2024年黑龙江省龙东地区中考数学试卷

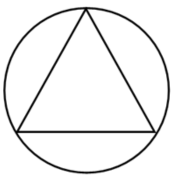
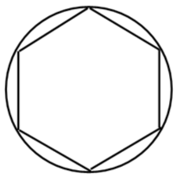
一、选择题（每小题3分，共30分）

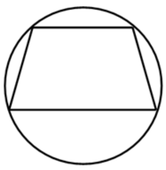
1．（3分）下列计算正确的是（　　）

A．$a^3 \cdot a^2 = a^6$　　B．$(a^2)^5 = a^7$

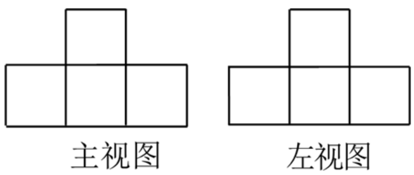
C．$(-2a^3b)^3 = -8a^9b^3$　　D．$(-a+b)(a+b) = a^2 - b^2$

2．（3分）下列图形既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．　　B．

C．　　D．

3．（3分）一个由若干个大小相同的小正方体搭成的几何体，它的主视图和左视图如图所示，那么组成该几何体所需小正方体的个数最少是（　　）



A．6　　B．5　　C．4　　D．3

4．（3分）一组数据2，3，3，4，则这组数据的方差为（　　）

A．1　　B．0.8　　C．0.6　　D．0.5

5．（3分）关于x的一元二次方程$(m-2)x^2+4x+2=0$有两个实数根，则m的取值范围是（　　）

A．$m \leqslant 4$　　B．$m \geqslant 4$　　C．$m \geqslant -4$且$m \neq 2$　　D．$m \leqslant 4$且$m \neq 2$

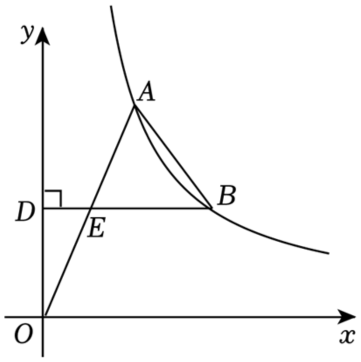
6．（3分）已知关于x的分式方程$\frac{kx}{x-3} - 2 = \frac{3}{3-x}$无解，则$k$的值为（　　）

A．$k=2$或$k=-1$　　B．$k=-2$　　C．$k=2$或$k=1$　　D．$k=-1$

7．（3分）国家“双减”政策实施后，某班开展了主题为“书香满校园”的读书活动．班级决定为在活动中表现突出的同学购买笔记本和碳素笔进行奖励（两种奖品都买）．其中笔记本每本3元，碳素笔每支2元，共花费28元，则共有几种购买方案（　　）

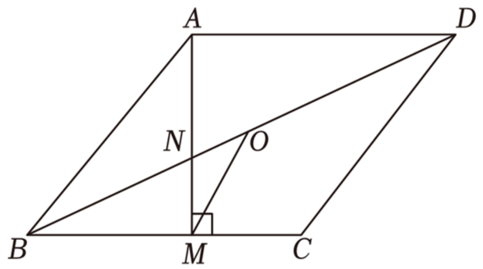
A．5　　B．4　　C．3　　D．2

8．（3 分）如图，双曲线 $y=\frac{12}{x}$（$x>0$）经过 A、B 两点，连接 OA、AB，过点 B 作 $BD\perp y$ 轴，垂足为 D，BD 交 OA 于点 E，且 E 为 AO 的中点，则△AEB 的面积是（　　）



A．4.5　　B．3.5　　C．3　　D．2.5

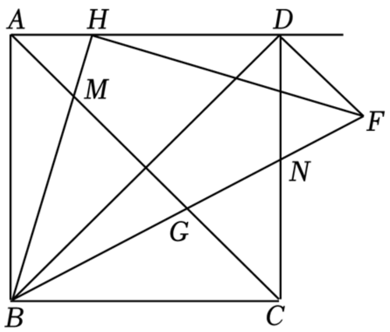
9．（3 分）如图，菱形 $ABCD$ 中，点 O 是 BD 的中点，$AM\perp BC$，垂足为 M，AM 交 BD 于点 N，$OM=2$，$BD=8$，则 MN 的长为（　　）



A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10．（3 分）如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 H 在 AD 边上（不与点 A、D 重合），$\angle BHF=90°$，HF 交正方形外角的平分线 DF 于点 F，连接 AC 交 BH 于点 M，连接 BF 交 AC 于点 G，交 CD 于点 N，连接 BD．则下列结论：

①$\angle HBF=45°$；②点 G 是 BF 的中点；③若点 H 是 AD 的中点，则 $\sin\angle NBC=\frac{\sqrt{10}}{10}$；④$BN=\sqrt{2}BM$；⑤若 $AH=\frac{1}{2}HD$，则 $S_{\triangle BND}=\frac{11}{2}S_{\triangle AHM}$．其中正确的结论是（　　）



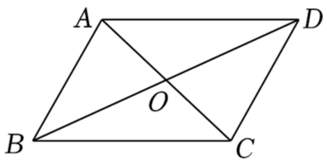
A．①②③④　　B．①③⑤　　C．①②④⑤　　D．①②③④⑤

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

11．（3 分）国家统计局公布数据显示，2023 年我国粮食总产量是 13908 亿斤，将 13908 亿用科学记数法表示为 ________.

