

特训 02 相似三角形（解答题）



基础特训练



特训第一阶——基础特训练

一、解答题

1. 已知 $x: y: z=3: 5: 7$, 求 $\frac{2x-3y+4z}{5x+3y-2z}$ 的值.

2. 已知: 线段 a 、 b 、 c , 且 $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}=\frac{c}{5}$.

(1) 求 $\frac{a+2b}{3c}$ 的值;

(2) 如线段 a 、 b 、 c 满足 $3a-4b+5c=54$, 求 $a-2b+c$ 的值.

3. 已知四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相似, 并且点 A 与点 A_1 、点 B 与点 B_1 、点 C 与点 C_1 、点 D 与点 D_1 对应.

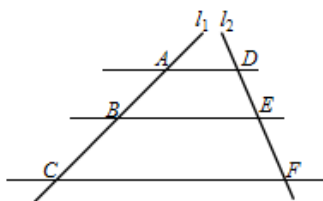
(1) 已知 $\angle A=40^\circ$, $\angle B=110^\circ$, $\angle C_1=90^\circ$, 求 $\angle D$ 的度数;

(2) 已知 $AB=9$, $CD=15$, $A_1B_1=6$, $A_1D_1=4$, $B_1C_1=8$, 求四边形 $ABCD$ 的周长.

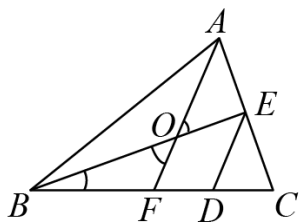
4. 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F , 且 $AB=6$, $BC=8$.

(1) 求 $\frac{DE}{DF}$ 的值;

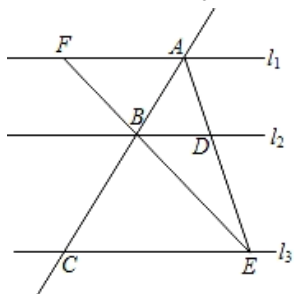
(2) 当 $AD=5$, $CF=19$ 时, 求 BE 的长.



5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, E , F 分别是 AC , BC 的中点, AF 与 BE 交于点 O , $ED \parallel AF$, 交 BC 于点 D , 求 $BO:OE$ 的值.



6. 如图, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AD=2$, $DE=4$.

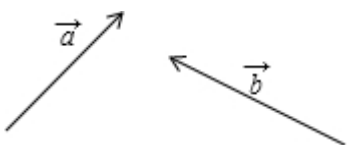


(1) $AB=3$, 求 BC ;

(2) $EF=7.5$, BE 的长.

7. 如图, 已知两个不平行的向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$. 先化简, 再求作: $\frac{5}{2}\vec{b}-\vec{a}-\frac{1}{2}(4\vec{a})$

. (不要求写作法, 但要指出图中表示结论的向量)



8. 如图. 四边形 $ABCD$ 是平行四边形: 点 E 是边 AD 的中点. AC 、 BE 相交于点 O . 设 $\vec{BA} = \vec{a}$, $\vec{CB} = \vec{b}$.

(1) 试用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\vec{BO}$; (写出必要步骤)

(2) 在图中作出 $\vec{CO}$ 在 $\vec{CB}$ 、 $\vec{CD}$ 上的分向量, 并直接用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\vec{CO}$.

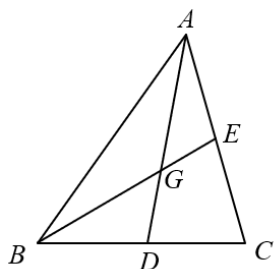
(不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并写明结论)

9. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是边 DC 、 AB 的中点, AE 、 CF 与对角线 BD 分别交于点 G 、 H , 设 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$

(1) 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 分别表示向量 $\vec{GH}$;

(2) 作出向量 $\vec{GH}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

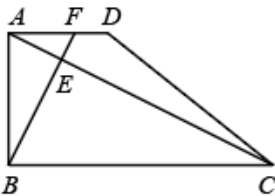
10. 如图, AD, BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, 交于点 G , 且 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$.



(1) 直接写出向量 $\vec{AG}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式, $\vec{AG} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 在图中画出向量 $\vec{BG}$ 在向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 方向上的分向量. (不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并写明结论)

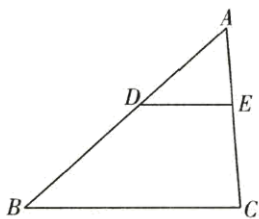
11. 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, F 是边 AD 上一点, $AF = 2DF$, BF 交 AC 于点 E , 又 $\vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{BC}$.



(1) 设 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{BF} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\vec{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 如果 $\angle ABC = 90^\circ$, $AD = 3$, $AB = 4$, 求 BE 的长.

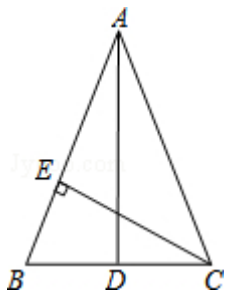
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $AD = 3$, $AE = 2$, $BD = 4$.



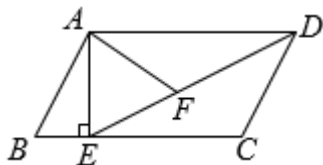
(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$;

(2) 求 EC 的长度.

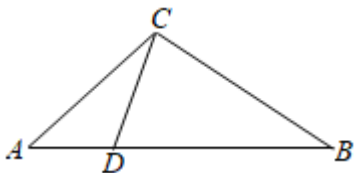
13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BD=CD$, $CE \perp AB$ 于 E . 求证: $\triangle ABD \sim \triangle CBE$.



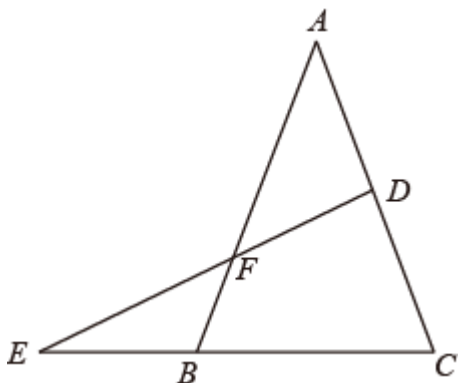
14. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 上一线, 连接 AE , 连接 DE , F 为线段 DE 上一点, 且 $\angle AFE = \angle B$. 求证: $\triangle ADF \sim \triangle DEC$;



15. 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, $AC^2 = AD \cdot AB$, 求证: $\triangle ACD \sim \triangle ABC$.



