

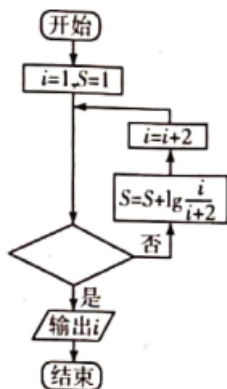
2023-2024 学年安徽省合肥市庐江第三中学高三第二学期数学试题 4 月月考试卷

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

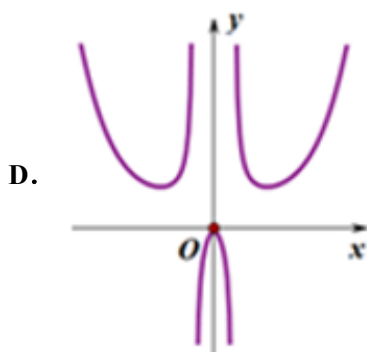
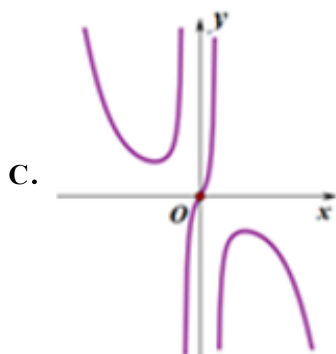
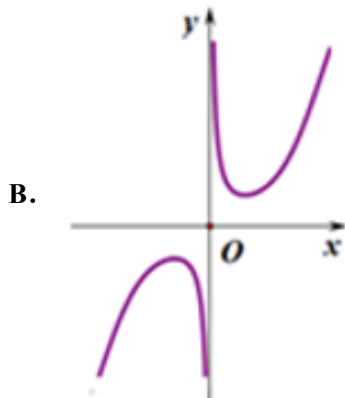
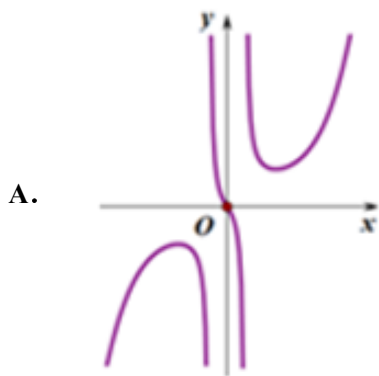
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 执行如图所示的程序框图，若输出的结果为 11，则图中的判断条件可以为 ()

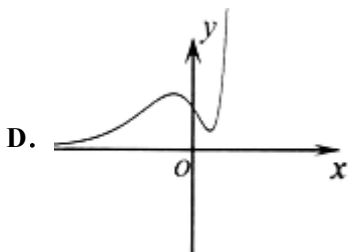
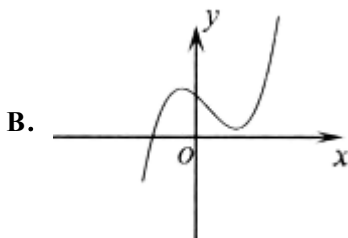
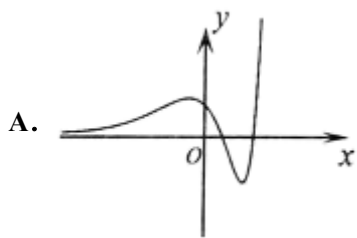


- A. $S > -1$? B. $S < 0$? C. $S < -1$? D. $S > 0$?

2. 函数 $y = \frac{2^x - 2^{-x}}{|x| - \cos x}$ 的图像大致为 () .



3. 函数 $f(x) = (x^2 - 4x + 1) \cdot e^x$ 的大致图象是 ()



4. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的焦点为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上, 若 $|PF_2| = 2$, 则 $\angle F_1PF_2$ 的大小为 ()

- A. 150° B. 135° C. 120° D. 90°

5. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a > b > c$, $a + b + c = 0$. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y \leq 4 \\ bx + ay + c \geq 0 \end{cases}$, 则目标函数

$z = 2x + y$ ()

