'所夹角为______$^\circ$.

（Ⅱ）如图 2，当旋转角$\alpha=15^\circ$时，点 A，C'，D'恰好共线，求$\triangle COD$的各边长.

（Ⅲ）将（Ⅱ）中的$\triangle COD$旋转，当旋转角α为何值时$\triangle ABD'$的面积最大值？最大值是多少？（直接写出结果）.

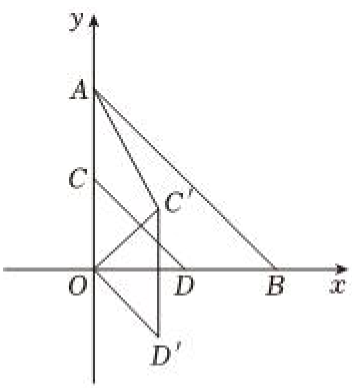


图1

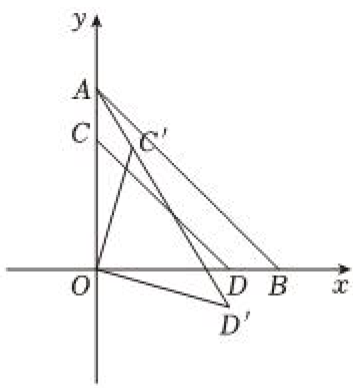


图2

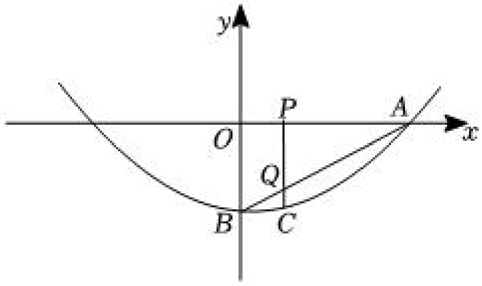
25.（本小题 10 分）

如图，二次函数$y=ax^2-ax+c(a\neq0)$图象交坐标轴于点$A(4,0)$，$B(0,-2)$，点 P 为线段 OA 上一动点.

（Ⅰ）求二次函数的解析式及顶点坐标；

（Ⅱ）过点 P 作$PQ\perp x$轴分别交线段 AB、抛物线于点 Q 和点 C，求线段 CQ 的最大值及此时$\triangle ABC$的面积；

（Ⅲ）当$2BP+AP$取最小值时，求此时点 P 的坐标及$2BP+AP$的最小值.


y
P
A
x
O
Q
B
C

答案和解析

1.【答案】D

【解析】解：选项 A、B、C 都不能找到一个点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形.

选项 D 能找到一个点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以是中心对称图形.

故选：D.

根据中心对称图形的概念判断．把一个图形绕某一点旋转 180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

本题考查的是中心对称图形，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与自身重合.

2.【答案】B

【解析】解：由题意可得，

从袋中任意摸出一个球是红球的概率为 $\dfrac{6}{6+3}=\dfrac{2}{3}$，

故选：B.

根据题目中总的球的个数和红球个数，可以计算出从袋中任意摸出一个球是红球的概率.

本题考查概率公式，解答本题的关键是明确题意，求出相应的概率.

3.【答案】C

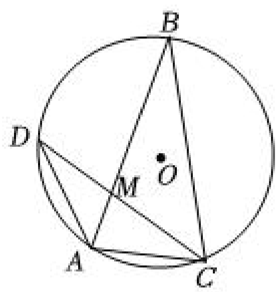
【解析】解：$\because \angle BAD=45^\circ$

$\therefore \angle BCD=45^\circ$，

$\because \angle AMC=75^\circ$，

$\therefore \angle B=\angle AMC-\angle BCD=75^\circ-45^\circ=30^\circ$，

$\therefore \angle B=\angle D=30^\circ$，



$\because$ 点 A 为 CD 弧中点，

$\therefore \angle D=\angle ACD=30^\circ$，

$\therefore \angle DAC=180^\circ-30^\circ-30^\circ=120^\circ$.

故选：C.

由三角形外角定理求得 $\angle C$ 的度数，再由圆周角定理可求 $\angle B$ 的度数.

本题主要考查了三角形的外角定理，圆周角定理，熟记圆周角定理是解题的关键.