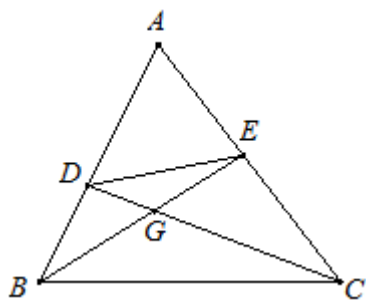
16. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 上的一点, E 为 CB 延长线上的一点, $BE = AD$, DE 交 AB 于 F . 求证: $EF \times BC = AC \times DF$



17. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $\angle ABE = \angle ACD$, BE 、 CD 交于点 G .

(1) 求证: $\triangle AED \sim \triangle ABC$;

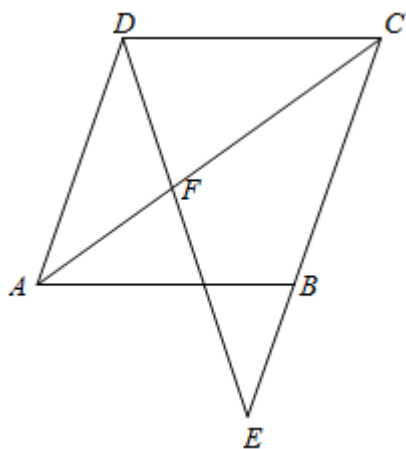
(2) 如果 BE 平分 $\angle ABC$, 求证: $DE = CE$.



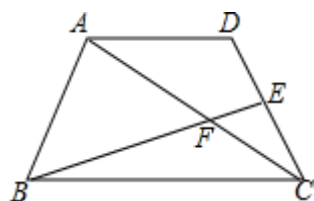
18. 如图，已知，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 为射线 CB 上一点，联结 DE 交对角线 AC 于点 F ， $\angle ADE = \angle BAC$ 。

(1) 求证： $CF \cdot CA = CB \cdot CE$ ；

(2) 如果 $AC = DE$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形。



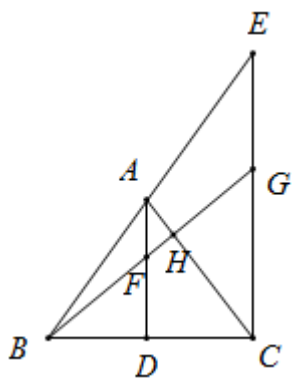
19. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ，点 E 为边 DC 的中点， BE 交 AC 于点 F 。求：



(1) $AF : FC$ 的值；

(2) $EF : BF$ 的值。

20. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 是边 BC 上的中点，过点 C 作 $CE \perp BC$ ，交 BA 的延长线于点 E ，过点 B 作 $BH \perp AC$ ，交 AD 于点 F ，交 AC 于点 H ，交 CE 于点 G 。

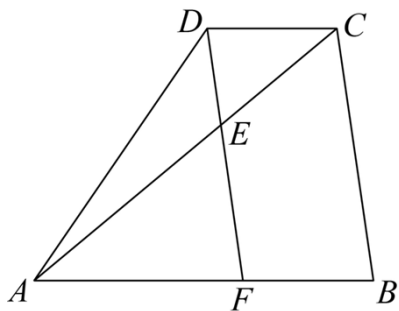


求证：

(1) $BC \cdot BH = CH \cdot EC$;

(2) $BC^2 = 4DF \cdot DA$.

21. 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，过点 D 作 $DF \parallel BC$ ，分别交 AC 、 AB 点 E 、 F ，且满足 $AB \cdot AF = DF \cdot BC$ 。



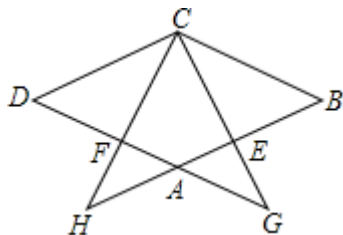
(1) 求证： $\angle AEF = \angle DAF$

(2) 求证： $\frac{AF}{AB} = \frac{DE^2}{CD^2}$

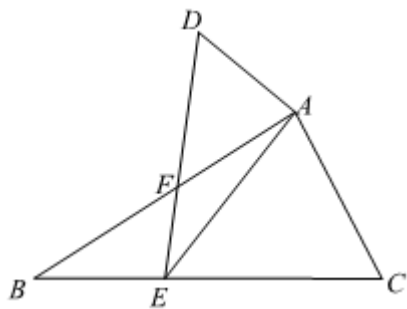
22. 已知：如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 AD 上， $BE=DF$ ， CE 的延长线交 DA 的延长线于点 G ， CF 的延长线交 BA 的延长线于点 H 。

(1) 求证： $\triangle BEC \sim \triangle BCH$;

(2) 如果 $BE^2 = AB \cdot AE$ ，求证： $AG = DF$ 。



23. 如图，已知 $\triangle ADE$ 的顶点 E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上， DE 与 AB 相交于点 F ， $\angle FEA = \angle B$ ， $\angle DAF = \angle EAC$ 。



(1) 求证： $AE^2 = AF \cdot AB$;

(2) 求证： $\frac{DF}{DE} = \frac{CE}{CB}$ 。

24. 已知：如图， $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ 。过点 B 作 AD 的垂线，垂足为 E 。过点 C 作 AD 的垂线交 AD 的延长线于点 F 。联结 CE 交 FB 的延长线于点 P ，联结 AP 。

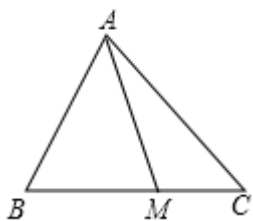
(1) 求证： $AB \cdot AF = AC \cdot AE$;

(2) 求证： $CF \parallel AP$ 。

 特训第二阶——拓展培优练

一、解答题

1. 如图, 已知点 M 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上一点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$.



(1) 当 $\frac{BM}{MC} = 2$ 时, $\vec{AM} = \underline{\hspace{2cm}}$; (用 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 表示)

(2) 当 $\vec{AM} = \frac{4}{7}\vec{a} + \frac{3}{7}\vec{b}$ 时, $\frac{BM}{MC} = \underline{\hspace{2cm}}$;

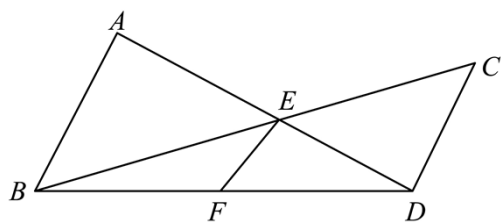
(3) 在原图上作出 $\vec{AM}$ 在 $\vec{AB}$ 、 $\vec{AC}$ 上的分向量.

2. 如图, 已知: 点 E 、 F 分别是平行四边形 $ABCD$ 的边 CD 、 AD 上的点, 且 $\frac{AF}{FD} = \frac{DE}{CE} = 2$, BF 、 CD 的延长线交于点 G , 设 $\vec{BC} = \vec{a}$, $\vec{BA} = \vec{b}$.

(1) 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{BF}$ 、 $\vec{BG}$;

(2) 求作 $\vec{BE}$ 关于向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分向量.

