

广东省惠州市 2023-2024 学年高一下学期期末质量检测数学试

题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

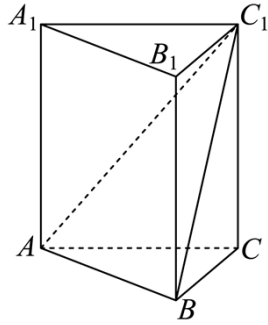
1. 在复平面中, 复数 $z = \frac{2-3i}{1+i}$ 对应的点的坐标在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 下列命题中正确的是 ()
A. 零向量没有方向 B. 共线向量一定是相等向量
C. 若 λ 为实数, 则向量 \vec{a} 与 $\lambda\vec{a}$ 方向相同 D. 单位向量的模都相等
3. 已知数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ 的平均数为 10, 方差为 10, 则 $3x_1+2, 3x_2+2, 3x_3+2, \dots, 3x_8+2$ 的平均数和方差分别为 ()
A. 32, 90 B. 32, 92 C. 30, 90 D. 30, 92
4. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{2})$, $\vec{b} = (2, 0)$, 则向量 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影向量为 ()
A. (1,2) B. (2,0) C. (1,0) D. (2,1)
5. 某校有小学生、初中生和高中生, 其人数比是 5:4:3, 为了解该校学生的视力情况, 采用按比例分层抽样的方法抽取一个样本量为 n 的样本, 已知样本中高中生的人数比小学生的人数少 20, 则 $n =$ ()
A. 100 B. 120 C. 200 D. 240
6. 设 α, β 是两个不重合的平面, m, n 是两条直线, 则下列命题为真命题的是 ()
A. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$
B. 若 $m // \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m // n$
C. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m // \beta, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$
D. 若 $m \perp \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m \perp n$
7. 掷两颗骰子, 观察掷得的点数. 设事件 A 表示“两个点数都是偶数”, 事件 B 表示“两个点数都是奇数”, 事件 C 表示“两个点数之和是偶数”, 事件 D 表示“两个点数的乘积是偶数”. 那么下列结论正确的是 ()
A. A 与 B 是对立事件 B. A 与 $C \cap D$ 是互斥事件

C. B 与 D 是相互独立事件

D. B 与 $C \cup D$ 是相互独立事件

8. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 8, 二面角 $C_1 - AB - C$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$, 且 $AC = BC$,

$CC_1 = 2$, 则点 A_1 到平面 ABC_1 的距离为 ()



A. $\sqrt{2}$

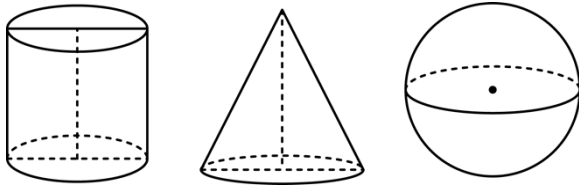
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

二、多选题

9. 如图, 一个圆柱和一个圆锥的底面直径和它们的高都与一个球的直径 $2R$ 相等, 下列结论正确的是 ()



A. 圆柱的侧面积为 $4\pi R^2$

B. 圆锥的侧面积为 $\sqrt{5}\pi R^2$

C. 圆柱的侧面积与球面面积相等

D. 三个几何体的表面积中, 球的表面积最小

10. 设 z 为复数 (i 为虚数单位), 下列命题正确的有 ()

A. 若 $(1+i)z = -i$, 则 $|z| = 1$

B. 对任意复数 z_1, z_2 , 有 $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

C. 对任意复数 z_1, z_2 , 有 $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$

D. 在复平面内, 若 $M = \{z \mid |z-2| \leq 2\}$, 则集合 M 所构成区域的面积为 6π

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 下列命题正确的是 ()

A. 若 $A = 60^\circ, a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$

B. 若 $A = 60^\circ, a = 1$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$

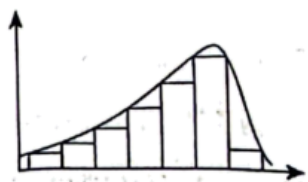
C. 若 $a=2\sqrt{3}$, $b=4$, 要使满足条件的三角形有且只有两个, 则 $A \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$