- A. 有最大值, 无最小值 B. 有最大值, 有最小值
C. 无最大值, 有最小值 D. 无最大值, 无最小值

6. 已知甲盒子中有 m 个红球, n 个蓝球, 乙盒子中有 $m-1$ 个红球, $n+1$ 个蓝球 ($m \geq 3, n \geq 3$), 同时从甲乙两个盒子中取出 $i (i=1, 2)$ 个球进行交换, (a) 交换后, 从甲盒子中取 1 个球是红球的概率记为 $p_i (i=1, 2)$. (b) 交换后, 乙盒子中含有红球的个数记为 $\xi_i (i=1, 2)$. 则 ()

- A. $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$ B. $p_1 < p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$
C. $p_1 > p_2, E(\xi_1) > E(\xi_2)$ D. $p_1 < p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$

7. 给出以下四个命题:

- ① 依次首尾相接的四条线段必共面;
② 过不在同一条直线上的三点, 有且只有一个平面;
③ 空间中如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 那么这两个角必相等;
④ 垂直于同一直线的两条直线必平行.

其中正确命题的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

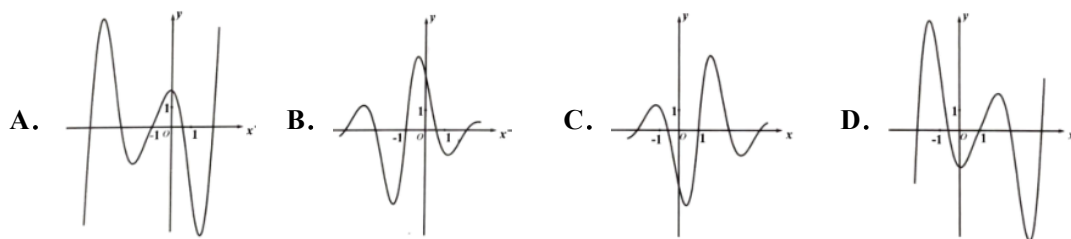
8. 设复数 $z_1 = 1+i, z_2 = 1-i$, 则 $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} =$ ()

- A. 1 B. -1 C. i D. -i

9. $\left(\frac{1}{x} + x + y^2\right)^8$ 的展开式中 $x^{-1}y^2$ 的系数是 ()

- A. 160 B. 240 C. 280 D. 320

10. 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x) = f(\pi - x)$ 满足 $|f(x)| \leq 2^{|\pi - x|}$, 且 $f(x) = f(\pi + x)$ 为奇函数, 则 $f(x) = f(\pi - x)$ 的图象可能是 ()



11. 设 $m = \ln 2, n = \lg 2$, 则 ()

- A. $m - n > mn > m + n$ B. $m - n > m + n > mn$
 C. $m + n > mn > m - n$ D. $m + n > m - n > mn$

12. 设 $S = \{x | 2x + 1 > 0\}, T = \{x | 3x - 5 < 0\}$, 则 $S \cap T =$ ()

- A. \emptyset B. $\{x | x < -\frac{1}{2}\}$ C. $\{x | x > \frac{5}{3}\}$ D. $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{5}{3}\}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点和椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点重合, 直线过抛物线的焦点 F 与抛物线交于 P, Q 两点和椭圆交于 A, B 两点, M 为抛物线准线上一动点, 满足 $|PF| + |MF| = 8, \angle MFP = \frac{\pi}{3}$, 当 $\triangle MFP$ 面积最大时, 直线 AB 的方程为_____.

14. 已知命题 $P: \forall x > 0, x^3 > 0$, 那么 P 是_____.

15. 若 $(2-x)^7 = a_0 + a_1(1+x) + a_2(1+x)^2 + \dots + a_7(1+x)^7$, 则 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_6 + a_7 =$ _____, $a_6 =$ _____.

16. $\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)(1+x)^6$ 展开式中 x^2 的系数为_____.

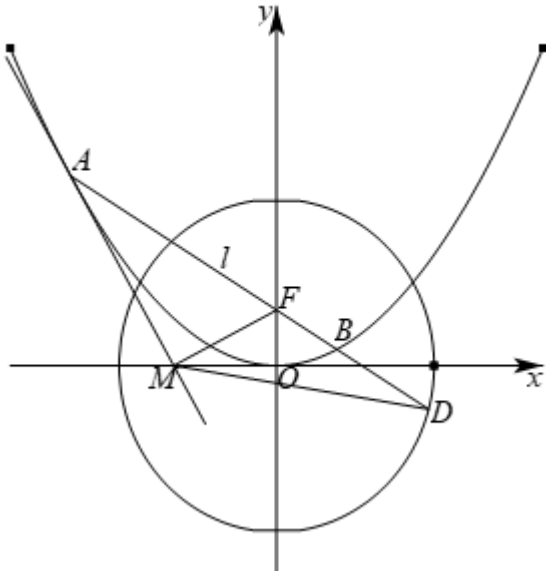
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 - x + a \ln x (a < 0)$, 且 $f(x)$ 只有一个零点.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 若 $x_1 < x_2$, 且 $f(x_1) = f(x_2)$, 证明: $x_1 + x_2 > 2$.