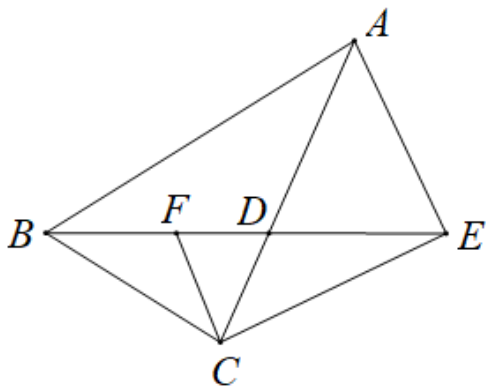
3. 如图, F 为 $\triangle BED$ 的边 BD 上一点, 过点 B 作 $BA \parallel EF$ 交 DE 的延长线于点 A , 过点 D 作 $DC \parallel EF$ 交 BE 的延长线于点 C .



(1) 求证: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{1}{EF}$;

(2) 请找出 $S_{\triangle ABD}$, $S_{\triangle BED}$, $S_{\triangle BDC}$ 之间的关系, 并给出证明.

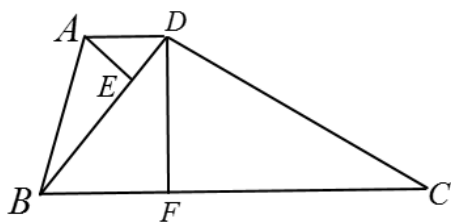
4. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, 点 E 为 BD 延长线上一点, 且 $\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{BD}$.



(1) 求证: $AE = AD$;

(2) 若点 F 为线段 BD 上一点, $CF = CD$, $BF = 2$, $BE = 6$, $\triangle BFC$ 的面积为 3, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

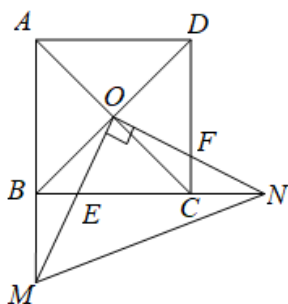
5. 已知：如图， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABD = \angle C$ ， $AE \perp BD$ ， $DF \perp BC$ ，点 E 、 F 分别为垂足。



(1) 求证： $BD \cdot CD = AB \cdot BC$ ；

(2) 联结 EF ，如果 $\angle ADB = \angle BDF$ ，求证： $DF \cdot DC = EF \cdot BC$ 。

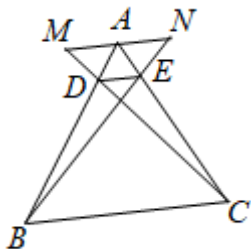
6. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ，点 M 在 AB 边的延长线上，点 N 在 BC 边的延长线上， OM 交 BC 于点 E ， ON 交 CD 于点 F ，且 $\angle MON = 90^\circ$ ，连接 MN 。



(1) 求证： $EM = FN$ ；

(2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为4， E 为 OM 的中点，求 MN 的长。

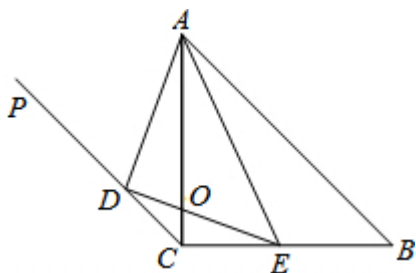
7. 如图，已知 $MN \parallel BC$ ， A 是 MN 上一点， $AM = AN$ ， MC 交 AB 于 D ， NB 交 AC 于 E ，联结 DE 。



(1) 求证： $DE \parallel BC$ ；

(2) 设 MC 与 BN 的交点为点 G ，如果 $DE = 1$ ， $BC = 4$ ，求 $\frac{C_{\triangle MGN}}{C_{\triangle CGB}}$ 的值。

8. 如图，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，过点 C 作射线 $CP \parallel AB$ ， D 为射线 CP 上一点， E 在边 BC 上（不与 B 、 C 重合）且 $\angle DAE = 45^\circ$ ， AC 与 DE 交于点 O 。



(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ；

(2) 如果 $CD = CE$ ，求证： $CD^2 = CO \cdot CA$ 。

9. 如图, 已知: 正方形 $ABCD$ 中, 一个以点 A 为顶点的 $\angle EAF = 45^\circ$ 绕着点 A 旋转, 角的两边分别与边 BC 、 DC 的延长线交于点 E 、 F , 联结 EF .

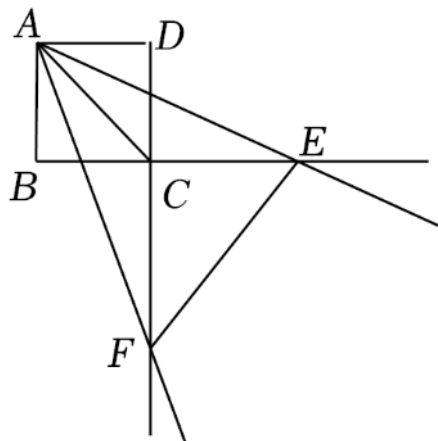


图1

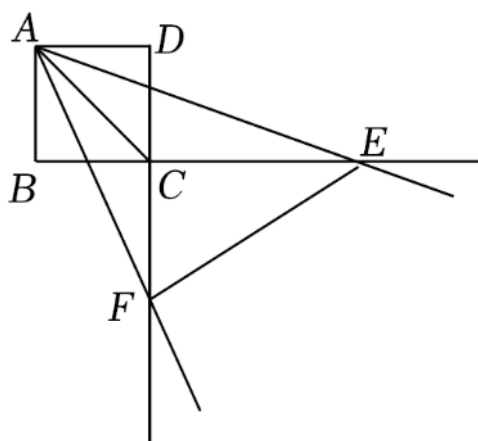


图2

(1) 如图 1, 若 $\angle EAF$ 被对角线 AC 平时, 求证: $CE = CF$.

(2) 如图 2, 求证: $CE \cdot CF = 2AB^2$.

10. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$, 点 D 是射线 BC 上的一个动点, 过点 B 作 $BE \perp DA$, 垂足为点 E , 延长 BE 交射线 CA 于点 F , 设 $BD = x$, $AF = y$.

