

专题 05 一元一次不等式

【思维导图】

◎考点题型 1 一元一次不等式的定义

概念:不等式的左右两边都是整式,只含有一个未知数并且未知数的最高次数是 1,像这样的不等式叫一元一次不等式.一元一次不等式的一般形式为: $ax+b<0$ 或 $ax+b>0(a\neq 0)$ 。

例如, $x+1>3$, $\frac{4-y}{2}>0$ 是一元一次不等式,而 $x-y>0$, $\frac{2}{x}+5\geq 3x$ 不是一元一次不等式。

例.(2023 春·八年级课时练习)下列各式中是一元一次不等式的是()

A. $2x-y\geq 0$

B. $2x^2-3x+1>0$

C. $\frac{1}{2x}>0$

D. $x-\frac{1}{3}\geq 2x$

变式 1.(2023 春·八年级课时练习)已知 $(m-1)x^{|m|}+2>6$ 是关于 x 的一元一次不等式,则 m 的值为()

A. 1

B. -1

C. 1 或 -1

D. 不确定

A. -1

B. -3

C. -2

D. -3 或 -1

变式 3.(2022 春·云南·七年级云南师范大学实验中学学校考期中)若 $(3-m)x^{|m|-2}-8<0$ 是关于 x 的一元一次不等式,则 m 的值为()

A. ± 3

B. -3

C. 3

D. 2

◎考点题型 2 解一元一次不等式

1、解一元一次不等式的一般步骤:

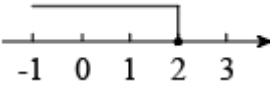
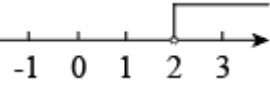
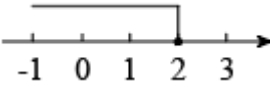
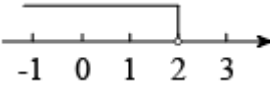
① 去分母;②去括号;③移项;④合并同类项;⑤未知数的系数化为 1

2、解一元一次方程和解一元一次不等式的区别:

	一元一次方程	一元一次不等式
解法的依据	方程得两边加(或减)同一个数	不等式两边加(或减)同一个数(或式
	(或式子),方程的解不变	子),不等号的方向不变

	方程的两边乘(或除以)同一个不为零的数,方程的解不变	不等式的两边乘(或除以)同一个正数,不等号的方向不变 不等式的两边乘(或除以)同一个负数,不等号的方向改变
解法的步骤	①去分母;②去括号;③移项;④合并同类项;⑤未知数的系数化为1	①去分母;②去括号;③移项;④合并同类项;⑤未知数的系数化为1 在步骤①和步骤⑤中,如果乘数(或除以)是负数,不等号要改变方向
解得情况	一元一次方程只有一个解	一元一次不等式可以有无数多个解

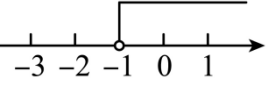
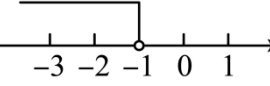
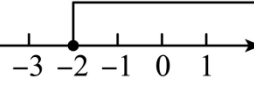
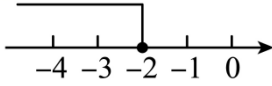
例.(2021春·江苏淮安·七年级校考期中)不等式 $-2x \geq -4$ 的解集在数轴上表示为()

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

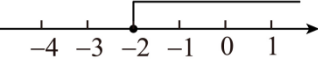
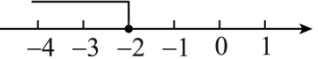
变式1.(2022秋·浙江金华·八年级校联考期中)如果不等式 $(m+1)x > m+1$ 的解集是 $x < 1$,那么 m 必须满足()

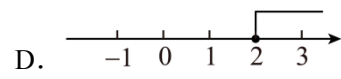
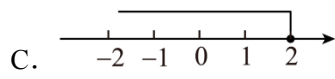
- A. $m \leq -1$ B. $m < -1$ C. $m \geq 1$ D. $m > 1$

变式2.(2022秋·吉林长春·九年级校考期末)在数轴上表示不等式 $2x-1 \leq -5$ 的解集,正确的是()

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

变式3.(2022秋·吉林长春·九年级长春市解放大路学校校考期末)不等式 $2x+4 \leq 0$ 的解集在数轴上表示为()

- A. 
- B. 



