

专题 25.1 概率初步

目录

事件概念的识别与判定.....	1
概率的意义	2
用古典概率求随机事件的概率.....	3
用几何概率求随机事件的概率.....	4
与其它知识点的综合	5
两步实验的概率	7
概率综合运用.....	8
游戏的公平性	12
三步实验的概率.....	16
频率与概率之间的关系	18
用频率估计概率.....	21

事件概念的识别与判定

- 1 必然事件：有些事情我们事先肯定它一定发生，这些事情称为必然事件.

2 不可能事件： 有些事情我们事先肯定它一定不会发生，这些事情称为不可能事件.

3 不确定事件： 许多事情我们无法确定它会不会发生，称为不确定事件（又叫随机事件）

【例1】下列事件是必然事件的是（ ）

- A. 下个月 1 号会下雨
- B. 从一副扑克牌中随机抽取一张，抽到红桃
- C. 平分弦的直径垂直于弦
- D. 13 个人中至少有 2 人生日在同一个月

【变式训练1】下列判断正确的是（ ）

- A. 天气预报说“明天的降水概率为 60%”，则表示明天有 60% 的时间都在降雨
- B. 掷一枚硬币正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$ ，则表明掷硬币 8 次，一定有 4 次正面朝上
- C. “篮球队员在罚球线上投篮一次，投中”为必然事件
- D. 若 a 是实数，则 $|a| \geq 0$

【变式训练2】下列事件是随机事件的是()

- A. 画一个三角形, 其内角和是 360°
- B. 在只装了红球的不透明袋子里摸出一个球, 是红球
- C. 一个菱形的对角线互相垂直
- D. 同位角相等

【变式训练3】下列事件中, 属于不可能事件的是()

- A. a 是实数, 则 $|a| \geq 0$
- B. 一匹马奔跑的速度是每秒 100 米
- C. 任意一个三角形都有外接圆
- D. 抛掷一枚骰子, 朝上面的点数是 6

概率的意义

事件发生的可能性

(1) 必然事件发生的可能性是 1 (或 100%);

因为必然事件一定发生, 所以其可能性为 100%, 一般用 1 表示.

(2) 不可能事件发生的可能性是 0;

因为不可能事件一定不发生, 所以其发生的可能性为 0.

(3) 不确定事件发生的可能性大于 0 且小于 1;

因为不确定事件有可能发生, 也有可能不发生.

【例2】天气预报显示“上海明天下雨的概率为 85%”. 下列说法中, 正确的是()

- A. 上海明天将有 85% 的时间下雨
- B. 上海明天将有 85% 的地区下雨
- C. 上海明天下雨的可能性很大
- D. 上海明天下雨的可能性很小

【变式训练1】关于“明天是晴天的概率为 90%”, 下列说法正确的是()

- A. 明天一定是晴天
- B. 明天一定不是晴天
- C. 明天 90% 的地方是晴天
- D. 明天是晴天的可能性很大

【变式训练2】已知抛一枚均匀硬币正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$ ，下列说法错误的是()

- A. 通过抛一枚均匀硬币确定篮球赛中谁先发球是公平的
- B. 大量重复抛一枚均匀硬币，出现正面朝上的频率稳定于 $\frac{1}{2}$
- C. 连续抛一枚均匀硬币 10 次可能都是正面朝上
- D. 连续抛一枚均匀硬币 2 次必有 1 次正面朝上

【变式训练3】下列说法正确的是()

- A. 某同学连续投掷一枚质地均匀的硬币 5 次，有 3 次正面朝上，因此正面朝上的概率为 $\frac{3}{5}$
- B. 50 个人中一定有两人生日相同
- C. 甲、乙射击命中目标的概率分别是 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ ，则甲、乙各射击一次命中目标的概率为 $\frac{1}{6}$
- D. 13 个人中有两个人生肖相同的概率为 1

用古典概率求随机事件的概率

一般地，如果一个试验有 n 个等可能的结果，事件 A 包含其中的 m 个结果，那么事件 A 发生的概率为 $P(A) = \frac{m}{n}$.