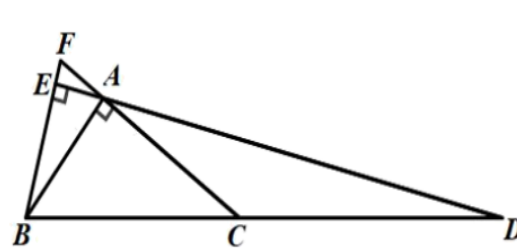


图 1

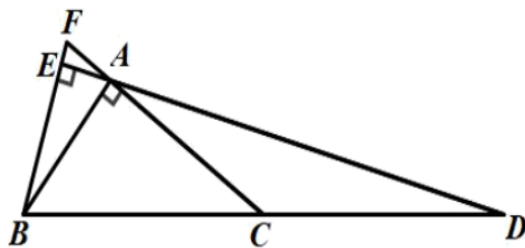


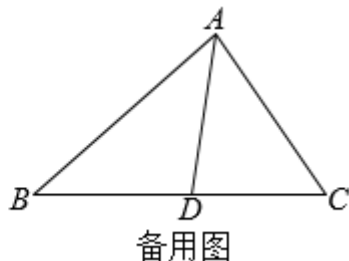
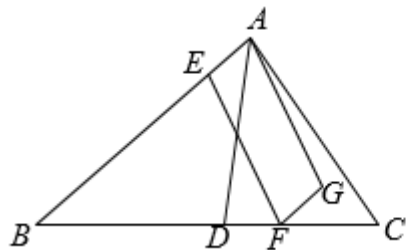
图 2

(1) 如图 1, 当点 C 是线段 BD 的中点时, 求 $\tan \angle ADB$ 的值;

(2) 如图 2, 当点 D 在 BC 的延长线上, 求 y 关于 x 的函数解析式及其定义域;

(3) 当 $AE = 3EF$ 时, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 6$, $BC = 9$, $\angle BAC = 2\angle B$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D . 点 E 、 F 分别在线段 AB 、 DC 上, 且 $AE = DF$, 联结 EF , 以 AE 、 EF 为邻边作平行四边形 $AEFG$.



备用图

(1) 求 BD 的长;

(2) 当平行四边形 $AEFG$ 是矩形时, 求 AE 的长;

(3) 过点 D 作平行于 AB 的直线, 分别交 EF 、 AG 、 AC 于点 P 、 Q 、 M . 当 $DP = MQ$ 时, 求 AE 的长.

12. 已知: 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 2$, $AC = 4$, P 是斜边 AB 上的一个动点, $PD \perp AB$ 交边 BC 于点 D (点 D 与点 A 、 C 都不重合), E 是射线 DC 上一点, 且 $\angle EPD = \angle A$, 设 A 、 P 两点的距离为

x , $\triangle BEP$ 的面积为 y .

(1) 求证: $AE = 2PE$;

(2) 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出它的定义域;

(3) 当 $\triangle BEP$ 与 $\triangle ABC$ 相似时, 求 $\triangle BEP$ 的面积.

13. 阅读材料, 解决下列问题:

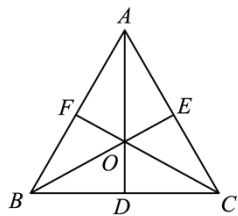


图 (一)

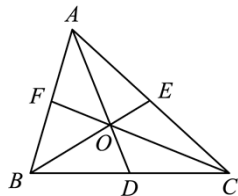


图 (二)

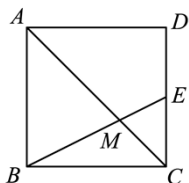


图 (三)

(1) 特例感知: 如图 (一), 已知边长为 a 的等边 $\triangle ABC$ 的重心为点 O , 求 $\triangle OBC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积.

(2) 性质探究: 如图 (二), 已知 $\triangle ABC$ 的重心为点 O , 请判断 $\frac{OD}{OA}$ 、 $\frac{S_{\triangle OBC}}{S_{\triangle ABC}}$ 是否都为常数? 如果是, 分别求出这两个常数; 如果不是, 请说明理由.

(3) 性质应用: 如图 (三), 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 CD 的中点, 连接 BE 交对角线 AC 于点 M .

① 若正方形 $ABCD$ 的边长为 10, 求 EM 的长度;

② 若 $S_{\triangle CME} = 6$, 求正方形 $ABCD$ 的面积.

特训 02 相似三角形（解答题）



基础特训练



特训第一阶——基础特训练

一、解答题

1. 已知 $x: y: z=3: 5: 7$, 求 $\frac{2x-3y+4z}{5x+3y-2z}$ 的值.

答案: $\frac{19}{16}$

分析: 根据 $x: y: z=3: 5: 7$ 设 $x=3k$ 、 $y=5k$ 、 $z=7k$, 然后代入 $\frac{2x-3y+4z}{5x+3y-2z}$ 化简求解即可.

解析: $\because x: y: z=3: 5: 7$,

$\therefore$ 设 $x=3k$ 、 $y=5k$ 、 $z=7k$,

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2x-3y+4z}{5x+3y-2z} &= \frac{2 \times 3k - 3 \times 5k + 4 \times 7k}{5 \times 3k + 3 \times 5k - 2 \times 7k} \\ &= \frac{19}{16}\end{aligned}$$

【点睛】此题考查了比例的性质, 解题的关键是根据比例的性质转化成含同一字母的式子.

2. 已知: 线段 a 、 b 、 c , 且 $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$.

(1) 求 $\frac{a+2b}{3c}$ 的值;

(2) 如线段 a 、 b 、 c 满足 $3a-4b+5c=54$, 求 $a-2b+c$ 的值.

答案: (1) $\frac{11}{15}$; (2) 0

分析: (1) 设 $a=3k$ 、 $b=4k$ 、 $c=5k$ 代入 $\frac{a+2b}{3c}$ 求值即可;

(2) 把 $a=3k$ 、 $b=4k$ 、 $c=5k$ 代入 $3a-4b+5c=54$ 求出 k 的值, 得 a 、 b 、 c 的值, 从而可得结论.

解析: 解: (1) 由 $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ 设 $a=3k$ 、 $b=4k$ 、 $c=5k$

$$\therefore \frac{a+2b}{3c} = \frac{3k+2 \times 4k}{3 \times 5k} = \frac{11k}{15k} = \frac{11}{15}$$

(2) 把 $a=3k$ 、 $b=4k$ 、 $c=5k$ 代入 $3a-4b+5c=54$ 得

$$3 \times 3k - 4 \times 4k + 5 \times 5k = 54$$

整理得, $18k = 54$

$$\therefore k = 3$$

$$\therefore a = 9, b = 12, c = 15$$

$$\therefore a - 2b + c = 9 - 2 \times 12 + 15 = 0$$

【点睛】此题主要考查了比例的性质，根据已知得出 $a=3k$ ， $b=4k$ ， $c=5k$ 进而得出 k 的值是解题关键.

3. 已知四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相似，并且点 A 与点 A_1 、点 B 与点 B_1 、点 C 与点 C_1 、点 D 与点 D_1 对应.

(1) 已知 $\angle A=40^\circ$ ， $\angle B=110^\circ$ ， $\angle C_1=90^\circ$ ，求 $\angle D$ 的度数；

(2) 已知 $AB=9$ ， $CD=15$ ， $A_1B_1=6$ ， $A_1D_1=4$ ， $B_1C_1=8$ ，求四边形 $ABCD$ 的周长.