12．（3 分）在函数 $y=\frac{\sqrt{x-3}}{x+2}$中，自变量 x 的取值范围是 ________.

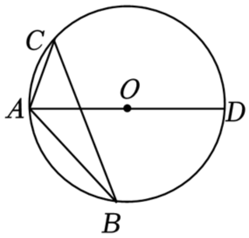
13．（3 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，请添加一个条件 ________，使得菱形 $ABCD$ 为正方形.



14．（3 分）七年一班要从 2 名男生和 3 名女生中选择两名学生参加朗诵比赛，恰好选择 1 名男生和 1 名女生的概率是 ________.

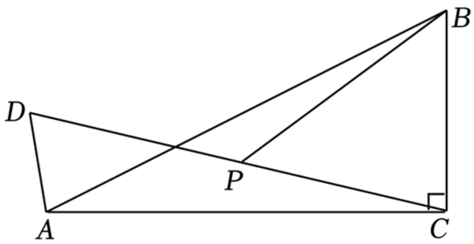
15．（3 分）关于 x 的不等式组 $\begin{cases}4-2x\geqslant 0\\ \frac{1}{2}x-a>0\end{cases}$ 恰有 3 个整数解，则 a 的取值范围是 ________.

16．（3 分）如图，△ABC 内接于⊙O，AD 是直径，若∠B＝25°，则∠CAD＝________°.



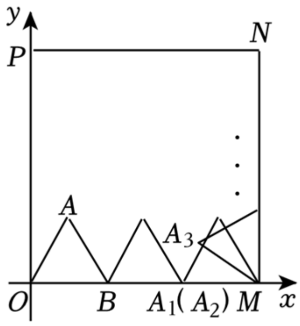
17．（3 分）若圆锥的底面半径为 3，侧面积为 36π，则这个圆锥侧面展开图的圆心角是 ________°.

18．（3 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，tan∠BAC＝$\frac{1}{2}$，BC＝2，AD＝1，线段 AD 绕点 A 旋转，点 P 为 CD 的中点，则 BP 的最大值是 ________.



19．（3 分）矩形 $ABCD$ 中，AB＝3，BC＝4，将 AB 沿过点 A 的一条直线折叠，折痕交直线 BC 于点 P（点 P 不与点 B 重合），点 B 的对称点落在矩形对角线所在的直线上，则 PC 长为 ________.

20.（3 分）如图，在平面直角坐标系中，正方形 $OMNP$ 顶点 M 的坐标为（3，0），$\triangle OAB$ 是等边三角形，点 B 坐标是（1，0），$\triangle OAB$ 在正方形 $OMNP$ 内部紧靠正方形 $OMNP$ 的边（方向为 $O\to M\to N\to P\to O\to M$（$\to\cdots$）做无滑动滚动，第一次滚动后，点 A 的对应点记为 A_1，A_1 的坐标是（2，0）；第二次滚动后，A_1 的对应点记为 A_2，A_2 的坐标是（2，0）；第三次滚动后，A_2 的对应点记为 A_3，A_3 的坐标是（$3-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{1}{2}$）；如此下去，……，则 A_{2024} 的坐标是 ____________.



三、解答题（满分 60 分）

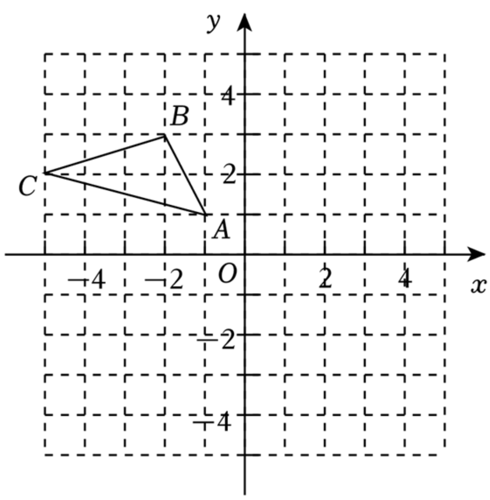
21.（5 分）先化简，再求值：$\frac{m^2-2m+1}{m^2-1}\div\left(\frac{m^2}{m^2+m}-1\right)$，其中 $m=\cos60^\circ$．

22.（6 分）如图，在正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1 个单位长度，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 A（－1，1），B（－2，3），C（－5，2）.

（1）画出$\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$，并写出点 B_1 的坐标；

（2）画出$\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 90°后得到的$\triangle AB_2C_2$，并写出点 B_2 的坐标；

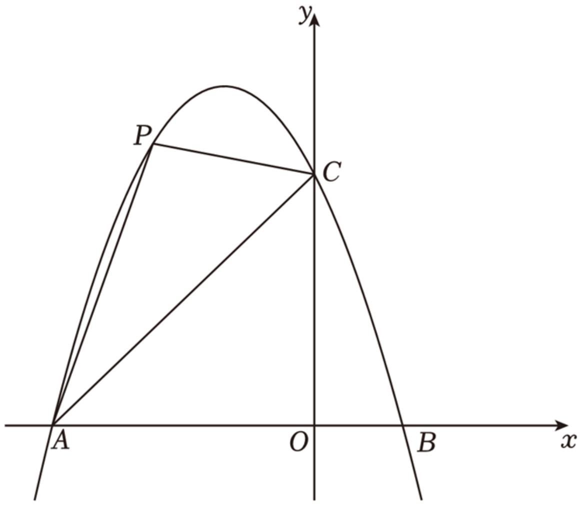
（3）在（2）的条件下，求点 B 旋转到点 B_2 的过程中所经过的路径长（结果保留 π）.



