

# 2022-2023 学年河南省开封市普通高校对口 单招数学自考模拟考试(含答案)

班级:\_\_\_\_\_ 姓名:\_\_\_\_\_ 考号:\_\_\_\_\_

## 一、单选题(10题)

1.已知  $a=(1, 2)$ , 则  $2a=()$

A.(1,2) B.(2,4) C.(2,1) D.(4,2)

2. 对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 都有  $x^2 \geq 0$  的否定为 ( )

A.存在  $x_0 \in \mathbb{R}$ , 使得  $x_0^2 < 0$

B.对任意  $x \in \mathbb{R}$ , 都有  $x^2 < 0$

C.存在  $x_0 \in \mathbb{R}$ , 使得  $x_0^2 \geq 0$

D.不存在  $x \in \mathbb{R}$ , 使得  $x^2 < 0$

3.已知集合  $M=\{1, 2, 3, 4\}$  以  $N=\{-2, 2\}$ , 下列结论成立的是 ( )

A.N 包含于 M B. $M \cup N=M$  C. $M \cap N=N$  D. $M \cap N=\{2\}$

4.

某篮球运动员在一个赛季中参加的各项比赛得分如下: 13, 23, 27, 14, 25, 16, 33, 9, 25, 则该运动员得分的中位数为

为

A.23 B.24 C.25 D.26

5.

$$\text{设 } f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}, \text{ 则 } f\left(\frac{2}{3}\right) =$$

A.2 B.1 C.1/2

6.若直线  $x-y+1=0$  与圆  $(x-a)^2+y^2=2$  有公共点，则实数  $a$  取值范围是

( )

A. $[-3, -1]$  B. $[-1, 3]$  C. $[-3, 1]$  D. $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$

7.椭圆  $x^2/2+y^2=1$  的焦距为 ( )

A.1

B.2

C.3

D.

$$\sqrt{3}$$

8.已知甲、乙、丙 3 类产品共 1200 件，且甲、乙、丙 3 类产品的数量之比为 3:4:5 现采用分层抽样的方法从中抽取 60 件，则乙类产品抽取的件数是 ( )

A.20 B.21 C.25 D.40

9.已知向量  $a=(1, 1)$ ， $b=(2, x)$ ，若  $a+b$  与  $4b-2a$  平行，则实数  $x$  的值是 ( )

A.-2 B.0 C.2 D.1

10.在等差数列  $\{a_n\}$  中，若  $a_2=3$ ， $a_5=9$ ，则其前 6 项和  $S_6=()$

A.12 B.24 C.36 D.48

## 二、填空题(10题)

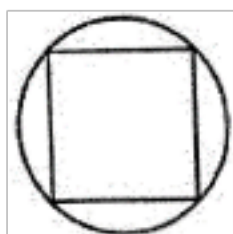
11.椭圆  $9x^2+16y^2=144$  的短轴长等于\_。

12.双曲线  $x^2/4-y^2/3=1$  的虚轴长为\_\_\_\_\_.

13.已知点 A (5, -3) B (1, 5)  $\vec{AP} = \frac{3}{4}\vec{AB}$ , 则点 P 的坐标是\_\_\_\_\_.

14. 双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$  的渐近线方程是  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15.如图所示，某人向圆内投镖，如果他每次都投入圆内，那么他投中正方形区域的概率为\_\_\_\_\_。



16.若长方体的长、宽、高分别为 1, 2, 则,其对角线长为\_。

17.化简  $1+2\cos^2\alpha - \cos 2\alpha$

18.  $(2x - \frac{1}{x^2})^7$  展开式中,  $x^4$  的二项式系数是\_\_\_\_\_.

19. 某田径队有男运动员 30 人, 女运动员 10 人. 用分层抽样的方法从中抽出一个容量为 20 的样本, 则抽出的女运动员有\_\_\_\_\_人.

20. 已知一个正四棱柱的底面积为 16, 高为 3, 则该正四棱柱外接球的表面积为\_\_\_\_\_.

### 三、计算题(5 题)

21. 解不等式  $4 < |1 - 3x| < 7$

22. 已知函数  $y = \sqrt{3} \cos 2x + 3 \sin 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  求:

(1) 函数的值域;

(2) 函数的最小正周期。

23. 求焦点  $x$  轴上, 实半轴长为 4, 且离心率为  $3/2$  的双曲线方程.