答案:(1) 120°

(2)42

分析：(1) 根据相似多边形的对应角相等解决问题即可.

(2) 根据相似多边形的对应边成比例，解决问题即可.

(1)

解：∵ 四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ，

$$\therefore \angle C = \angle C_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 360^\circ - \angle A - \angle B - \angle C = 360^\circ - 40^\circ - 110^\circ - 90^\circ = 120^\circ.$$

(2)

∵ 四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ，

$$\therefore \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AD}{A_1D_1},$$

$$\therefore \frac{9}{6} = \frac{BC}{8} = \frac{AD}{4},$$

$$\therefore BC=12, AD=6,$$

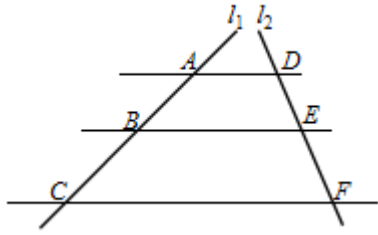
$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的周长} = AB + BC + CD + AD = 9 + 12 + 15 + 6 = 42.$$

【点睛】本题考查相似多边形的性质，解题的关键是掌握相似多边形的对应角相等，对应边成比例.

4. 如图，已知 $AD \parallel BE \parallel CF$ ，它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F ，且 $AB=6$ ， $BC=8$.

(1) 求 $\frac{DE}{DF}$ 的值；

(2) 当 $AD=5$ ， $CF=19$ 时，求 BE 的长.



答案: (1) $\frac{3}{7}$; (2) 11

分析: (1) 根据 $AD \parallel BE \parallel CF$ 可得 $\frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC}$, 由此计算即可;

(2) 过点 A 作 $AG \parallel DF$ 交 BE 于点 H, 交 CF 于点 G, 得出 $AD = HE = GF = 5$, 由平行线分线段成比例定理得出比例式求出 $BH = 6$, 即可得出结果.

解析: 解: (1) $\because AD \parallel BE \parallel CF$,

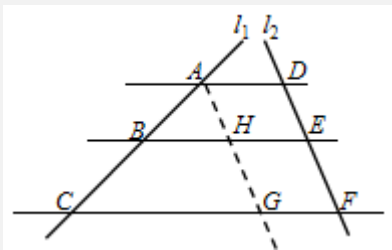
$$\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC},$$

$$\because AB = 6, BC = 8,$$

$$\therefore \frac{DE}{DF} = \frac{6}{6+8} = \frac{3}{7},$$

故 $\frac{DE}{DF}$ 的值为 $\frac{3}{7}$;

(2) 如图, 过点 A 作 $AG \parallel DF$ 交 BE 于点 H, 交 CF 于点 G,



$$\because AG \parallel DF, AD \parallel BE \parallel CF,$$

$$\therefore AD = HE = GF = 5,$$

$$\because CF = 19,$$

$$\therefore CG = CF - GF = 14,$$

$$\because BE \parallel CF,$$

$$\therefore \frac{BH}{CG} = \frac{AB}{AC},$$

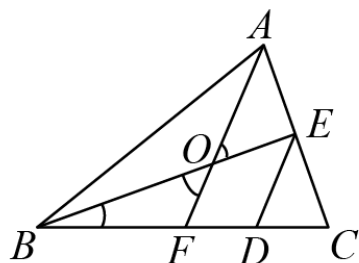
$$\therefore \frac{BH}{14} = \frac{3}{7},$$

解得 $BH = 6$,

$$\therefore BE = BH + HE = 11.$$

【点睛】本题考查了平行线分线段成比例，三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例，熟练掌握平行线分线段成比例，通过作辅助线运用平行线分线段成比例求出 BH 是解决问题的关键.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， E ， F 分别是 AC ， BC 的中点， AF 与 BE 交于点 O ， $ED \parallel AF$ ，交 BC 于点 D ，求 $BO:OE$ 的值.



答案:2: 1

分析: 由 E 是 AC 的中点， $ED \parallel AF$ ，得 $FD=DC$ ，又 F 是 BC 的中点，易得 $BO:OE=BF:FD=2:1$.

解析: $\because E$ 是 AC 的中点， $ED \parallel AF$

$\therefore FD=DC$

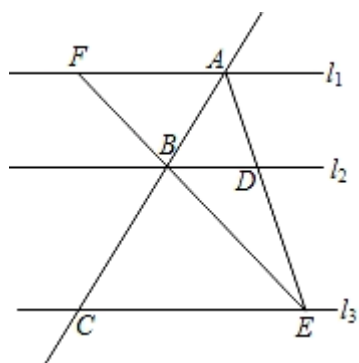
又 $\because F$ 是 BC 的中点

$\therefore BF=FC=2FD$

$\therefore BO:OE=BF:FD=2:1$.

【点睛】本题主要考查了平行线分线段成比例，解题的关键是找准图中相等的比例关系.

6. 如图， $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ， $AD=2$ ， $DE=4$.



(1) $AB=3$ ，求 BC ；

(2) $EF=7.5$ ， BE 的长.

答案:(1)6

(2)5

分析: (1) 根据平行线分线段成比例定理列出比例式 $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}$ ，计算求解即可.

(2) 根据平行线分线段成比例定理列出比例式 $\frac{DE}{AD} = \frac{EB}{BF}$ ，计算求解即可.

(1)

解：∵ $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$,

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE},$$

$$\because AD=2, DE=4, AB=3,$$

$$\therefore \frac{3}{BC} = \frac{2}{4},$$

解得 $BC=6$,

∴ BC 的长为 6;

(2)

解：∵ $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$,

$$\therefore \frac{DE}{AD} = \frac{EB}{BF},$$

$$\because AD=2, DE=4, EF=7.5,$$

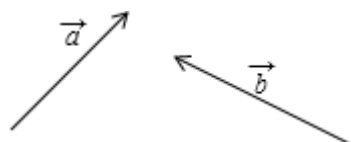
$$\therefore \frac{4}{2} = \frac{BE}{7.5 - BE},$$

解得 $BE=5$,

∴ BE 的长为 5.

【点睛】本题考查了平行线分线段成比例定理. 解题的关键在于熟练掌握平行线分线段成比例定理.

7. 如图, 已知两个不平行的向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$. 先化简, 再求作: $\frac{5}{2}\vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2}(4\vec{a})$. (不要求写作法, 但要指出图中表示结论的向量)



答案: $\vec{a} + 2\vec{b}$, 作图见解析

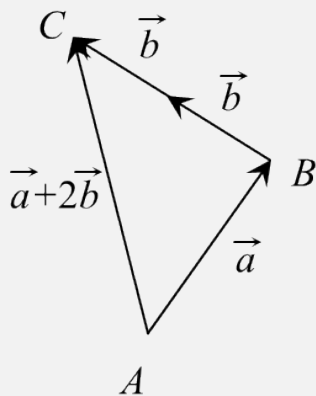
分析: 首先利用平面向量的加减运算法则化简原式, 再利用三角形法则画出图形.