D. 若 $a+b=c(\cos A+\cos B)$, 且 $c=1$, 则该三角形内切圆面积的最大值为 $\frac{3-2\sqrt{2}}{4}\pi$

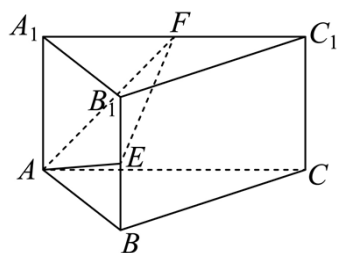
三、填空题

12. 甲、乙两人独立的解同一道题, 甲、乙解对题的概率分别是 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{5}$, 那么恰好只有 1 人解对题的概率是_____.

13. 已知频率分布直方图如图所示, 记其平均数为 a , 中位数为 b , 则 a 与 b 的大小关系为_____.

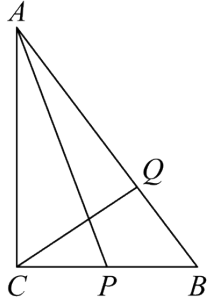


14. 如图, 已知在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, F 为 A_1C_1 的中点, E 为棱 BB_1 上的动点, $AA_1=2$, $AB=2$, $BC=3\sqrt{2}$, $AC=4$. 当 E 是棱 BB_1 的中点, 则三棱锥 $E-ABC$ 体积为_____; 当三棱锥 A_1-AEF 的外接球的半径最小时, 直线 EF 与 AA_1 所成角的余弦值为_____.



四、解答题

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC=3$, $AC=4$, 点 P 为线段 BC 中点, $\vec{AQ} = \frac{2}{3}\vec{AB}$, 设 $\vec{CB} = \vec{a}$, $\vec{CA} = \vec{b}$.



(1)用向量 \vec{a} , \vec{b} 表示 \vec{CQ} ;

(2)若 $\angle ACB = 90^\circ$, 求 $\vec{AP} \cdot \vec{CQ}$.

16. 已知有下面三个条件:

① $S = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\vec{AC} \cdot \vec{AB})$; ② $\frac{a}{c} = \frac{\cos A + 1}{\sqrt{3} \sin C}$; ③ $\frac{\sin B}{\sin C} + \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin^2 A}{\sin B \sin C} + 1$;

请从这三个条件中任选一个, 补充在下面的横线上, 并解答问题: 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且_____.

(1)求角 A 的大小;

(2)若 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 且 $b = 2, c = 3$, 求线段 AD 的长.

17. 为了研究学生每天总结整理数学错题情况, 某课题组在我市中学生中随机抽取了 100 名学生调查了他们期中考试的成绩和平时总结整理数学错题情况, 并绘制了下列两个统计图表, 图 1 为学生期中考试成绩的频率分布直方图, 图 2 为学生一个星期内总结整理数学错题天数的扇形图. 若本次数学成绩在 110 分及以上视为优秀, 将一个星期有 4 天及以上总结整理数学错题视为“经常总结整理”, 少于 4 天视为“不经常总结整理”. 已知数学成绩优秀的学生中, 经常总结整理错题的学生占 70%.

	数学成绩优秀	数学成绩不优秀	合计
经常总结整理			
不经常总结整理			
合计			

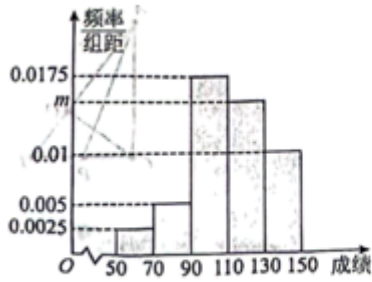


图 1

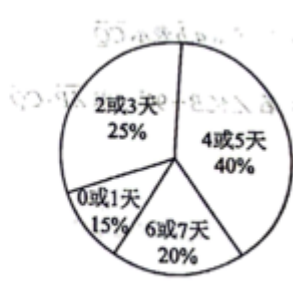


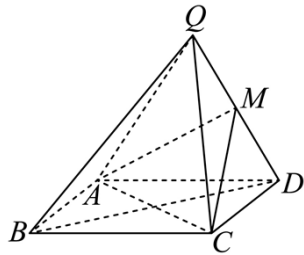
图 2

(1)根据图 1、图 2 中的数据，补全表格：

(2)求图 1 中 m 的值及学生期中考试数学成绩的第 65 百分位数；

(3)抽取的 100 名学生中按“经常总结整理错题”与“不经常总结整理错题”进行分层抽样，随机抽取 5 名学生，再从这 5 名学生中随机抽取 2 人进行座谈；求这 2 名同学均来自“经常总结整理错题”的概率。