24.有语文书 3 本，数学书 4 本，英语书 5 本，书都各不相同，要把这些书随机排在书架上.

(1) 求三种书各自都必须排在一起的排法有多少种?

(2) 求英语书不挨着排的概率  $P$ 。

25.甲、乙两人进行投篮训练，已知甲投球命中的概率是  $1/2$ ，乙投球命中的概率是  $3/5$ ，且两人投球命中与否相互之间没有影响.

(1) 若两人各投球 1 次，求恰有 1 人命中的概率；

(2) 若两人各投球 2 次，求这 4 次投球中至少有 1 次命中的概率.

#### 四、简答题(10题)

26.求过点  $P(2, 3)$  且被两条直线  $l_1: 3x+4y-7=0$ ， $l_2: 3x+4y+8=0$  所截得的线段长为  $3\sqrt{2}$  的直线方程。

27.简化 
$$\frac{4\cos^2\alpha}{\cot\frac{\alpha}{2}-\tan\frac{\alpha}{2}}$$

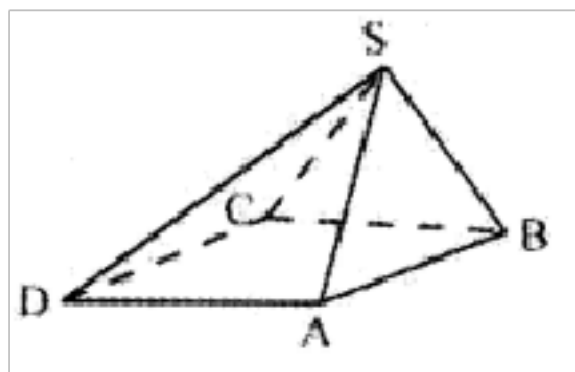
28.求证 
$$\frac{1+\sin 2\theta}{\sin \theta+\cos \theta}=\sin \theta+\cos \theta$$



29. 设抛物线  $y^2=4x$  与直线  $y=2x+b$  相交 A, B 于两点, 弦 AB 长  $2\sqrt{5}$ , 求 b 的值

30. 四棱锥 S-ABCD 中, 底面 ABOD 为平行四边形, 侧面 SBC  $\perp$  底面 ABCD

(1) 证明:  $SA \perp BC$



31. 某篮球运动员进行投篮测验, 每次投中的概率是 0.9, 假设每次投篮之间没有影响

(1) 求该运动员投篮三次都投中的概率

(2) 求该运动员投篮三次至少一次投中的概率

32. 已知  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , 求  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$  的值.

33. 已知函数  $f(x) = \sqrt{1-a^x}$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ), 且  $f(-1) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(1) 求 a 的值;

(2) 求  $f(x)$  函数的定义域及值域.

34. 在抛物线  $y^2=12x$  上有一弦（两端点在抛物线上的线段）被点  $M$

(1, 2) 平分.

(1) 求这条弦所在的直线方程;

(2) 求这条弦的长度.

35. 在 1, 2, 3 三个数字组成无重复数字的所有三位数中, 随机抽取一个数, 求:

(1) 此三位数是偶数的概率;

(2) 此三位数中奇数相邻的概率.

五、解答题(10题)

36. 已知圆  $C:(x-1)^2+y^2=9$  内有一点  $P(2,2)$ , 过点  $P$  作直线  $l$  交圆  $C$  于  $A$ 、 $B$  两点.

(1) 当直线  $l$  过圆心  $C$  时, 求直线  $l$  的方程;

(2) 当直线  $l$  的倾斜角为  $45^\circ$  时, 求弦  $AB$  的长.

37. 已知函数  $f(x) = 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x - 1$ ;

(1)  $f(\pi/6)$  的值;

(2) 求函数  $f(x)$  的最小正周期和单调递增区间.

38.

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 角  $\alpha, \beta$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ) 的顶点与原点  $O$  重合, 始边与  $x$  轴的正半轴重合, 终边分别与单位圆交于  $A, B$  两点,  $A, B$  两点的纵坐标分别为  $\frac{5}{13}, \frac{3}{5}$ .