解析: 解: $\frac{5}{2}\vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2}(4\vec{a})$

$$= \frac{5}{2}\vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2}4\vec{a}$$

$$= \vec{a} + 2\vec{b}$$

如图, $\vec{AC}$ 即为所求,



【点睛】此题考查了平面向量的运算法则以及作法，注意作图时利用三角形法则是关键.

8. 如图. 四边形 $ABCD$ 是平行四边形: 点 E 是边 AD 的中点. AC 、 BE 相交于点 O . 设 $\vec{BA} = \vec{a}$, $\vec{CB} = \vec{b}$.

- (1) 试用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\vec{BO}$; (写出必要步骤)
- (2) 在图中作出 $\vec{CO}$ 在 $\vec{CB}$ 、 $\vec{CD}$ 上的分向量, 并直接用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\vec{CO}$.
(不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并写明结论)

答案: (1) $\vec{BO} = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$; (2) 图见详解, $\vec{CO} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{a}$

分析: (1) 首先证明 $BO = \frac{2}{3}BE$, 进而问题可求解;

(2) 分别过点 O 作 $OM \parallel AD$, $ON \parallel AB$, 然后证明 $CO = \frac{2}{3}CA$, 进而问题可求解.

解析: 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 点 E 是边 AD 的中点,

$$\therefore AD \parallel BC, AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \frac{OE}{OB} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BO = \frac{2}{3}BE,$$

$$\therefore \vec{BO} = \frac{2}{3}\vec{BE} = \frac{2}{3}(\vec{BA} + \vec{AE}) = \frac{2}{3}\left(\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}\right) = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b};$$

(2) 如图所示, $\vec{CO}$ 在 $\vec{CB}$ 、 $\vec{CD}$ 上的分向量分别为 $\vec{CN}$ 和 $\vec{CM}$,

$\because AE \parallel BC$,

$$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \vec{CO} = \frac{2}{3} \vec{CA},$$

$$\therefore \vec{CO} = \frac{2}{3} \vec{CA} = \frac{2}{3} (\vec{CB} + \vec{BA}) = \frac{2}{3} \vec{b} + \frac{2}{3} \vec{a}.$$

【点睛】本题主要考查向量的线性运算，熟练掌握向量的线性运算是解题的关键.

9. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别是边 DC 、 AB 的中点， AE 、 CF 与对角线 BD 分别交于点 G 、 H ，设 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{AD} = \vec{b}$

(1) 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 分别表示向量 $\vec{GH}$ ；

(2) 作出向量 $\vec{GH}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

答案: (1) $\vec{GH} = \frac{1}{3} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}$; (2) 见解析

分析: (1) 先证明 $DG = GH = HB$ ，进而利用三角形法则求得 $\vec{DB}$ ，进而求得 $\vec{GH}$ ，根据 $\vec{GH} = \vec{GD}$ 即可求得；

(2) 利用平行四边形法则，即可作出向量 $\vec{GH}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量

解析: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore CD = AB, CD \parallel AB$$

$$\because DE = CE, AF = FB$$

$$\therefore CE = AF, CE \parallel AF$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形

$$\therefore AE \parallel CF$$

$$\because EG \parallel CH, DE = EC$$

$$\therefore DG = GH$$

同理可得 $BH = GH$

$$\therefore DG = GH = HB = \frac{1}{3} DB$$

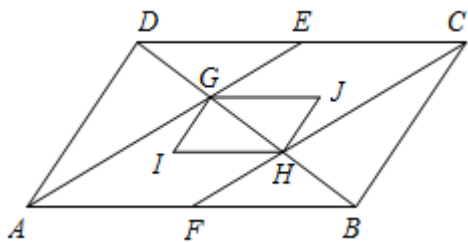
$$\because \vec{AB} = \vec{a}, \vec{AD} = \vec{b}$$

$$\therefore \vec{DB} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\therefore \vec{DG} = \vec{GH} = \frac{1}{3} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}$$

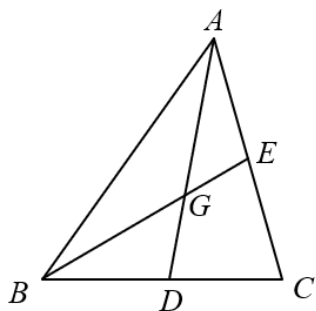
$$\therefore \vec{GH} = \frac{1}{3} \vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b};$$

(2) 如图 $\vec{GJ}$ ， $\vec{GI}$ 分别是 $\vec{GH}$ 在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量



【点睛】本题考查了平面向量的知识，掌握三角形法则与平行四边形法则的应用是解题的关键.

10. 如图， AD, BE 是 $\triangle ABC$ 的中线， 交于点 G ， 且 $\vec{AB} = \vec{a}, \vec{BC} = \vec{b}$.



(1)直接写出向量 $\vec{AG}$ 关于 $\vec{a}, \vec{b}$ 的分解式， $\vec{AG} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2)在图中画出向量 $\vec{BG}$ 在向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 方向上的分向量. (不要求写作法， 但要保留作图痕迹， 并写明结论)

答案:(1) $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$;

(2)见解析

分析: (1) 根据三角形中线性质和重心性质可得 $BD = \frac{1}{2}BC$, $AG = \frac{2}{3}AD$, 由 $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD}$ 求解即可;

(2) 过点 G 分别作 AB, BC 的平行线， 分别交 BC, AB 于 H, F ， 作向量 $\vec{BF}, \vec{BH}$ 即可.

(1)

解: $\because AD, BE$ 是 $\triangle ABC$ 的中线， 交于点 G ，

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC, AG = \frac{2}{3}AD,$$

$$\because \vec{AB} = \vec{a}, \vec{BC} = \vec{b},$$

$$\therefore \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b},$$

$$\therefore \vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AD} = \frac{2}{3}\left(\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b},$$

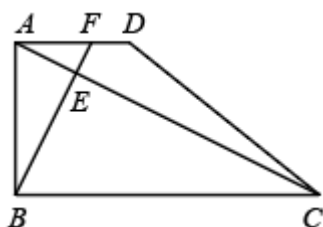
故答案为: $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$;

(2)

解: 如图所示, $\vec{BF}$ 、 $\vec{BH}$ 是向量 $\vec{BG}$ 在向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

【点睛】本题考查平面向量的线性运算、三角形的中线性质、三角形的重心性质、尺规作图-作平行线, 熟练掌握向量的线性运算, 会作出一个向量在给定的两个不平行向量的方向上的分向量是解答的关键.

11. 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, F 是边 AD 上一点, $AF=2DF$, BF 交 AC 于点 E , 又 $\vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{BC}$.



(1) 设 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\vec{BF} =$ _____, $\vec{AC} =$ _____.