23.（6 分）如图，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，其中 B（1，0），C（0，3）.

（1）求抛物线的解析式；

（2）在第二象限的抛物线上是否存在一点 P，使得△APC 的面积最大．若存在，请直接写出点 P 坐标和△APC 的面积最大值；若不存在，请说明理由．



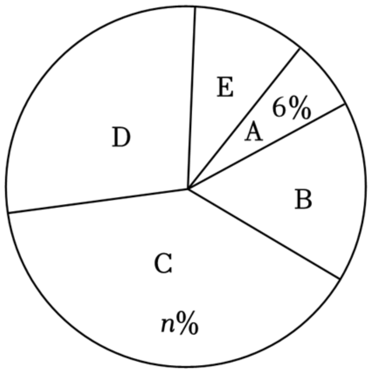
24．（7 分）为贯彻落实教育部办公厅关于“保障学生每天校内、校外各一小时体育活动时间”的要求，某学校要求学生每天坚持体育锻炼．学校从全体男生中随机抽取了部分学生，调查他们的立定跳远成绩，整理如下不完整的频数分布表和统计图，结合图解答下列问题：

（1）频数分布表中 m＝_________，扇形统计图中 n＝_________；

（2）本次调查立定跳远成绩的中位数落在 _______组别；

（3）该校有 600 名男生，若立定跳远成绩大于 200cm 为合格，请估计该校立定跳远成绩合格的男生有多少人？

组别	分组（cm）	频数
A	$50<x\leqslant100$	3
B	$100<x\leqslant150$	m
C	$150<x\leqslant200$	20
D	$200<x\leqslant250$	14
E	$250<x\leqslant300$	5

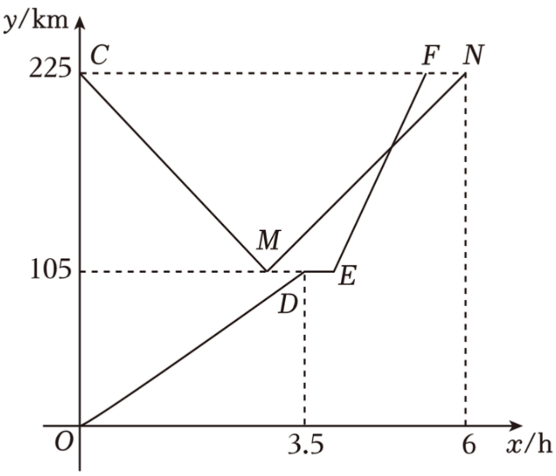


25.（8 分）甲、乙两货车分别从相距 225km 的 A、B 两地同时出发，甲货车从 A 地出发途经配货站时，停下来卸货，半小时后继续驶往 B 地，乙货车沿同一条公路从 B 地驶往 A 地，但乙货车到达配货站时接到紧急任务立即原路原速返回 B 地，结果比甲货车晚半小时到达 B 地．如图是甲、乙两货车距 A 地的距离 y（km）与行驶时间 x（h）之间的函数图象，结合图象回答下列问题：

（1）甲货车到达配货站之前的速度是 ________km/h，乙货车的速度是 ________km/h；

（2）求甲货车在配货站卸货后驶往 B 地的过程中，甲货车距 A 地的距离 y（km）与行驶时间 x（h）之间的函数解析式；

（3）直接写出甲、乙两货车在行驶的过程中，出发多长时间甲、乙两货车与配货站的距离相等．



26.（8 分）已知△ABC 是等腰三角形，$AB=AC$，$\angle MAN=\frac{1}{2}\angle BAC$，$\angle MAN$ 在$\angle BAC$ 的内部，点 M、N 在 BC 上，点 M 在点 N 的左侧，探究线段 BM、NC、MN 之间的数量关系．

（1）如图①，当$\angle BAC=90^\circ$ 时，探究如下：

由$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC$ 可知，将△ACN 绕点 A 顺时针旋转 90°，得到△ABP，则 $CN=BP$ 且$\angle PBM=90^\circ$，连接 PM，易证△AMP≌△AMN，可得 $MP=MN$，在 Rt△PBM 中，$BM^2+BP^2=MP^2$，则有 $BM^2+NC^2=MN^2$．