(I) 求  $\tan \beta$  的值; (II) 求  $\triangle AOB$  的面积.

39. 某化工厂生产的某种化工产品, 当年产量在 150 吨至 250 吨之内, 其年生产的总成本:  $y$ (万元) 与年产量  $x$ (吨) 之间的关系可近似地表示为  $y = x^2/10 - 30x + 4000$ .

(1) 当年产量为多少吨时, 每吨的平均成本最低, 并求每吨最低平均成本;

(2) 若每吨平均出厂价为 16 万元, 求年生产多少吨时, 可获得最大的年利润, 并求最大年利润.

40. 已知直线  $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$  经过椭圆  $C: x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的一个顶点  $B$  和一个焦点  $F$ .

(1) 求椭圆的离心率;

(2) 设  $P$  是椭圆  $C$  上动点, 求  $|PF| - |PB|$  的取值范围, 并求  $|PF| - |PB|$  取最小值时点  $P$  的坐标.



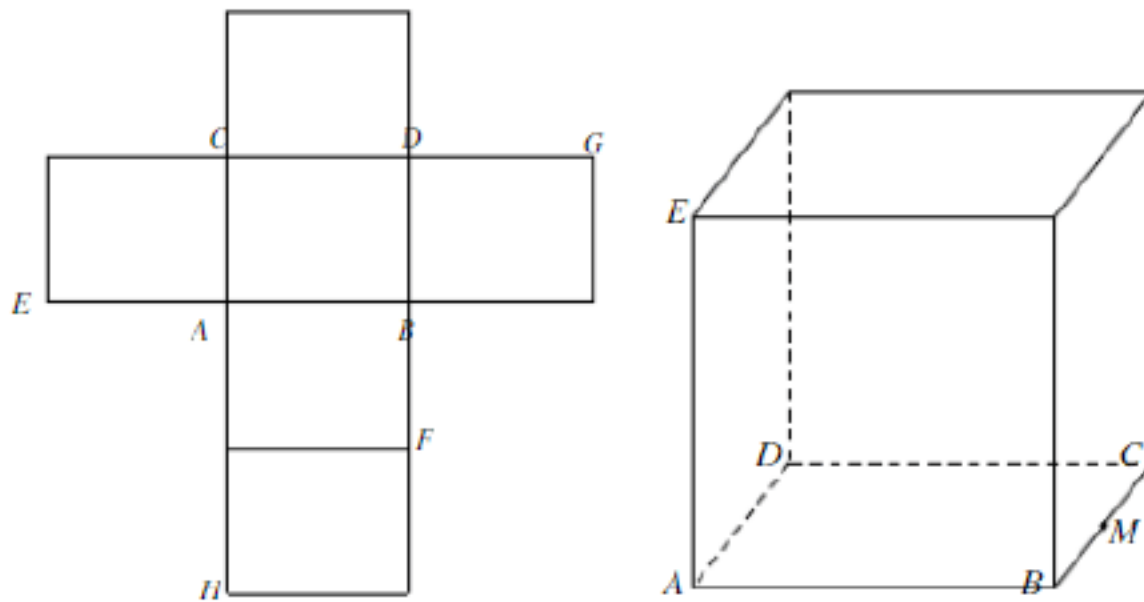
41.

一个正方体的平面展开图及该正方体的直观图的示意图如图所示，在正方体中，设  $BC$  的中点为  $M$ ， $GH$  的中点为  $N$ 。

(I) 请将字母标记在正方体相应的顶点处（不需说明理由）

(II) 证明：直线  $MN \parallel$  平面  $BDH$

(III) 求二面角  $A-EG-M$  余弦值



42.