18. (12分) 已知抛物线 $C_1: x^2 = 4y$ 的焦点 F 也是椭圆 $C_2: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点, C_1 与 C_2 的公共弦的长为 $2\sqrt{6}$.



(1) 求 C_2 的方程;

(2) 过点 F 的直线与 C_1 相交于 A 、 B 两点, 与 C_2 相交于 C 、 D 两点, 且 \vec{AC} 与 \vec{BD} 同向, 设 C_1 在点 A 处的切线与 x 轴的交点为 M , 证明: 直线 l 绕点 F 旋转时, $\triangle MFD$ 总是钝角三角形;

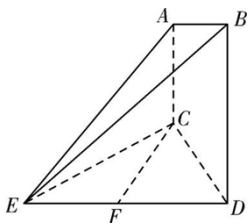
(3) P 为 C_2 上的动点, A_1 、 A_2 为 C_2 长轴的两个端点, 过点 O 作 A_2P 的平行线交椭圆于点 R , 过点 O 作 A_1P 的平行线交椭圆于点 S , 请问 $\triangle ORS$ 的面积是否为定值, 并说明理由.

19. (12分) 已知两函数 $f(x) = \ln x + kx$.

(1) 当 $k = -1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值点;

(2) 当 $k = 0$ 时, 若 $f(x) + \frac{b}{x} - a \geq 0 (a, b \in \mathbb{R})$ 恒成立, 求 $e^{a-1} - b + 1$ 的最大值.

20. (12分) 如图所示, 已知 $AC \perp$ 平面 CDE , $BD \parallel AC$, $\triangle CED$ 为等边三角形, F 为边 ED 上的中点, 且 $CD = BD = 2AC = 2$.



(I) 求证: $CF \perp$ 面 ABE ;

(II)求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 BDE ;

(III)求该几何体 $E-ABDC$ 的体积.

21. (12分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 其面积记为 S , 满足 $\frac{2\sqrt{3}}{3}S = \overline{AB} \cdot \overline{CA}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\sqrt{3}(b+c) = 2a$, 求 $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$ 的值.

22. (10分) 已知中心在原点 O 的椭圆 C 的左焦点为 $F_1(-1, 0)$, C 与 y 轴正半轴交点为 A , 且 $\angle AF_1O = \frac{\pi}{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过点 A 作斜率为 $k_1, k_2 (k_1 k_2 \neq 0)$ 的两条直线分别交 C 于异于点 A 的两点 M, N . 证明: 当 $k_2 = \frac{k_1}{k_1 - 1}$ 时, 直线 MN 过定点.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

根据程序框图知当 $i=11$ 时, 循环终止, 此时 $S = 1 - \lg 11 < 0$, 即可得答案.

【详解】

$i=1, S=1$. 运行第一次, $S = 1 + \lg \frac{1}{3} = 1 - \lg 3 > 0, i=3$, 不成立, 运行第二次,

$S = 1 + \lg \frac{1}{3} + \lg \frac{3}{5} = 1 - \lg 5 > 0, i=5$, 不成立, 运行第三次,

$S = 1 + \lg \frac{1}{3} + \lg \frac{3}{5} + \lg \frac{5}{7} = 1 - \lg 7 > 0, i=7$, 不成立, 运行第四次,

$S = 1 + \lg \frac{1}{3} + \lg \frac{3}{5} + \lg \frac{5}{7} + \lg \frac{7}{9} = 1 - \lg 9 > 0, i=9$, 不成立, 运行第五次,

$$S = 1 + \lg \frac{1}{3} + \lg \frac{3}{5} + \lg \frac{5}{7} + \lg \frac{7}{9} + \lg \frac{9}{11} = 1 - \lg 11 < 0, i = 11, \text{ 成立,}$$

输出 i 的值为 11, 结束.