4.【答案】A

【解析】解：$x^2+7x-5=0$，

$x^2+7x=5$，

$x^2+7x+\frac{49}{4}=5+\frac{49}{4}$，

$(x+\frac{7}{2})^2=\frac{69}{4}$，

故选：A.

把常数项移到等号的右边，等式两边同时加上一次项系数一半的平方，即可得出选项．

本题考查了解一元二次方程，能正确配方是解此题的关键．

5.【答案】C

【解析】解：A. 由 $a=-\frac{1}{2}<0$ 得抛物线开口向下，所以 A 选项不符合题意；

B.抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2$ 的顶点坐标为 $(1,2)$，所以 B 选项不符合题意；

C. $y=0$ 时，$-\frac{1}{2}(x-1)^2+2$，解得 $x_1=-1$，$x_2=3$，则抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(-1,0)$，$(3,0)$，所以 C 选项符合题意；

D.抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2$ 的对称轴为 $x=1$，则当 $x_1<x_2<1$ 时，$y_1<y_2$，所以 D 选项不符合题意．

故选：C.

根据二次函数的性质对 A、B、D 选项进行判断；利用抛物线与 x 轴的交点问题，通过解方程 $-\frac{1}{2}(x-1)^2+2=0$ 得到抛物线与 x 轴的交点坐标，从而可对 C 选项进行判断．

本题考查了抛物线与 x 轴的交点：把求二次函数 $y=ax^2+bx+c(a,b,c$ 是常数，$a\neq0)$ 与 x 轴的交点坐标问题转化为解关于 x 的一元二次方程．也考查了二次函数的性质．

6.【答案】D

【解析】解：$\because$ 点 $A(-3,6)$，以原点 O 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{3}$，把 $\triangle ABO$ 缩小，

$\therefore$ 点 A 的对应点 A' 的坐标是 $(-1,2)$ 或 $(1,-2)$，

故选：D.

根据在平面直角坐标系中，如果位似变换是以原点为位似中心，相似比为 k，那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$ 解答．

本题考查的是位似变换的概念和性质，在平面直角坐标系中，如果位似变换是以原点为位似中心，相似比为 k，那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$.

7.【答案】D

【解析】解：若设每个横彩条的宽度为$2x\ cm$，则每个竖彩条的宽度为$x\ cm$，剩余部分可合成长为$30-2\times x=(30-2x)cm$，宽为$20-2\times 2x=(20-4x)$的矩形，

根据题意得：$(20-4x)(30-2x)=(1-\frac{19}{75})\times 20\times 30$.

故选：D.

根据横、竖彩条的宽度，可得出剩余部分可合成长为$(30-4x)cm$，宽为$(20-6x)$的矩形，结合彩条所占面积是图案面积的三分之一，即可列出关于x的一元二次方程，此题得解.

本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

8.【答案】A

【解析】解：A、二次函数图象开口向上，对称轴在y轴右侧，

$\therefore a>0$，$b<0$，

$\therefore$一次函数图象应该过第一、二、四象限，且与二次函数交于y轴正半轴的同一点，

故A正确；

B、$\because$二次函数图象开口向下，对称轴在y轴左侧，

$\therefore a<0$，$b<0$，

$\therefore$一次函数图象应该过第二、三、四象限，且与二次函数交于y轴负半轴的同一点，

故B错误；

C、二次函数图象开口向上，对称轴在y轴右侧，

$\therefore a>0$，$b<0$，

$\therefore$一次函数图象应该过第一、三、四象限，且与二次函数交于y轴负半轴的同一点，

故C错误；

$\because D$、二次函数图象开口向上，对称轴在y轴右侧，

$\therefore a>0$，$b<0$，

$\therefore$一次函数图象应该过第一、三、四象限，且与二次函数交于y轴负半轴的同一点，

故D错误；

故选：A.

根据二次函数图象的开口以及对称轴与y轴的关系即可得出a、b的正负，由此即可得出一次函数图象经过的象限，再与函数图象进行对比即可得出结论.

本题考查了二次函数的图象以及一次函数图象与系数的关系，根据a、b的正负确定一次函数图象经过的象限是解题的关键.