（2）当$\angle BAC=60^\circ$ 时，如图②：当$\angle BAC=120^\circ$ 时，如图③，分别写出线段 BM、NC、MN

之间的数量关系，并选择图②或图③进行证明．

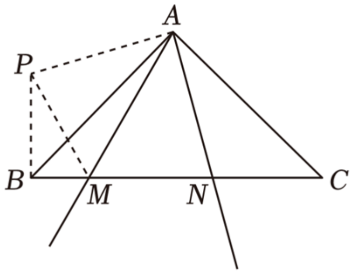


图 ①

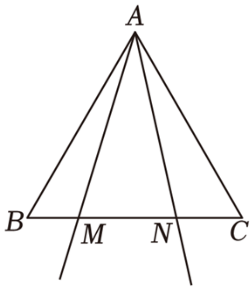


图 ②

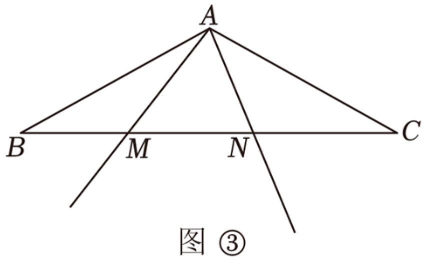


图 ③

27．（10 分）为了增强学生的体质，某学校倡导学生在大课间开展踢毽子活动，需购买甲、乙两种品牌毽子．已知购买甲种品牌毽子 10 个和乙种品牌毽子 5 个共需 200 元；购买甲种品牌毽子 15 个和乙种品牌毽子 10 个共需 325 元．

（1）购买一个甲种品牌毽子和一个乙种品牌毽子各需要多少元？

（2）若购买甲、乙两种品牌毽子共花费 1000 元，甲种品牌毽子数量不低于乙种品牌毽子数量的 5 倍且不超过乙种品牌毽子数量的 16 倍，则有几种购买方案？

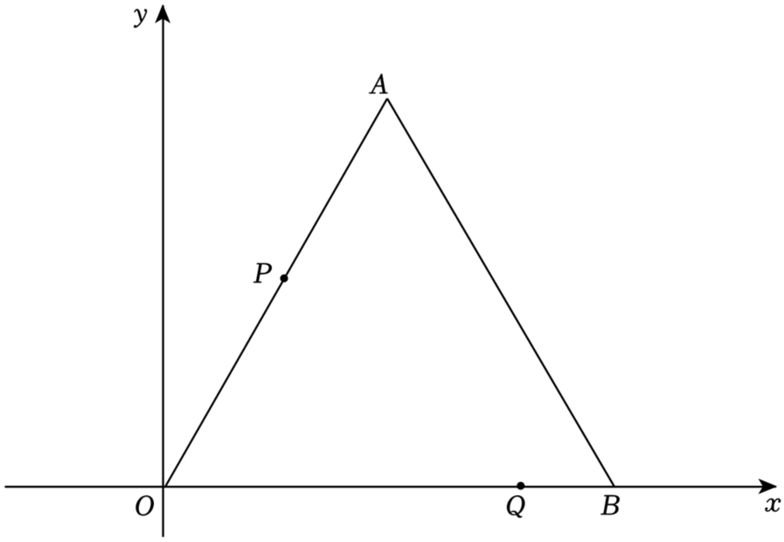
（3）若商家每售出一个甲种品牌毽子利润是 5 元，每售出一个乙种品牌毽子利润是 4 元，在（2）的条件下，学校如何购买毽子商家获得利润最大？最大利润是多少元？

28．（10 分）如图，在平面直角坐标系中，等边三角形 OAB 的边 OB 在 x 轴上，点 A 在第一象限，OA 的长度是一元二次方程 $x^2-5x-6=0$ 的根，动点 P 从点 O 出发以每秒 2 个单位长度的速度沿折线 $OA-AB$ 运动，动点 Q 从点 O 出发以每秒 3 个单位长度的速度沿折线 $OB-BA$ 运动，P、Q 两点同时出发，相遇时停止运动．设运动时间为 t 秒（$0<t<3.6$），△OPQ 的面积为 S．

（1）求点 A 的坐标；

（2）求 S 与 t 的函数关系式；

（3）在（2）的条件下，当 $S=6\sqrt{3}$ 时，点 M 在 y 轴上，坐标平面内是否存在点 N，使得以点 O、P、M、N 为顶点的四边形是菱形．若存在，直接写出点 N 的坐标；若不存在，说明理由．


y
A
P
O
Q
B
x

2024年黑龙江省龙东地区中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题3分，共30分）

1．（3分）下列计算正确的是（　　）

A．$a^3\cdot a^2=a^6$　　　　B．$(a^2)^5=a^7$

C．$(-2a^3b)^3=-8a^9b^3$　　　　D．$(-a+b)(a+b)=a^2-b^2$

【分析】利用同底数幂乘法法则，幂的乘方与积的乘方法则，平方差公式逐项判断即可．

【解答】解：$a^3\cdot a^2=a^5$，则A不符合题意；

$(a^2)^5=a^{10}$，则B不符合题意；

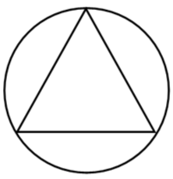
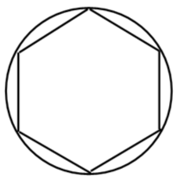
$(-2a^3b)^3=-8a^9b^3$，则C符合题意；

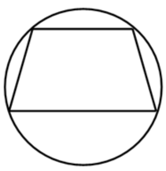
$(-a+b)(a+b)=b^2-a^2$，则D不符合题意；

故选：C．

【点评】本题考查同底数幂乘法，幂的乘方与积的乘方，平方差公式，熟练掌握相关运算法则是解题的关键．

2．（3分）下列图形既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．　　B．

C．　　D．

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念判断即可．

【解答】解：A、既是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B、是轴对称图形，又是中心对称图形，符合题意；