【例3】任意抛掷一枚均匀的骰子，结果朝上一面的点数为 2 的倍数的概率是()

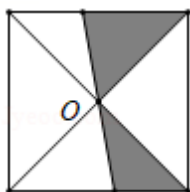
- A. $\frac{1}{6}$
- B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{1}{2}$

【变式训练1】在一个不透明的袋子里，装有 3 个红球、1 个白球，它们除颜色外都相同，从袋中任意摸出一个球为红球的概率是()

- A. $\frac{3}{4}$
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{3}$
- D. $\frac{1}{4}$

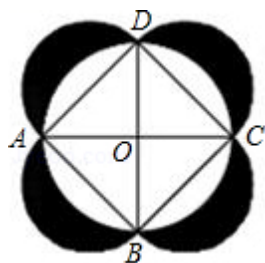
【变式训练2】在某市组织的物理实验操作考试中，考试所用实验室共有 24 个测试位，分成 6 组，同组 4 个测试位各有一道相同试题，各组的试题不同，分别标记为 A ， B ， C ， D ， E ， F ，考生从中随机抽取一道试题，则某个考生抽到试题 A 的概率为()

【变式训练2】一只蚂蚁在如图所示的正方形地砖上爬行，蚂蚁停留在阴影部分的概率为()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

【变式训练3】已知 $\odot O$ 的两条直径 AC ， BD 互相垂直，分别以 AB ， BC ， CD ， DA 为直径向外作半圆得到如图所示的图形，现随机地向该图形内掷一枚小针，记针尖落在阴影区域内的概率为 P_1 ，针尖落在 $\odot O$ 内的概率为 P_2 ，则 $\frac{P_1}{P_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.



与其它知识点的综合

【例5】在六张卡片上分别写有 $\sqrt{3}$ ， $\frac{22}{7}$ ，3.1415， π ，0， $\sqrt{2\frac{1}{4}}$ 六个数，从中随机抽取一张，卡片上的数为无理数的概率是()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{6}$

【变式训练1】从 -1，1，2 三个数中任取一个，作为二次函数 $y=kx^2+3$ 的 k 值，则所得函数中，当 $x<0$ 时， y 随 x 的增大而增大的概率是()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{3}{4}$

【变式训练2】2022 年央视春晚节目中，精彩魔术《迎春纳福》给大家留下了深刻印象，春晚带火了魔方现将六个面都涂有颜色的魔方按如图所示方式分割成 27 个大小相同的小正方体，并将它们全部放入一个不透明盒子中摇匀，随机取出一个小正方体，则该小正方体有三个面涂有颜色的概率为()



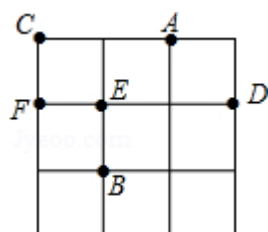
A. $\frac{20}{27}$

B. $\frac{16}{27}$

C. $\frac{4}{9}$

D. $\frac{8}{27}$

【变式训练3】如图，在 3×3 的方格中， A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 分别位于格点上，从 C 、 D 、 E 、 F 四点中任取一点，与点 A 、 B 为顶点作三角形，则所作三角形为等腰三角形的概率是_____.



【例6】如图是计算机“扫雷”游戏的画面，在 9×9 个小方格的雷区中，随机地埋藏着 20 颗地雷，每个小方格最多能埋藏 1 颗地雷。小林和小艾轮流点击，小林先点一个小方格，显示数字 2，它表示围着数字 2 的 8 个方块中埋藏着 2 颗地雷（包含数字 2 的黑框区域记为 A ）。

(1) 若小艾在区域 A 内围着数字 2 的 8 个方块中任点一个，未踩中地雷的概率是多少？

(2) 现在小艾点击了右下角的一个方格，出现了数字 1（包含数字 1 的黑框区域记为 B ），轮到小林点击，若小林打算在区域 A 和区域 B 中任点一个未点击的方块，从安全的角度考虑，他应该选择哪个区域？说明理由。