18. 如图，在四棱锥 $Q-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，侧面 QAD 是正三角形，面 $QAD \perp$ 面 $ABCD$ ， M 是 QD 的中点。



(1)求证： $QB \parallel$ 平面 AMC ；

(2)求直线 AC 与平面 QCD 所成角的正弦值；

(3)在棱 QC 上是否存在点 N 使平面 $BDN \perp$ 平面 AMC 成立？ 如果存在，求出 $\frac{QN}{NC}$ 如果不存在，说明理由。

19. 将连续正整数 $1, 2, \dots, n (n \in \mathbb{N}^*)$ 从小到大排列构成一个数 $123456789101112, \dots, F(n)$ 为这个数的位数 (如当 $n=12$ 时，此数为 123456789101112 ，共有 15 个数字， $F(12)=15$)，现从这个数中随机取一个数字， $p(n)$ 为恰好取到 0 的概率。

(1)求 $p(100)$ 。

(2)当 $n \leq 2021$ 时，求 $F(n)$ 的表达式。

(3)令 $g(n)$ 为这个数中数字 0 的个数， $f(n)$ 为这个数中数字 9 的个数， $h(n) = f(n) - g(n)$ ，

$S = \{n \mid h(n) = 1, n \leq 100, n \in \mathbb{N}^*\}$ ，求当 $n \in S$ 时 $p(n)$ 的最大值。

参考答案:

1. C

【分析】利用复数的除法运算化简,即可求解对应的点为 $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$,进而得解.

【详解】 $z = \frac{2-3i}{1+i} = \frac{(2-3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-1-5i}{2}$,故对应的点为 $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$,

故对应的点位于第三象限,

故选: C

2. D

【分析】对于 A: 根据向量以及零向量的定义分析判断; 对于 BC: 举反例说明即可; 对于 D: 根据单位向量的定义分析判断.

【详解】对于选项 A: 根据向量的定义可知: 任意向量均有方向, 且规定零向量的方向是任意的, 故 A 错误;

对于选项 B: 例如 $\vec{a} = \vec{0}$, \vec{b} 是非零向量, 可知 \vec{a}, \vec{b} 是共线向量但不是相等向量, 故 B 错误;

对于选项 C: 例如 \vec{a} 是非零向量, 且 $\lambda < 0$, 可知向量 \vec{a} 与 $\lambda\vec{a}$ 方向相反, 故 C 错误;

对于选项 D: 根据定义可知: 单位向量的模均为 1, 所以单位向量的模都相等, 故 D 正确;

故选: D.

3. A

【分析】根据平均数、方差的性质计算可得.

【详解】因为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$ 的平均数是 10, 方差是 10,

所以 $3x_1 + 2, 3x_2 + 2, 3x_3 + 2, \dots, 3x_8 + 2$ 的平均数是 $3 \times 10 + 2 = 32$, 方差是 $3^2 \times 10 = 90$.

故选: A.

4. C

【分析】根据投影向量公式可得.

【详解】根据题意得 $\cos \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以向量 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影向量为 $|\vec{a}| \cos \vec{a} \cdot \vec{b} \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{(2, 0)}{2} = (1, 0)$,

故选: C.

5. B

【分析】根据分层抽样求样本中高中生和小学生的人数，列式求解即可.

【详解】由题意可知：样本中高中生的人数为 $\frac{3}{5+4+3}n = \frac{1}{4}n$ ，小学生的人数为

$$\frac{5}{5+4+3}n = \frac{5}{12}n,$$

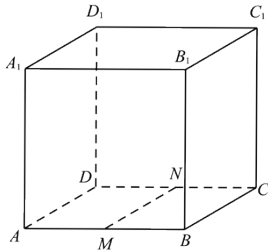
则 $\frac{1}{4}n + 20 = \frac{5}{12}n$ ，解得 $n = 120$.