故选: B.

【点睛】

本题考查补充程序框图判断框的条件, 考查函数与方程思想、转化与化归思想, 考查逻辑推理能力和运算求解能力, 求解时注意模拟程序一步一步执行的求解策略.

2、A

【解析】

本题采用排除法:

$$\text{由 } f\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = -f\left(\frac{5\pi}{2}\right) \text{ 排除选项 D;}$$

$$\text{根据特殊值 } f\left(\frac{5\pi}{2}\right) > 0 \text{ 排除选项 C;}$$

由 $x > 0$, 且 x 无限接近于 0 时, $f(x) < 0$ 排除选项 B;

【详解】

对于选项 D: 由题意可得, 令函数 $f(x) = y = \frac{2^x - 2^{-x}}{|x| - \cos x}$,

$$\text{则 } f\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = \frac{2^{\frac{5\pi}{2}} - 2^{-\frac{5\pi}{2}}}{\frac{5\pi}{2}}, f\left(\frac{5\pi}{2}\right) = \frac{2^{\frac{5\pi}{2}} - 2^{-\frac{5\pi}{2}}}{\frac{5\pi}{2}};$$

$$\text{即 } f\left(-\frac{5\pi}{2}\right) = -f\left(\frac{5\pi}{2}\right). \text{ 故选项 D 排除;}$$

$$\text{对于选项 C: 因为 } f\left(\frac{5\pi}{2}\right) = \frac{2^{\frac{5\pi}{2}} - 2^{-\frac{5\pi}{2}}}{\frac{5\pi}{2}} > 0, \text{ 故选项 C 排除;}$$

对于选项 B: 当 $x > 0$, 且 x 无限接近于 0 时, $|x| - \cos x$ 接近于 $-1 < 0$, $2^x - 2^{-x} > 0$, 此时 $f(x) < 0$. 故选项 B 排除;

故选项: A

【点睛】

本题考查函数解析式较复杂的图象的判断; 利用函数奇偶性、特殊值符号的正负等有关性质进行逐一排除是解题的关键; 属于中档题.

3、A

【解析】

用 $x < 0$ 排除 B, C; 用 $x = 2$ 排除 D; 可得正确答案.

【详解】

解: 当 $x < 0$ 时, $x^2 - 4x + 1 > 0$, $e^x > 0$,

所以 $f(x) > 0$, 故可排除 B, C;

当 $x = 2$ 时, $f(2) = -3e^2 < 0$, 故可排除 D.

故选: A.

【点睛】

本题考查了函数图象, 属基础题.

4、C

【解析】

根据椭圆的定义可得 $|PF_1| = 4$, $|F_1F_2| = 2\sqrt{7}$, 再利用余弦定理即可得到结论.

【详解】

由题意, $|F_1F_2| = 2\sqrt{7}$, $|PF_1| + |PF_2| = 6$, 又 $|PF_2| = 2$, 则 $|PF_1| = 4$,

由余弦定理可得 $\cos \angle F_1PF_2 = \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1F_2|^2}{2|PF_1| \cdot |PF_2|} = \frac{16 + 4 - 28}{2 \times 4 \times 2} = -\frac{1}{2}$.

故 $\angle F_1PF_2 = 120^\circ$.

故选: C.

【点睛】

本题考查椭圆的定义, 考查余弦定理, 考查运算能力, 属于基础题.