(2) 如果 $\angle ABC = 90^\circ$, $AD = 3$, $AB = 4$, 求 BE 的长.

答案: (1) $\frac{2}{3}\vec{b} - \vec{a}$, $\frac{8}{3}\vec{b} + \vec{a}$

(2) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$

分析: (1) 先用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示出向量 $\vec{AF}$ 和 $\vec{BC}$, 然后根据三角形法则计算即可;

(2) 由 $\vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{BC}$ 可得 $AF \parallel BC$ 、 $\frac{AF}{BC} = \frac{1}{4}$, 先证明 $\triangle ABF \sim \triangle BCA$, 得 $\angle ABF = \angle BCA$, 从而得出 $\triangle ABF \sim \triangle ECB$, 再根据相似三角形对应边成比例得出比例式求解即可.

(1)

解: $\because AF = 2DF$, $\vec{AD} = \vec{b}$

$$\therefore \vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{b}$$

$$\because \vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{BC}$$

$$\therefore \vec{BC} = 4\vec{AF} = \frac{8}{3}\vec{b}$$

$$\therefore \vec{BF} = \vec{BA} + \vec{AF} = \vec{AF} - \vec{AB} = \frac{2}{3}\vec{b} - \vec{a}$$

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{a} + \frac{8}{3}\vec{b}.$$

故答案为: $\frac{2}{3}\vec{b} - \vec{a}$, $\frac{8}{3}\vec{b} + \vec{a}$

(2)

$$\therefore \vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{BC}$$

$$\therefore AF \parallel BC, \quad \frac{AF}{BC} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \angle BAF = \angle ABC = 90^\circ, \quad \angle AFB = \angle CBE,$$

$$\therefore AD = 3, \quad AF = 2DF,$$

$$\therefore AF = 2,$$

$$\therefore BC = 8,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中,

$$BF = \sqrt{AF^2 + AB^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{又} \therefore \frac{AF}{AB} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle BCA,$$

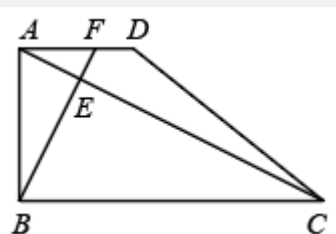
$$\therefore \angle ABF = \angle BCA,$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle ECB,$$

$$\therefore \frac{AF}{BE} = \frac{BF}{BC},$$

$$\therefore \frac{2}{BE} = \frac{2\sqrt{5}}{8},$$

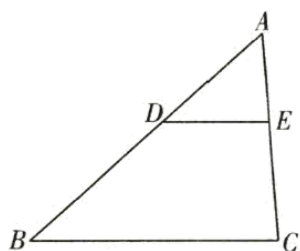
$$\therefore BE = \frac{8\sqrt{5}}{5}.$$



【点睛】本题主要考查了相似三角形的性质与判定、平面向量的线性运算，根据 $\vec{AF} = \frac{1}{4}\vec{BC}$

得到 $AF \parallel BC$ 、 $\frac{AF}{BC} = \frac{1}{4}$ 是解答本题的关键.

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $AD = 3$ ， $AE = 2$ ， $BD = 4$.



(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$;

(2) 求 EC 的长度.

答案: (1) 见解析; (2) $EC = \frac{8}{3}$.

分析: (1) 由平行线的性质得 $\angle ADE = \angle B$, $\angle AED = \angle C$, 从而可得到 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$;

(2) 由 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 可得 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, 又知 $AD = 3$, $AE = 2$, $BD = 4$, 可求 $AB = 7$, 从而可得到 EC 的长度.

解析: (1) $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \angle ADE = \angle B$, $\angle AED = \angle C$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$;

(2) $\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$\because AD = 3$, $BD = 4$,

$\therefore AB = AD + BD = 3 + 4 = 7$,

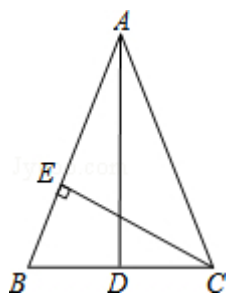
$$\therefore \frac{3}{7} = \frac{2}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{14}{3},$$

$$\therefore EC = AC - AE = \frac{14}{3} - 2 = \frac{8}{3}.$$

【点睛】此题主要考查相似三角形的判定与性质, 解题的关键是熟练掌握相似三角形的判定定理及性质定理.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BD = CD$, $CE \perp AB$ 于 E . 求证: $\triangle ABD \sim \triangle CBE$.



答案:证明见解析.

分析: 根据等腰三角形三线合一的性质可得 $AD \perp BC$, 然后求出 $\angle ADB = \angle CEB = 90^\circ$, 再根据两组角对应相等的两个三角形相似证明.

解析: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BD = CD$,

$\therefore AD \perp BC$.

又 $\because CE \perp AB$,

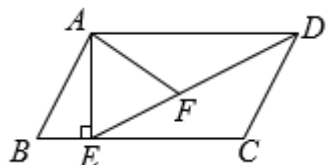
$\therefore \angle ADB = \angle CEB = 90^\circ$,

又 $\because \angle B = \angle B$,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBE$.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定, 正确找到相似的条件是解题的关键.

14. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 上一线, 连接 AE , 连接 DE , F 为线段 DE 上一点, 且 $\angle AFE = \angle B$. 求证: $\triangle ADF \sim \triangle DEC$;



答案:见解析

分析: 根据平行四边形的性质可得 $\angle C + \angle B = 180^\circ$, $\angle ADF = \angle DEC$, 由 $\angle AFD + \angle AFE = 180^\circ$, $\angle AFE = \angle B$, 可得 $\angle AFD = \angle C$, 进而可证 $\triangle ADF \sim \triangle DEC$.

解析: 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle C + \angle B = 180^\circ$, $\angle ADF = \angle DEC$,

$\because \angle AFD + \angle AFE = 180^\circ$, $\angle AFE = \angle B$,

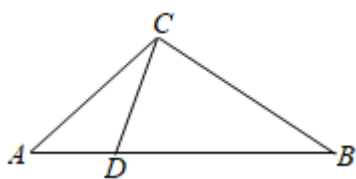
$\therefore \angle AFD = \angle C$,

在 $\triangle ADF$ 与 $\triangle DEC$ 中, $\because \angle AFD = \angle C$, $\angle ADF = \angle DEC$,

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle DEC$.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定、平行线的性质及平行四边形的性质. 解题的关键是根据平行四边形的性质结合角的计算找出 $\angle ADF = \angle DEC$, $\angle AFD = \angle C$.

15. 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上, $AC^2 = AD \cdot AB$, 求证: $\triangle ACD \sim \triangle ABC$.



答案:证明见解析.

分析: 由对应边成比例, 及夹角可得 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ 即可.