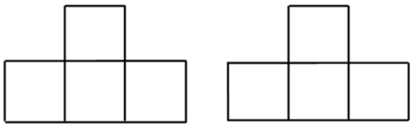
C、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

D、既是轴对称图形，不是中心对称图形，符合题意；

故选：B．

【点评】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合．

3．（3 分）一个由若干个大小相同的小正方体搭成的几何体，它的主视图和左视图如图所示，那么组成该几何体所需小正方体的个数最少是（　　）

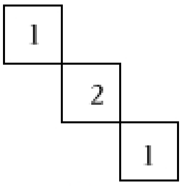


主视图　　左视图

A．6　　B．5　　C．4　　D．3

【分析】易得这个几何体共有 2 层，由俯视图可得第一层立方体的个数，由主视图可得第二层立方体的可能的个数，相加即可．

【解答】解：由主视图和左视图可确定所需正方体个数最少时俯视图为：



俯视图

则组成该几何体所需小正方体的个数最少是 1+2+1＝4（个）．

故选：C．

【点评】此题主要考查了由三视图判断几何体，根据主视图和左视图画出所需正方体个数最少的俯视图是关键．

4．（3 分）一组数据 2，3，3，4，则这组数据的方差为（　　）

A．1　　B．0.8　　C．0.6　　D．0.5

【分析】根据平均数的计算公式先算出这组数据的平均数，再根据方差公式进行计算即可．

【解答】解：这组数据的平均数是：（2+3+3+4）÷4＝3，

则这组数据的方差为：$\frac{1}{4}[(2-3)^2+2\times(3-3)^2+(4-3)^2]=0.5$．

故选：D．

【点评】本题考查了平均数和方差：一般地设 n 个数据，x_1，x_2，…x_n 的平均数为 $\overline{x}$，则方差 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立．

5．（3 分）关于 x 的一元二次方程（$m-2$）$x^2+4x+2=0$ 有两个实数根，则 m 的取值范围是（　　）

A．$m\leqslant4$　　B．$m\geqslant4$　　C．$m\geqslant-4$ 且 $m\neq2$　　D．$m\leqslant4$ 且 $m\neq2$

【分析】由根的判别式可得 $\Delta=b^2-4ac\geqslant0$，从而可以列出关于 m

的不等式，求解即可，还要考虑二次项的系数不能为 0．

【解答】解：根据题意得$\begin{cases}16-4(m-2)\times 2\geqslant 0\\ m-2\neq 0\end{cases}$，

解得 $m\leqslant 4$ 且 $m\neq 2$．

故选：D．

【点评】本题考查了一元二次方程根的判别式的应用．切记不要忽略一元二次方程二次项系数不为零这一隐含条件．

6．（3 分）已知关于 x 的分式方程$\frac{kx}{x-3}-2=\frac{3}{3-x}$无解，则 k 的值为（　　）

A．$k=2$ 或 $k=-1$　B．$k=-2$　C．$k=2$ 或 $k=1$　D．$k=-1$

【分析】先按照解分式方程的一般步骤解分式方程，再根据分式方程无解时分式方程中的分母为 0，列出关于 k 的分式方程，解分式方程即可．

【解答】解：$\frac{kx}{x-3}-2=\frac{3}{3-x}$，

$kx-2(x-3)=-3$，

$kx-2x+6=-3$

$(k-2)x=-9$，

$x=\frac{-9}{k-2}$，

∵关于 x 的分式方程$\frac{kx}{x-3}-2=\frac{3}{3-x}$无解，

∴$x-3=0$，解得：$x=3$，$\frac{-9}{k-2}=3$，

∴$3k-6=-9$ 且 $k-2=0$，

解得：$k=-1$ 或 2，

故选：A．

【点评】本题主要考查了解分式方程和分式方程的解，解题关键是熟练掌握解分式方程的一般步骤和分式方程无解的条件．

7．（3 分）国家“双减”政策实施后，某班开展了主题为“书香满校园”的读书活动．班级决定为在活动中表现突出的同学购买笔记本和碳素笔进行奖励（两种奖品都买）．其中笔记本每本 3 元，碳素笔每支 2 元，共花费 28 元，则共有几种购买方案（　　）

A．5　B．4　C．3　D．2

【分析】设购买笔记本 x 件，笔 y 支，根据总价＝单价×数量，即可得出关于 x，y 的二元一次方程组，结合 x，y 均为正整数，即可得出购买方案的数量．

【解答】解：设购买笔记本 x 件，笔 y 支，根据题意得：

$3x+2y=28$，

∴$y=14-\frac{3}{2}x$，

又∵x，y 均为正整数，

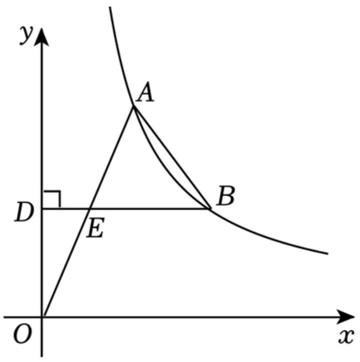
∴$\begin{cases}x=2\\y=11\end{cases}$或$\begin{cases}x=4\\y=8\end{cases}$或$\begin{cases}x=6\\y=5\end{cases}$或$\begin{cases}x=8\\y=2\end{cases}$，