◎考点题型 3 整数解问题

例. (2023 春·八年级课时练习) 若不等式 $5(x-2)+8 < 6(x-1)+7$ 的最小整数解是方程 $2x-ax=3$ 的解, 则 a 的值为 ()

- A. $a=3.5$ B. $a=3$ C. $a=2.5$ D. $a=2$

变式 1. (2022 秋·八年级单元测试) 不等式 $-4x \geq -12$ 的正整数解为 ()

- A. 1, 2 B. 0, 1, 2 C. 1, 2, 3 D. 0, 1, 2, 3

变式 2. (2022 春·广东东莞·七年级统考期中) 不等式 $3x, 7+x$ 的非负整数解有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

变式 3. (2022 春·广西贺州·七年级统考期末) 若关于 x 的不等式 $3x-a \leq 2$ 只有 2 个正整数解, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $-7 \leq a < -4$ B. $-7 < a \leq -4$ C. $4 < a \leq 7$ D. $4 \leq a < 7$

◎考点题型 4 表示方法

1、一元一次不等式的解集的表示方法：

表示的两种形式：①用不等式表示；②用数轴表示。

下面我们讨论用数轴表示一元一次不等式解集的四种情况：

不等式的解集	数轴表示
$x > a$	
$x < a$	
$x \geq a$	
$x \leq a$	

1、用数轴表示不等式解集时要“两定”：定边界点，定方向。

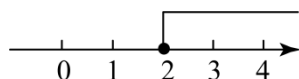
2、若符号为“ $>$ 或 $<$ ”时，边界点为空心，若符号为“ $\geq$ 或 $\leq$ ”，边界点为实心。

3、定方向时要注意“小于向左，大于向右”。

例. (2023 秋·重庆九龙坡·八年级重庆市育才中学校考期末) 不等式 $x-2 \leq 0$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

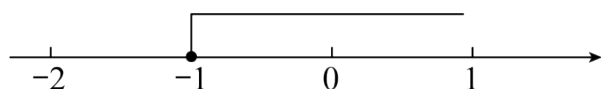


变式 1. (2023 秋·湖南益阳·八年级校联考期末) 若关于 x 的不等式 $x-m \geq -1$ 的解集如图所示, 则 m 等于 ()



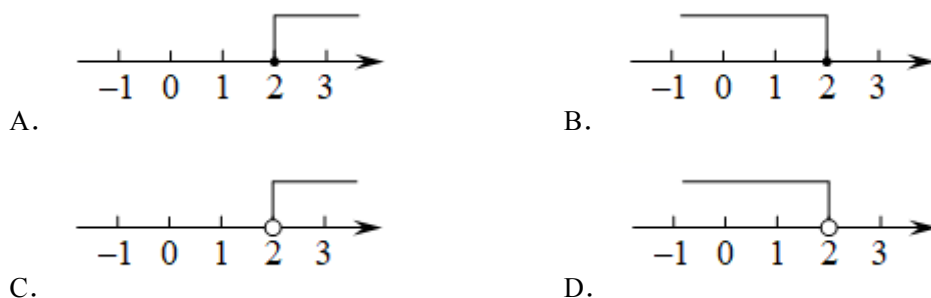
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

变式 2. (2022 春·湖南湘西·七年级统考期末) 在实数范围内规定新运算“ Δ ”, 其规则是: $a \Delta b = 2a - b$. 已知不等式 $x \Delta k \geq 1$ 的解集在数轴上如图表示, 则 k 的值是 ()



- A. -2 B. -3 C. -1 D. 0

变式 3. (2022 春·福建福州·七年级校考期中) 不等式 $-3(x-2) \leq 0$ 的解集在数轴上表示为 ()