解析：证明： $\because AC^2 = AD \cdot AB$,

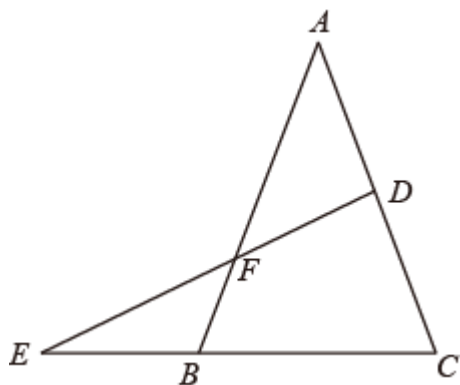
$$\therefore AC:AB = AD:AC.$$

又 $\because \angle A = \angle A$,

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC.$$

【点睛】 本题考查相似三角形的证明，熟练掌握相似三角形的证明方法是解题关键.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 上的一点, E 为 CB 延长线上的一点, $BE = AD$, DE 交 AB 于 F . 求证: $EF \times BC = AC \times DF$



答案:见解析

分析：过 D 作 $DG \parallel BC$ 交 AB 于 G , 证明 $\triangle DFG$ 和 $\triangle EFB$ 相似, $\triangle ADG$ 和 $\triangle ABC$ 相似, 列出比例式变形, 比较, 即可解决问题.

解析：证明：过 D 作 $DG \parallel BC$ 交 AB 于 G , 则 $\triangle DFG$ 和 $\triangle EFB$ 相似,

$$\therefore \frac{DG}{BE} = \frac{DF}{EF},$$

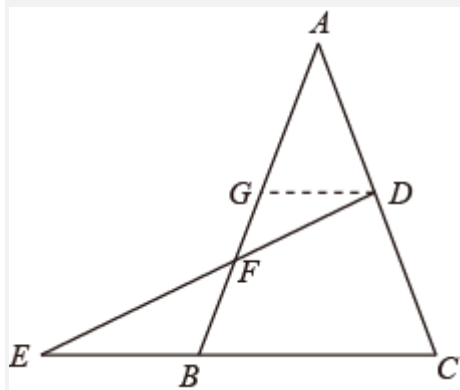
$$\because BE = AD,$$

$$\therefore \frac{DG}{AD} = \frac{DF}{EF},$$

由 $DG \parallel BC$ 可得 $\triangle ADG$ 和 $\triangle ABC$ 相似,

$$\therefore \frac{DG}{BC} = \frac{AD}{AC} \text{ 即 } \frac{DG}{AD} = \frac{BC}{AC},$$

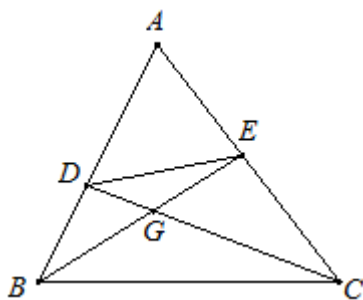
$$\therefore EF \times BC = AC \times DF$$



【点睛】本题考查了相似三角形的证明和性质的使用，熟知以上知识是解题的关键。

17. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上，且 $\angle ABE = \angle ACD$ ， BE 、 CD 交于点 G 。

- (1) 求证： $\triangle AED \sim \triangle ABC$ ；
(2) 如果 BE 平分 $\angle ABC$ ，求证： $DE = CE$ 。



答案：(1) 证明见解析；(2) 证明见解析。

解析：试题分析：(1) 先证 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ ，得出 $\frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC}$ ，再利用 $\angle A$ 是公共角，即可求证；(2) 在 BC 上截取 $BF = BD$ ，连接 EF ，先证 $\triangle BDE \cong \triangle BFE$ ，得出 $DE = FE$ ， $\angle BDE = \angle BFE$ ，再证 $EF = EC$ 即可。

解：(1) $\because \angle ABE = \angle ACD$ ，且 $\angle A$ 是公共角，

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD.$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC}, \text{ 即 } \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC},$$

又 $\because \angle A$ 是公共角，

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC.$$

(2) 在 BC 上截取 $BF = BD$ ，连接 EF ，

在 $\triangle BDE$ 与 $\triangle BFE$ 中， $BD = BF$ ， $\angle DBE = \angle FBE$ ， $BE = BE$ ，

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle BFE,$$

$$\therefore DE = FE, \angle BDE = \angle BFE, \therefore \angle ADE = \angle EFC,$$

$$\because \triangle AED \sim \triangle ABC, \therefore \angle ADE = \angle ACB,$$

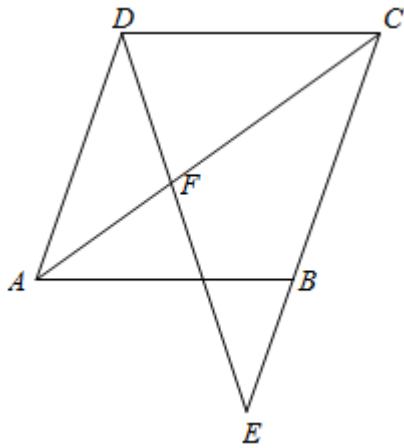
$$\therefore \angle EFC = \angle ACB,$$

$$\therefore EF = EC,$$

$$\therefore DE = CE.$$

18. 如图，已知，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 为射线 CB 上一点，联结 DE 交对角线 AC 于点 F ， $\angle ADE = \angle BAC$ 。

- (1) 求证： $CF \cdot CA = CB \cdot CE$ ；
(2) 如果 $AC = DE$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形。



答案: (1) 见解析; (2) 见解析

分析: (1) 利用平行四边形性质, 得到 $\angle ADE = \angle E$. 结合已知找到 $\angle BAC = \angle E$. 即可证明 $\triangle ACB \sim \triangle ECF$. 从而得到结论.

(2) 先证明 $\triangle ADF \sim \triangle CEF$. 利用对应边成比例, 结合已知 $AC = DE$ 和 (1) 的结论, 即可证明 $AB = BC$, 从而得到结论.

解析: 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$$\therefore AD \parallel BC.$$

$$\therefore \angle ADE = \angle E.$$

$$\because \angle ADE = \angle BAC.$$

$$\therefore \angle BAC = \angle E.$$

$$\because \angle ACB = \angle ECF.$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle ECF.$$

$$\therefore \frac{AC}{EC} = \frac{BC}{CF}.$$

$$\therefore CF \cdot CA = CB \cdot CE$$

(2) 由 (1) 知 $\angle ADE = \angle E$.

$$\because \angle ADF = \angle CFE.$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle CEF.$$

$$\therefore \frac{DF}{EF} = \frac{AF}{CF}.$$

$$\therefore \frac{EF}{DE} = \frac{CF}{AC}.$$

$$\because AC = DE.$$

$$\therefore EF = CF.$$

$$\because \triangle ACB \sim \triangle ECF.$$

$$\therefore AB = BC$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/138041013045006077>