故选：B.

6. D

【分析】对于 ABC：以正方体为载体，举反例说明即可；对于 D：根据线面垂直的性质分析判断.

【详解】对于正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ，且 M, N 分别为 AB, CD 的中点，



对于选项 A：例如 $AB \subset$ 平面 $ABCD$ ， $A_1D_1 \subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ ， $AB \perp A_1D_1$ ，

但平面 $ABCD \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ ，故 A 错误；

对于选项 B：例如 $A_1D_1 \parallel$ 平面 $ABCD$ ， $AB \subset$ 平面 $ABCD$ ，但 $AB \perp A_1D_1$ ，故 B 错误；

对于选项 C：例如 $AD, MN \subset$ 平面 $ABCD$ ，且 AD, MN 均与平面 BB_1C_1C 平行，

但平面 $ABCD \cap$ 平面 $BB_1C_1C = BC$ ，故 C 错误；

对于选项 D：若 $m \perp \alpha$ ， $n \subset \alpha$ ，由线面垂直的性质可知 $m \perp n$ ，故 D 正确；

故选：D.

7. D

【分析】选项 A 和 B，根据条件，利用互斥事件的概念，即可判断出选项 A 和 B 的正误；选项 C 和 D，利用相互独立的判断方法，计算各自发生的概率及同时发生的概率，即可判断出正误，从而得出结果.

【详解】对于选项 A，因为掷两颗骰子，两个点数可以都是偶数，也可以都是奇数，还可以一奇一偶，

即一次试验，事件 A 和事件 B 可以都不发生，所以选项 A 错误；

对于选项 B ，因为 $C \cap D$ 即两个点数都是偶数，即 A 与 $C \cap D$ 可以同时发生，所以选项 B 错误，

对于选项 C ，因为 $P(B) = \frac{3 \times 3}{6 \times 6} = \frac{1}{4}$ ， $P(D) = 1 - \frac{3 \times 3}{6 \times 6} = \frac{3}{4}$ ，又 $P(BD) = 0$ ，所以

$P(BD) \neq P(B)P(D)$ ，故选项 C 错误，

对于选项 D ，因为 $P(C \cup D) = 1$ ， $P(B | (C \cup D)) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ ，所以

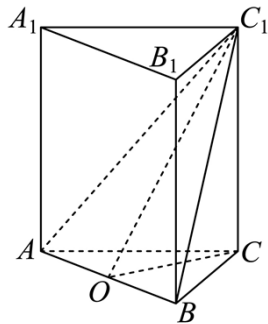
$P(B | (C \cup D)) = P(B)P(C \cup D)$ ，所以选项 D 正确，

故选：D.

8. A

【分析】根据二面角的定义，找到二面角的平面角，解得 OC_1 ，再根据直三棱柱的体积求出 AB ，再利用等体积法求点 A_1 到平面 ABC_1 的距离.

【详解】取 AB 的中点 O ，连接 OC, OC_1 ，



∵ $AC = BC$ ，∴ $OC \perp AB, OC_1 \perp AB$ ，则二面角 $C_1 - AB - C$ 的平面角为

$\angle C_1OC$ ，

∵ 二面角 $C_1 - AB - C$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$ ，则 $\angle C_1OC = \frac{\pi}{4}$ ，

所以 $OC = CC_1 = 2$ ， $OC_1 = \sqrt{OC^2 + CC_1^2} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$ ，

又∵ 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 8，∴ $V_{ABC - A_1B_1C_1} = S_{\triangle ABC} \times CC_1 = 2S_{\triangle ABC} = 8$ ，

则 $S_{\triangle ABC} = 4$ ，∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times OC = \frac{1}{2} AB \times 2 = 4 \Rightarrow AB = 4$ ，

又∵ 平面 $ABC \perp$ 平面 A_1ABB_1 ，平面 $ABC \cap$ 平面 $A_1ABB_1 = AB$ ，

且 $OC \perp AB, OC \subset$ 平面 ABC ，∴ $OC \perp$ 平面 A_1ABB_1 ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/138042004017006111>