◎考点题型 5 求不等式解的最值

例. (2023 春·八年级课时练习) 已知 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$ 是不等式 $kx + 2y \leq 4$ 的一个解, 则整数 k 的最小值为

- ()
- A. 3 B. -3 C. 4 D. -4

变式 1. (2022 春·黑龙江大庆·九年级统考期中) 已知实数 x, y, z 满足 $x+y=3, x-z=6$. 若 $x \geq -2y$, 则 $x+y+z$ 的最大值为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

变式 2. (2022 春·河南漯河·七年级统考期末) 已知二元一次方程组 $\begin{cases} x+y=3t+1 \\ x-y=3t-3 \end{cases}$, $xy \geq 2$, 则 t 的最小值是 ()

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. 0 D. $\frac{1}{6}$

变式 3. (2022·广东揭阳·校考模拟预测) 不等式 $4-2x > 0$ 的最大正整数解是 () .

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

◎考点题型 6 一元一次不等式解决实际问题

- 1)审：认真审题，分清已知量、未知量；
2)找：要抓住题中的关键字找出题中的不等关系；
3)设：设出适当的未知数；
4)列：根据题中的不等关系列出不等式；
5)解：解出所列不等式的解集；
6)答：检验是否符合题意，写出答案。

例. (2021 春·甘肃兰州·八年级校考期中) 某品牌电脑的成本为 2400 元，标价为 3150 元，如果商店要以不低于 5% 的利润销售，最低可打 () 折出售.

- A. 7 折 B. 7.5 折 C. 8 折 D. 8.5 折

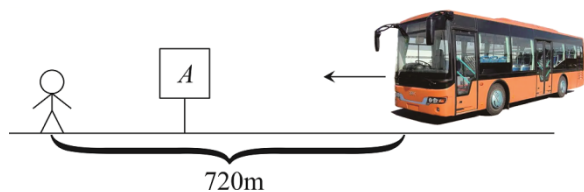
变式 1. (2023 春·八年级课时练习) 某品牌洗地机的进价为 2000 元，商店以 2400 元的价格出售. 元旦期间，商店为让利于顾客，计划以利润率不低于 10% 的价格降价出售，则该洗地机最多可降价多少元？若设洗地机可降价 x 元，则可列不等式为 ()

- A. $\frac{2400-2000-x}{2000} \geq 10\%$ B. $\frac{2400-2000-x}{2000} \leq 10\%$
C. $\frac{2400-2000-x}{2400} \geq 10\%$ D. $\frac{2400-2000-x}{2400} \leq 10\%$

变式 2. (2022 秋·浙江绍兴·八年级校考阶段练习) 某商贩去菜摊买黄瓜，他上午买了 30 千克，价格为每千克 x 元，下午，他又买了 20 千克，价格为每千克 y 元. 后来他以每千克 $\frac{x+y}{2}$ 元的价格卖完后，结果发现自己赔了钱，其原因是 ()

- A. $x < y < y$ B. $x > y$ C. $x \leq y$ D. $x \geq y$

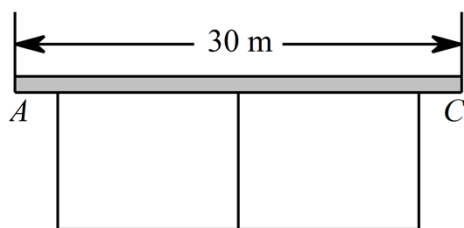
变式 3. (2022 秋·浙江杭州·八年级校考期中) 如图, 小明想到 A 站乘公交车, 发现他与公交车的距离为 720m. 假设公交车的速度是小明速度的 5 倍. 若要保证小明不会错过这辆公交车, 则小明到 A 站之间的距离最大为 ()



- A. 100m B. 120m C. 180m D. 144m

◎考点题型 7 解决几何问题

例. (2022 秋·湖南益阳·八年级校联考期末) 用长为 40 m 的铁丝围成如图所示的图形, 一边靠墙, 墙的长度 $AC = 30$ m, 要使靠墙的一边长不小于 25 m, 那么与墙垂直的一边长 x (m) 的取值范围为 ()