9.【答案】D

【解析】解：$A.\angle OAP=\angle OBP=90^{\circ}$，则 $\angle P+\angle AOB=180^{\circ}$，又因为 $\angle D=\frac{1}{2}\angle AOB$，故 A 正确；

B.因为弦 $BD\perp AC$，根据垂径定理以及圆周角定理即可得出 $\angle COB=\angle DAB$；

C.根据垂径定理，得弧 $AD=$ 弧 AB，则 $\angle ADB=\angle ABD$，再根据弦切角定理，得 $\angle ABP=\angle D$，正确；

D.证出 $\angle ABP=\angle D$，故 D 符合题意．

故选：D.

由圆周角定理，切线的性质，垂径定理可得出答案．

此题考查了垂径定理、切线的性质以及圆周角定理．熟练掌握切线的性质是解题的关键．

10.【答案】A

【解析】解：$\because DE//BC$，

$\therefore \frac{AE}{EC}=\frac{AD}{BD}=\frac{1}{2}$，$\angle ADE=\angle B$，$\angle AED=\angle C$.

$\because EF//AB$，

$\therefore \angle EFC=\angle B$，

$\therefore \angle ADE=\angle EFC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle EFC$，

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle EFC}}=(\frac{AE}{EC})^2=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$.

$\because \frac{AD}{DB}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$，

$\because DE//BC$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{AD}{AB})^2=(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$，

设 $S_{\triangle ADE}=k$，则 $S_{\triangle EFC}=4k$，$S_{\triangle ABC}=9k$，

$\therefore S_{\text{四边形}DBCE}=9K-K=8K$，

$\therefore S_{\text{四边形}BDEF}=8k-4k=4k=16$，

$\therefore k=4$.

$\therefore \triangle ADE$ 的面积是 4.

故选：A.

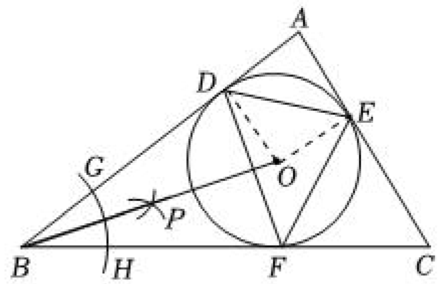
利用平行线的性质，三角形的外角的性质，相似三角形的判定定理得到 $\triangle ADE\backsim\triangle EFC$，利用相似三角

形的面积比等于相似比的平方得到$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle EFC}}=\frac{1}{4}$，同理得到$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{1}{9}$，设$S_{\triangle ADE}=k$，则$S_{\triangle EFC}=4k$，$S_{\triangle ABC}=9k$，利用已知条件列出方程解答即可得出结论.

本题主要考查了相似三角形的判定与性质，平行线的性质，平行线分线段成比例定理，比例的性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

11.【答案】C

【解析】解：连接OD，OE.



$\because$圆O为$\triangle ABC$的内切圆，

$\therefore$点O为$\triangle ABC$三个内角平分线的交点，

由尺规作图可知，BP为$\angle ABC$的平分线，

$\therefore$射线BP一定过点O，

$\because AC$是$\odot O$的切线，

$\therefore OE\perp AC$，BO不一定垂直AC，

$\therefore B$，P，O，E不一定共线.

故A选项错误，不符合题意；

由题意知，圆O为$\triangle DEF$的外接圆，

$\therefore$点O是$\triangle DEF$三条垂直平分线的交点，

故B选项错误，不符合题意；

若$\triangle ABC$是等边三角形，则点D，E分别为AB，AC的中点，

$\therefore DE$为$\triangle ABC$的中位线，

$\therefore DE=\frac{1}{2}BC$，

故C选项正确，不符合题意；

$\because OD\perp AB$，$OE\perp AC$，

$\therefore \angle ADO=\angle AEO=90^\circ$，

$\therefore \angle DOE=180^\circ-\angle A=110^\circ$，

$\therefore \angle DFE=\frac{1}{2}\angle DOE=55^\circ$，

故选项D错误，不符合题意.

故选：C.

根据基本尺规作图、三角形的内切圆与内心的定义、三角形的外心、等边三角形的性质逐项判断即可.