∴共有 4 种购买方案．

故选：B．

【点评】本题考查了二元一次方程的应用，找准等量关系“共花费 28 元”列出二元一次方程是解题的关键．

8．（3 分）如图，双曲线 $y=\frac{12}{x}$（$x>0$）经过 A、B 两点，连接 OA、AB，过点 B 作 $BD\perp y$ 轴，垂足为 D，BD 交 OA 于点 E，且 E 为 AO 的中点，则△AEB 的面积是（　　）



A．4.5　　B．3.5　　C．3　　D．2.5

【分析】根据反比例函数系数 k 的几何意义以及三角形中位线定理、相似三角形的性质进行计算即可．

【解答】解：如图，过点 A 作 $AM\perp y$ 轴，垂足为 M，连接 OB，则 $S_{\triangle AOM}=S_{\triangle OBD}=\frac{1}{2}|k|=\frac{1}{2}\times 12=6$，

∵E 是 OA 的中点，即 $OE=AE$，而 $DE\parallel AM$，

∴$DE=\frac{1}{2}AM$，$OD=\frac{1}{2}OM$，

∵$S_{\triangle AOM}=S_{\triangle OBD}=6$，

即$\frac{1}{2}AM\cdot OM=\frac{1}{2}OD\cdot BD=6$，

∴$AM\cdot OD=\frac{1}{2}BD\cdot OD$，

∴$BD=2AM$，

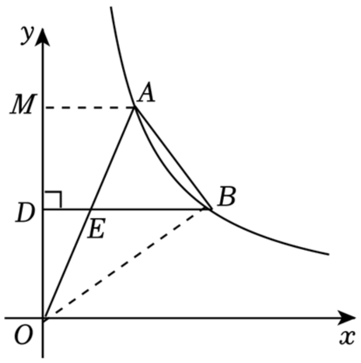
$\therefore DE=\frac{1}{2}AM=\frac{1}{4}BD$，

$\therefore DE=\frac{1}{3}BE$，

$\because S_{\triangle ODE}=\frac{1}{4}S_{\triangle AOM}=\frac{1}{4}\times 6=\frac{3}{2}$，

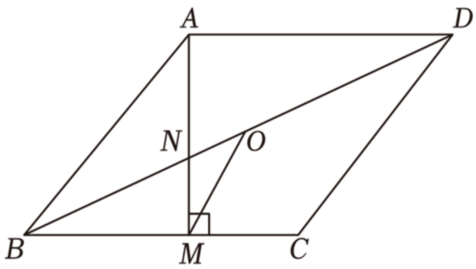
$\therefore S_{\triangle ABE}=3S_{\triangle ODE}=3\times\frac{3}{2}=4.5$，

故选：A．



【点评】本题考查反比例函数系数 k 的几何意义，掌握反比例函数系数 k 的几何意义，相似三角形的性质是正确解答的关键．

9．（3 分）如图，菱形 $ABCD$ 中，点 O 是 BD 的中点，$AM\perp BC$，垂足为 M，AM 交 BD 于点 N，$OM=2$，$BD=8$，则 MN 的长为（　　）



A．$\sqrt{5}$　　　　B．$\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　　　C．$\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【分析】先由菱形性质可得对角线 AC 与 BD 交于点 O，由直角三角形斜边中线等于斜边一半可得 $OA=OC=OM=2$，进而由菱形对角线求出边长，由 $\sin\angle MAC=\sin\angle OBC=\frac{\sqrt{5}}{5}$解三角形即可求出 $MC=AC\sin\angle MAC=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，$MN=BM\tan\angle OBC=\frac{3\sqrt{5}}{5}$．

【解答】解：连接 AC，如图，

$\because$菱形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 互相垂直平分，

又$\because$点 O 是 BD 的中点，

$\therefore A$、O、C 三点在同一直线上，

$\therefore OA=OC$，

$\because OM=2$，$AM\perp BC$，

$\therefore OA=OC=OM=2$，

$\because BD=8$，

$\therefore OB=OD=\frac{1}{2}BD=4$，

$\therefore BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，$\tan\angle OBC=\frac{OC}{OB}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

$\because \angle ACM+\angle MAC=90°$，$\angle ACM+\angle OBC=90°$，

$\therefore \angle MAC=\angle OBC$

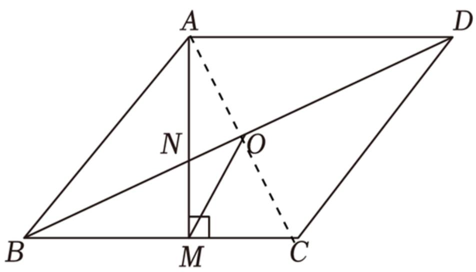
$\therefore \sin\angle MAC=\sin\angle OBC=\frac{OC}{BC}=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore MC=AC\sin\angle MAC=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore BM=BC-MC=2\sqrt{5}-\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore MN=BM\tan\angle OBC=\frac{6\sqrt{5}}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