- A. $0 \leq x \leq 5$ B. $x \geq \frac{10}{3}$ C. $0 \leq x \leq \frac{10}{3}$ D. $\frac{10}{3} \leq x \leq 5$

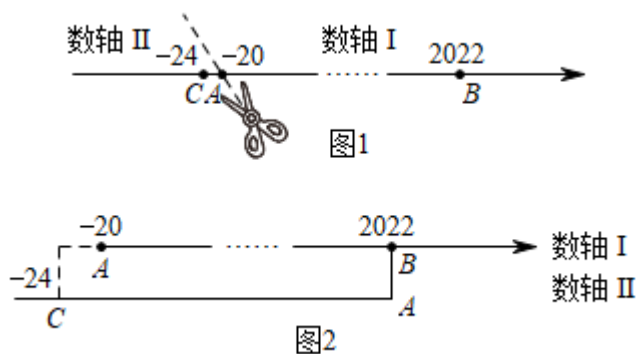
变式 1. (2022 秋·全国·八年级专题练习) 现将体积是 125 cm^3 的正方体木块锯成 8 块同样大小的小正方体木块, 准备从中选取 n 个小正方体木块, 排放在一块长方形的木板上, 已知此长方形木板的长是宽的 4 倍, 面积是 36 cm^2 , 若只排放一层, n 的最大值是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

变式 2. (2022·河北邯郸·校考三模) 2022 年北京冬季奥运会开幕式于 2022 年 2 月 4 日 20:00 在国家体育馆举行, 嘉淇利用相关数字做游戏:

- ①画一条数轴, 在数轴上用点 A , B , C 分别表示 -20, 2022, -24, 如图 1 所示;
- ②将这条数轴在点 A 处剪断, 点 A 右侧的部分称为数轴 I , 点 A 左侧的部分称为数轴 II ;
- ③平移数轴 II 使点 A 位于点 B 的正下方, 如图 2 所示;
- ④扩大数轴 II 的单位长度至原来的 k 倍, 使点 C 正上方位于数轴 I 的点 A 左侧.

则整数 k 的最小值为 ()



- A. 511 B. 510 C. 509 D. 500

变式 3. (2022 春·福建泉州·七年级校考期中) 如图, 在数轴上, 已知点 A , B 分别表示数 1 , $-2x+3$, 那么数轴上表示数 $-x+2$ 的点应落在()



- A. 点 A 的左边 B. 线段 AB 上 C. 点 B 的右边 D. 数轴的任意位置

专题 05 一元一次不等式

【思维导图】

◎考点题型 1 一元一次不等式的定义

概念:不等式的左右两边都是整式,只含有一个未知数并且未知数的最高次数是 1,像这样的不等式叫一元一次不等式.一元一次不等式的一般形式为: $ax+b < 0$ 或 $ax+b > 0 (a \neq 0)$ 。

例如, $x+1 > 3$, $\frac{4-y}{2} > 0$ 是一元一次不等式,而 $x-y > 0$, $\frac{2}{x}+5 \geq 3x$ 不是一元一次不等式。

例.(2023 春·八年级课时练习)下列各式中是一元一次不等式的是 ()

A. $2x-y \geq 0$

B. $2x^2-3x+1 > 0$

C. $\frac{1}{2x} > 0$

D. $x-\frac{1}{3} \geq 2x$

【答案】D

【分析】直接根据一元一次不等式的定义判断即可。

【详解】解: A. $2x-y \geq 0$ 含 2 个未知数,不是一元一次不等式,故不符合题意;

B. $2x^2-3x+1 > 0$ 的最高次项的系数是 2,不是一元一次不等式,故不符合题意;

C. $\frac{1}{2x} > 0$ 的分母含未知数,不是一元一次不等式,故不符合题意;

D. $x-\frac{1}{3} \geq 2x$ 是一元一次不等式,符合题意;

故选 D.