5、B

【解析】

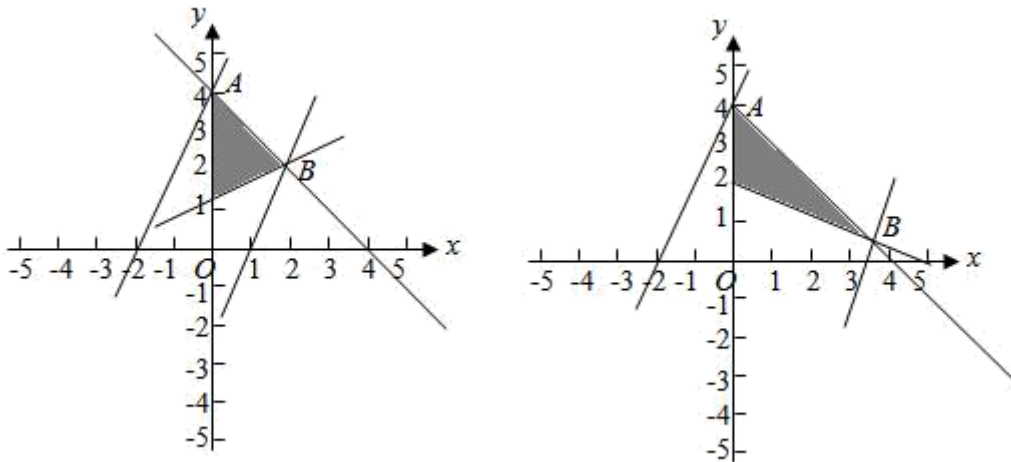
判断直线 $bx + ay + c = 0$ 与纵轴交点的位置, 画出可行解域, 即可判断出目标函数的最值情况.

【详解】

由 $a + b + c = 0$, $a > b > c$, 所以可得 $a > 0, c < 0$.

$a > b \Rightarrow a > -a - c \Rightarrow \frac{c}{a} > -2, b > c \Rightarrow -a - c > c \Rightarrow \frac{c}{a} < -\frac{1}{2} \therefore -2 < \frac{c}{a} < -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} < -\frac{c}{a} < 2,$

所以由 $bx + ay + c = 0 \Rightarrow y = -\frac{b}{a}x - \frac{c}{a}$, 因此该直线在纵轴的截距为正, 但是斜率有两种可能, 因此可行解域如下图所示:



由此可以判断该目标函数一定有最大值和最小值.

故选: B

【点睛】

本题考查了目标函数最值是否存在问题, 考查了数形结合思想, 考查了不等式的性质应用.

6、A

【解析】

分析: 首先需要去分析交换后甲盒中的红球的个数, 对应的事件有哪些结果, 从而得到对应的概率的大小, 再者就是对随机变量的值要分清, 对应的概率要算对, 利用公式求得期望.

详解: 根据题意有, 如果交换一个球,

有交换的都是红球、交换的都是蓝球、甲盒的红球换的乙盒的蓝球、甲盒的蓝球交换的乙盒的红球,

红球的个数就会出现 $m, m-1, m+1$ 三种情况;

如果交换的是两个球, 有红球换红球、蓝球换蓝球、一蓝一红换一蓝一红、红换蓝、蓝换红、一蓝一红换两红、一蓝一红换亮蓝,

对应的红球的个数就是 $m-2, m-1, m, m+1, m+2$ 五种情况, 所以分析可以求得 $p_1 > p_2, E(\xi_1) < E(\xi_2)$, 故选 A.

点睛: 该题考查的是有关随机事件的概率以及对应的期望的问题, 在解题的过程中, 需要对其对应的事件弄明白, 对应的概率会算, 以及变量的可取值会分析是多少, 利用期望公式求得结果.

7、B

【解析】

用空间四边形对①进行判断；根据公理 2 对②进行判断；根据空间角的定义对③进行判断；根据空间直线位置关系对④进行判断.

【详解】

①中，空间四边形的四条线段不共面，故①错误.

②中，由公理 2 知道，过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面，故②正确.

③中，由空间角的定义知道，空间中如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补，故③错误.

④中，空间中，垂直于同一直线的两条直线可相交，可平行，可异面，故④错误.

故选：B

【点睛】

本小题考查空间点，线，面的位置关系及其相关公理，定理及其推论的理解和认识；考查空间想象能力，推理论证能力，考查数形结合思想，化归与转化思想.

8、A

【解析】

根据复数的除法运算，代入化简即可求解.

【详解】

复数 $z_1 = 1+i, z_2 = 1-i$,

$$\text{则 } \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$$

$$= \frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i}$$

$$= \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} + \frac{1+i}{(1-i)(1+i)}$$

$$= \frac{1-i}{2} + \frac{1+i}{2} = 1$$

故选：A.

【点睛】

本题考查了复数的除法运算与化简求值，属于基础题.

9、C

【解析】

首先把 $\frac{1}{x} + x$ 看作为一个整体，进而利用二项展开式求得 y^2 的系数，再求 $\left(\frac{1}{x} + x\right)^7$ 的展开式中 x^{-1}

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/138044104111006113>