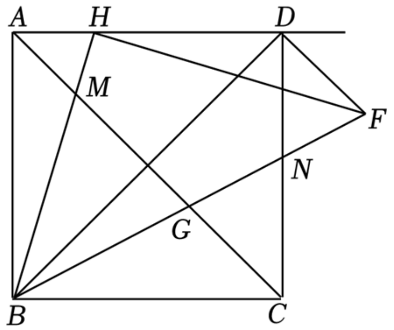
故选：C．



【点评】本题考查了解直角三角形，菱形的性质、直角三角形斜边中线等于斜边一半．熟练掌握各知识点是解题的关键．

10．（3 分）如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 H 在 AD 边上（不与点 A、D 重合），$\angle BHF=90°$，HF 交正方形外角的平分线 DF 于点 F，连接 AC 交 BH 于点 M，连接 BF 交 AC 于点 G，交 CD 于点 N，连接 BD．则下列结论：

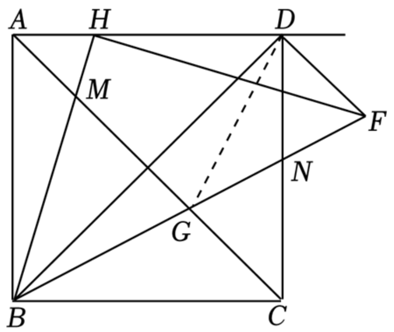
①$\angle HBF=45°$；②点 G 是 BF 的中点；③若点 H 是 AD 的中点，则 $\sin\angle NBC=\frac{\sqrt{10}}{10}$；④$BN=\sqrt{2}BM$；⑤若 $AH=\frac{1}{2}HD$，则 $S_{\triangle BND}=\frac{11}{2}S_{\triangle AHM}$．其中正确的结论是（　　）



A．①②③④　　B．①③⑤　　C．①②④⑤　　D．①②③④⑤

【分析】连接 DG，可得$\frac{BD}{AB}=\sqrt{2}$，AC 垂直平分 BD，先证明点 B、H、D、F 四点共圆，即可判断①；根据 AC 垂直平分 BD，结合互余可证明 $DG=FG$，即有 $DG=FG=BG$，则可判断②正确；证明△ABM∽△DBN，即有$\frac{BN}{BM}=\frac{BD}{AB}=\sqrt{2}$，可判断④；根据相似有$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle DBN}}=(\frac{AB}{BD})^2=\frac{1}{2}$，根据 $AH=\frac{1}{2}HD$可得 $3AH=AD$，再证明△AHM - △CBM，可得$\frac{S_{\triangle AHM}}{S_{\triangle ABM}}=\frac{HM}{BM}=\frac{1}{3}$，即可判断⑤；根据点 H 是 AD 的中点，设 $AD=2$，即求出 $BH=\sqrt{AH^2+AB^2}=\sqrt{5}$，同理可证明△$AHM$∽△$CBM$，可得 $BM=\frac{2}{3}BH=\frac{2}{3}\sqrt{5}$，即可得 $BN=\sqrt{2}BM=\frac{2}{3}\sqrt{10}$，进而可判断③．

【解答】解：连接 DG，如图，



∵四边形 $ABCD$ 是正方形，$\angle BDC=\angle BAC=\angle ADB=45°$，$\frac{BD}{AB}=\sqrt{2}$，$\angle BAD=\angle ADC=90°$，$AC$ 垂直平分 BD，

∴$\angle CDP=90°$，

∵DF 平分$\angle CDP$，

∴$\angle CDF=\frac{1}{2}\angle CDP=45°=\angle CDB$，

∴$\angle BDF=\angle CDF+\angle CDB=90°$，$\angle BHF=90°=\angle BDF$，

∴点 B、H、D、F 四点共圆，

∴$\angle HFB=\angle HDB=45°$，$\angle DHF=\angle DBF$，

∴$\angle HBF=180°-\angle HFB-\angle FHB=45°$，故①正确，

∵AC 垂直平分 BD，

∴$BG=DG$，

∴$\angle BDG=\angle DBG$，

∵$\angle BDF=90°$，

∴$\angle BDG+\angle GDF=90°=\angle DBG+\angle DFG$，

∴$\angle GDF=\angle DFG$，

∴$DG=FG$，

∴$DG=FG=BG$，

∴点 G 是 BF 的中点，故②正确，

∵$\angle BHF=90°=\angle BAH$，

∴$\angle AHB+\angle DHF=90°=\angle AHB+\angle ABH$，

∴$\angle DHF=\angle ABH$，

∵$\angle DHF=\angle DBF$，

∴$\angle ABH=\angle DBF$，

又∵$\angle BAC=\angle DBC=45°$，

∴$\triangle ABM\backsim\triangle DBN$，

∴$\frac{BN}{BM}=\frac{BD}{AB}=\sqrt{2}$，

∴$BN=\sqrt{2}BM$，故④正确，

∴$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle DBN}}=(\frac{AB}{BD})^2=\frac{1}{2}$，

若 $AH=\frac{1}{2}HD$，则 $AH=\frac{1}{2}HD=\frac{1}{2}(AD-AH)$，

∴$3AH=AD$，

∴$\frac{AH}{AD}=\frac{1}{3}$，即 $\frac{AH}{BC}=\frac{AH}{AD}=\frac{1}{3}$，

∵$AD\parallel DC$，

∴$\triangle AHM\backsim\triangle CBM$，

∴$\frac{HM}{BM}=\frac{AH}{BC}=\frac{1}{3}$，

$\therefore \frac{S_{\triangle AHM}}{S_{\triangle ABM}}=\frac{HM}{BM}=\frac{1}{3}$,