【点睛】本题考查了一元一次不等式的定义,只含有一个未知数,不等号的左右两边都是整式,并且未知数的次数都是一次,这样的不等式叫做一元一次不等式。

变式 1.(2023 春·八年级课时练习)已知 $(m-1)x^{|m|}+2 > 6$ 是关于 x 的一元一次不等式,则 m 的值为 ()

A. 1

B. -1

C. 1 或 -1

D. 不确定

【答案】B

【分析】利用一元一次不等式的定义判断即可确定出 m

的值. 含有一个未知数, 未知数的次数是 1 的不等式, 叫做一元一次不等式.

【详解】解: $\because$ 不等式 $(m-1)x^{|m|} + 2 > 6$ 是关于 x 的一元一次不等式,

$\therefore |m|=1$ 且 $m-1 \neq 0$,

解得 $m=-1$,

则 m 的值为 -1,

故选: B.

【点睛】本题考查了一元一次不等式的定义, 熟练掌握一元一次不等式的定义是解本题的关键.

变式 2. (2023 春·八年级单元测试) 若 $(m+1)x^{|m+2|} + 4 < 0$ 是关于 x 的一元一次不等式, 则 m 的值为 ()

A. -1

B. -3

C. -2

D. -3 或 -1

【答案】B

【分析】利用一元一次不等式的定义判断即可确定出 m 的值. 含有一个未知数, 未知数的次数是 1 的不等式, 叫做一元一次不等式.

【详解】解: $\because (m+1)x^{|m+2|} + 4 < 0$,

$\therefore m+1 \neq 0$ 且 $|m+2|=1$,

解得 $m=-3$.

故选: B.

【点睛】本题考查了一元一次不等式的定义, 熟练掌握一元一次不等式的定义是解本题的关键.

变式 3. (2022 春·云南·七年级云南师范大学实验中学学校考期中) 若 $(3-m)x^{|m|-2} - 8 < 0$ 是关于 x 的一元一次不等式, 则 m 的值为 ()

A. ± 3

B. -3

C. 3

D. 2

【答案】B

【分析】含有一个未知数, 且含有未知数的项的最高次数是 1, 这样的不等式是一元一次不等式, 根据定义列方程与不等式, 从而可得答案.

【详解】解: $\because (3-m)x^{|m|-2} - 8 < 0$ 是关于 x 的一元一次不等式,

$\begin{cases} 3-m \neq 0 \\ |m|-2=1 \end{cases}$, 解得: $m=-3$,

故选 B

【点睛】本题考查的是一元一次不等式的定义, 掌握“一元一次不等式的定义”是解本题的关键.

◎考点题型 2 解一元一次不等式

1、解一元一次不等式的一般步骤：

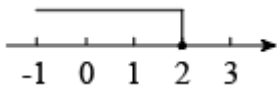
① 去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤未知数的系数化为 1

2、解一元一次方程和解一元一次不等式的区别：

	一元一次方程	一元一次不等式
解法的依据	方程得两边加（或减）同一个数（或式子），方程的解不变	不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变
	方程的两边乘（或除以）同一个不为零的数，方程的解不变	不等式的两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变
		不等式的两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变
解法的步骤	①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤未知数的系数化为 1	①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤未知数的系数化为 1
		在步骤①和步骤⑤中，如果乘数（或除以）是负数，不等号要改变方向
解得情况	一元一次方程只有一个解	一元一次不等式可以有无数多个解

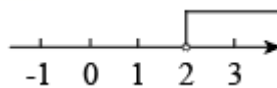
例．（2021 春·江苏淮安·七年级校考期中）不等式 $-2x \geq -4$ 的解集在数轴上表示为（ ）

A.

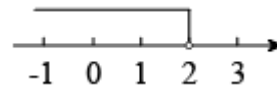


C.

B.



D.



【答案】C

【分析】先解不等式，再在数轴上表示解集即可．

【详解】解： $-2x \geq -4$ ，
系数化为 1 得， $x \leq 2$ ，

在数轴上表示为，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/138030101012006132>