【变式训练1】如图是扫雷游戏的一部分：（说明：图中数字2表示在以该数字为中心相邻的8个方格中有2个地雷）。小旗表示该方格已被探明有地雷，现在还剩下 A ， B ， C 三个方格未被探明，其他地方为安全区（包括有数字的方格）。

（1）现在还剩下几个地雷？

（2） A ， B ， C 三个方格中有地雷的概率分别是多大？

A	B	C	⚑
	2	2	

两步实验的概率

1.直接列举法求概率

当一次试验中,可能出现的结果是有限个,并且各种结果发生的可能性相等时,通常采用直接列举法。

2.列表法求概率

当一次试验要设计两个因素, 并且可能出现的结果数目较多时, 为了不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用列表法。

3.树状图法求概率

当一次试验要设计三个或更多的因素时, 用列表法就不方便了, 为了不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树状图法求概率。

【例7】将4张分别写着“强”“国”“有”“我”的卡片（卡片的形状、大小、质地都相同）放在盒子中，搅匀后从中随机取出2张卡片，则取出的2张卡片中，恰好组成“强国”的概率为()

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

【变式训练1】随机从1, 2, 3, 4中任取两个不同的数，分别记为 a 和 b ，则 $a+b>4$ 的概率是()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{5}{6}$

【变式训练2】某班级计划举办手抄报展览，确定了“5G时代”、“北斗卫星”、“高铁速度”三个主题，若小明和小亮每人随机选择其中一个主题，则他们恰好选择同一个主题的概率是()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

【变式训练3】某校开展岗位体验劳动教育活动，设置了“安全小卫士”“环保小卫士”“图书管理小卫士”“宿舍管理小卫士”共四个岗位，每个岗位体验人数不限且每位同学只能从中随机选择一个岗位进行体验. 甲、乙两名同学都参加了此项活动，则这两名同学恰好在同一岗位体验的概率为()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{16}$

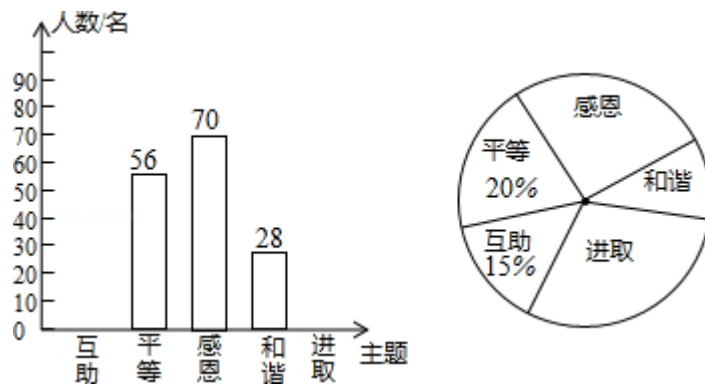
概率综合运用

【例8】佛山是珠江三角洲的“美食之乡”，粤菜发源地之一. 某学校要举行“我为佛山美食代言”的宣讲活动，主要介绍佛山的民间特色食品，已知学校给定了4个极具特色的主题： A . 双皮奶， B . 盲公饼， C . 大良蹦砂， D . 佛山九层糕，参加的选手从这四个主题中随机抽取一个进行宣讲，小明和小红都参加了这项活动.

(1) 小明抽中“大良蹦砂”的概率是 _____；

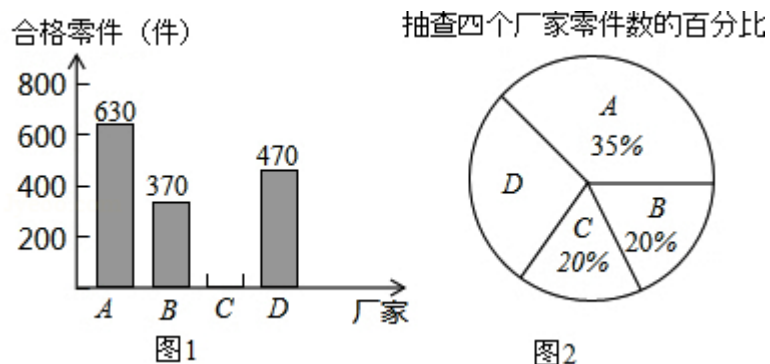
(2) 请用列表法或树状图法中的一种方法，求小明和小红抽中同一个主题的概率.