$\therefore S_{\triangle ABM}=3S_{\triangle AHM}$,

$\therefore \frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle DBN}}=\frac{1}{2}$,

$\therefore S_{\triangle BND}=2S_{\triangle ABM}=6S_{\triangle AHM}$，故⑤错误，

如图，③若点 H 是 AD 的中点，

设 $AD=2$，即 $AB=BC=AD=2$，

$\therefore AH=\frac{1}{2}AD=1$，

$\therefore BH=\sqrt{AH^2+AB^2}=\sqrt{5}$，

同理可证明$\triangle AHM\backsim\triangle CBM$，

$\therefore \frac{HM}{BM}=\frac{AH}{BC}=\frac{1}{2}$，$\frac{HM+BM}{BM}=\frac{3}{2}=\frac{BH}{BM}$ $BM=\frac{2}{3}BH=\frac{2}{3}\sqrt{5}$，

$\because BN=\sqrt{2}BM$，

$\therefore BN=\sqrt{2}BM=\frac{2}{3}\sqrt{10}$，

$\because BC=2$，

在 Rt$\triangle BNC$ 中，$NC=\sqrt{BN^2-BC^2}=\frac{2}{3}$ $\sin\angle NBC=\frac{NC}{BN}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，故③正确，则正确的有：①②③④，

故选：A.

【点评】本题考查了正方形的性质，相似三角形的判定与性质，正弦，圆周角定理以及勾股定理等知识，证明点 B、H、D、F 四点共圆，$\triangle ABM\backsim\triangle DBN$，是解答本题的关键．

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

11．（3 分）国家统计局公布数据显示，2023 年我国粮食总产量是 13908 亿斤，将 13908 亿用科学记数法表示为 $\underline{\quad 1.3908\times10^{12}\quad}$．

【分析】将一个数表示成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，这种记数方法叫做科学记数法，据此即可求得答案．

【解答】解：13908 亿$=1390800000000=1.3908\times10^{12}$，

故答案为：1.3908×10^{12}．

【点评】本题考查科学记数法表示较大的数，熟练掌握其定义是解题的关键．

12．（3 分）在函数 $y=\frac{\sqrt{x-3}}{x+2}$中，自变量 x 的取值范围是 <u> $x\geqslant3$ </u>．

【分析】由题意可得 $x-3\geqslant0$ 且 $x+2\neq0$，解得 x 的取值范围即可．

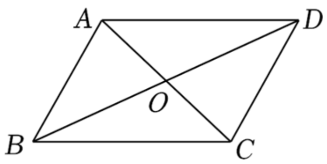
【解答】解：由题意可得 $x-3\geqslant0$ 且 $x+2\neq0$，

解得：$x\geqslant3$，

故答案为：$x\geqslant3$．

【点评】本题考查函数自变量的取值范围，结合已知条件列得正确的不等式是解题的关键．

13．（3 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，请添加一个条件 <u> $AC=BD$（答案不唯一） </u>，使得菱形 $ABCD$ 为正方形．



【分析】根据正方形的判定定理得到结论．

【解答】解：添加 $AC=BD$，

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$AC=BD$，

∴菱形 $ABCD$ 为正方形．

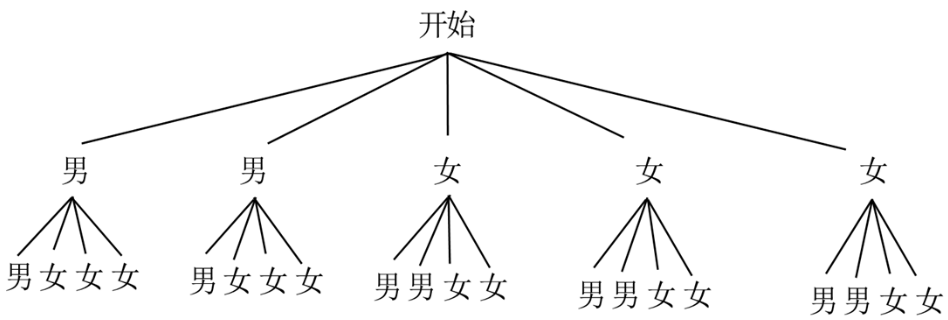
故答案为：$AC=BD$（答案不唯一）．

【点评】本题考查了正方形的判定，菱形的性质，熟练掌握正方形的判定定理是解题的关键．

14．（3 分）七年一班要从 2 名男生和 3 名女生中选择两名学生参加朗诵比赛，恰好选择 1 名男生和 1 名女生的概率是 <u> $\frac{3}{5}$ </u>．

【分析】画树状图得出所有等可能的结果数和所选的 2 人恰好是 1 名男生和 1 名女生的结果数，再利用概率公式可得出答案．

【解答】解：画树状图如下：



共有 20 种等可能的结果，其中所选的 2 人恰好是 1 名男生和 1 名女生的结果有 12 种，

∴所选的 2 人恰好是 1 名男生和 1 名女生的概率为$\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/137120056063006145