已知函数  $f(x) = ax - \ln x$ ， $g(x) = e^{ax} + 3x$ ，其中  $a \in \mathbf{R}$ 。

〔I〕求  $f(x)$  的极值；

〔II〕若存在区间  $M$ ，使  $f(x)$  和  $g(x)$  在区间  $M$  上具有相同的单调性，求  $a$  的取值范围。

43.在锐角  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  所对的边分别是  $a, b, c$

若  $C = 45^\circ, b = 4\sqrt{5}, \sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 。

(1)求  $c$  的值；

(2)求  $\sin A$  的值。

设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = 2a_n - a_1$ ，且  $a_1, a_2 + 1, a_3$  成等差数列。

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 记数列  $\{\frac{1}{a_n}\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ ，求得使  $|T_n - 1| < \frac{1}{1000}$  成立的  $n$  的最小值。

45.已知等比数列  $\{a_n\}$ ， $a_1=2$ ， $a_4=16$ .

(1)求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2)求数列  $\{na_n\}$  的前  $n$  项和  $\{S_n\}$ .

六、单选题(0题)

46.设集合  $=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $M=\{1, 3, 5\}$ ，则  $C_U M=()$

1.B

平面向量的线性运算. $\boxed{2\vec{a}}=2(1,2)=(2,4)$ .

2.A

命题的定义.根据否定命题的定义可知命题的否定为：存在  $x_0\in\mathbf{R}$  使得

$$x_0^2<0,$$

3.D

两个集合只有一个公共元素 2,所以

4.A

5.B

6.C

直线与圆的公共点.圆 $(x-a)^2+y^2=2$  的圆心  $C(a, 0)$ 到  $x-y+1=0$

$$\begin{aligned} \text{的距离为 } d, \text{ 则 } d \leq r = \sqrt{2} &\Leftrightarrow \frac{|a+1|}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow \\ |a+1| \leq 2 &\Leftrightarrow -3 \leq a \leq 1, \text{ 故选 C.} \end{aligned}$$

7.B

椭圆的定义. $a^2=1, b^2=1, c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{2-1} = 1$  焦距  $= 2c = 2.$

8.A

分层抽样方法.采用分层抽样的方法，乙类产品抽取的件数是  
 $60 \times 4/3+4+5=20.$

9.C

$$\begin{aligned} \therefore \vec{a} &= (1, 1), \vec{b} = (2, x), \\ \therefore \vec{a} + \vec{b} &= (3, x+1), 4\vec{b} - 2\vec{a}, \\ &= (6, 4x-2) \\ \text{由于 } \vec{a} + \vec{b} &\text{ 与 } 4\vec{b} - 2\vec{a} \text{ 平行,} \\ \text{得 } 6(x+1) - 3(4x-2) &= 0, \\ \text{解得 } x &= 2. \end{aligned}$$

等差数列前  $n$  项和公式.设

$$\begin{aligned} & \text{等差数列 } \{a_n\} \text{ 的公差为 } d, \because a_2 = 3, a_5 = 9 \\ & \therefore \begin{cases} a_1 + d = 3, \\ a_1 + 4d = 9, \end{cases} \text{ 解得 } d = 2, a_1 = 1. \text{ 则其前 6 项和} \\ & S_6 = 6 + \frac{6 \times 5}{2} \times 2 = 36. \text{ 故选 C.} \end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned} & \text{将椭圆 } 9x^2 + 16y^2 = 144 \text{ 化为标准式 } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ & \therefore \text{短轴长为 } 2 \times \sqrt{\frac{144}{16}} = 2 \times \frac{12}{4} = 6 \end{aligned}$$

12.  $2\sqrt{3}$  双曲线的定义.  $b^2=3$ , 所以  $b=\sqrt{3}$ . 所以  $2b=2\sqrt{3}$ .

13.  $(2, 3)$ , 设  $P(x, y)$ ,  $AP = (x-5, y+3)$ ,  $AB = (-4, 8)$ , 所以  
 $x-5 = (-4) \times (3/4) = -3$ ; 得  $x=2$ ;  $y+3 = 8 \times (3/4) = 6$ ; 得  $y=3$ ; 所以  $P$   
 $(2, 3)$ .

14.

$$\begin{aligned} & \text{把双曲线的标准方程中的 1 换成 0 即得渐近线方程, 化简即可得到所求.} \\ & \because \text{双曲线方程为 } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{ 的, 则渐近线方程} \\ & \text{为线 } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 0, \text{ 即 } y = \pm \frac{2}{3}x, \\ & \text{故答案为 } y = \pm \frac{2}{3}x. \end{aligned}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/138000042066006134>