【变式训练1】某校开展了“互助、平等、感恩、和谐、进取”主题班会活动，活动后，就活动的5个主题进行了抽样调查（每位同学只选最关注的一个），根据调查结果绘制了两幅不完整的统计图．根据图中提供的信息，解答下列问题：



- (1) 这次调查的学生共有多少名？
- (2) 请将条形统计图补充完整，并在扇形统计图中计算出“进取”所对应的圆心角的度数．
- (3) 如果要在这5个主题中任选两个进行调查，根据(2)中调查结果，用树状图或列表法，求恰好选到学生关注最多的两个主题的概率（将互助、平等、感恩、和谐、进取依次记为 A 、 B 、 C 、 D 、 E ）．

【变式训练2】为响应国家的“一带一路”经济发展战略，树立品牌意识，我市质检部门对 A 、 B 、 C 、 D 四个厂家生产的同种型号的零件共 2000 件进行合格率检测，通过检测得出 C 厂家的合格率为 95%，并根据检测数据绘制了如图 1、图 2 两幅不完整的统计图.



- (1) 抽查 D 厂家的零件为_____件，扇形统计图中 D 厂家对应的圆心角为_____；
- (2) 抽查 C 厂家的合格零件为_____件，并将图 1 补充完整；
- (3) 通过计算说明合格率排在前两名的是哪两个厂家；
- (4) 若要从 A 、 B 、 C 、 D 四个厂家中，随机抽取两个厂家参加德国工业产品博览会，请用“列表法”或“画树形图”的方法求出 (3) 中两个厂家同时被选中的概率.

【变式训练3】某学校为了增强学生体质，决定开设以下体育课外活动项目： A 篮球、 B 乒乓球、 C 跳绳、 D 踢毽子，为了解学生最喜欢哪一种活动项目，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成了两幅不完整的统计图，请回答下列问题：

(1) 这次被调查的学生共有 _____人；

(2) 请你将条形统计图补充完成；

(3) 在平时的乒乓球项目训练中，甲、乙、丙、丁四人表现优秀，现决定从这四名同学中任选两名参加乒乓球比赛，求恰好选中甲、乙两位同学的概率（用树状图或列表法解答）.

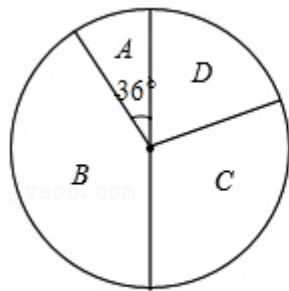


图1

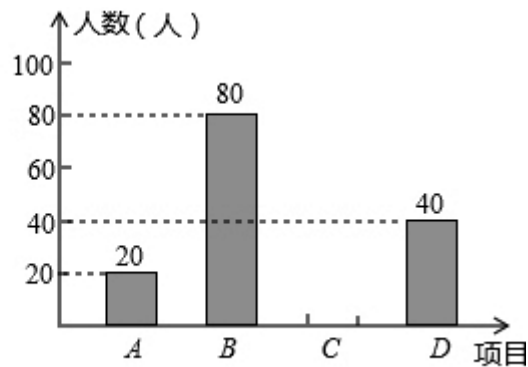


图 2

游戏的公平性

【例9】现有 A 、 B 两个不透明袋子，分别装有 3 个除颜色外完全相同的小球．其中， A 袋装有 2 个白球，1 个红球； B 袋装有 2 个红球，1 个白球．

(1) 将 A 袋摇匀，然后从 A 袋中随机取出一个小球，求摸出小球是白色的概率；

(2) 小华和小林商定了一个游戏规则：从摇匀后的 A ， B 两袋中随机摸出一个小球，摸出的这两个小球，若颜色相同，则小林获胜；若颜色不同，则小华获胜．请用列表法或画出树状图的方法说明这个游戏规则对双方是否公平．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/137146014013010012>