

专题五：三角函数

1. 已知点 $P(\tan \alpha, \cos \alpha)$ 在第三象限, 则角 α 的终边在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】因为点 $P(\tan \alpha, \cos \alpha)$ 在第三象限, 所以 $\tan \alpha < 0$ 且 $\cos \alpha < 0$. 由 $\tan \alpha < 0$ 得 α 在第二或第四象限; 由 $\cos \alpha < 0$ 得 α 在第二或第三象限以及 x 轴的负半轴, 所以 α 为第二象限角.

【知识点】三角函数的基本概念及其应用.

【难度】★

2. 角 α 的终边上有一点 $P(a, a), a \in \mathbb{R}$ 且 $a \neq 0$, 则 $\sin \alpha$ 的值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

【答案】C

【解析】 $r = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}|a|$, $\therefore \sin \alpha = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{2}|a|} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} (a > 0) \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} (a < 0) \end{cases}$, $\therefore \sin \alpha$ 的值为 $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

【知识点】任意角三角函数的定义.

【难度】★★

3. 已知 α 是第一象限角, $\tan \alpha = \frac{3}{4}$, 则 $\sin \alpha$ 等于 ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

【答案】B

【解析】由 $\begin{cases} 2k\pi < \alpha < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{4} \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$, 得 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

【知识点】同角三角函数的基本运算.

【难度】★★

4. 函数 $y = \sin(2x + \phi) (0 \leq \phi \leq \pi)$ 是 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 则 ϕ 的值是 ()

- A. 0 B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

【答案】C

【解析】当 $\phi = \frac{\pi}{2}$ 时, $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2}) = \cos 2x$, 而 $y = \cos 2x$ 是偶函数. 故选 C.

【知识点】三角函数的基本性质及应用.

【难度】★★

5. $4 \cos 50^\circ - \tan 40^\circ =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}-1$

【答案】C

$$\begin{aligned} \text{【解析】} 4\cos 50^\circ - \tan 40^\circ &= 4\sin 40^\circ - \frac{\sin 40^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{4\sin 40^\circ \cos 40^\circ - \sin 40^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{2\sin 80^\circ - \sin 40^\circ}{\cos 40^\circ} \\ &= \frac{\sin 80^\circ + \sin(60^\circ + 20^\circ) - \sin(60^\circ - 20^\circ)}{\cos 40^\circ} = \frac{\sin 80^\circ + 2\cos 60^\circ \sin 20^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{\sin 80^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 40^\circ} \\ &= \frac{\sin(30^\circ + 50^\circ) + \sin(30^\circ - 50^\circ)}{\cos 40^\circ} = \frac{2\sin 30^\circ \cdot \cos 50^\circ}{\cos 40^\circ} = \sqrt{3} \cdot \frac{\cos 40^\circ}{\cos 40^\circ} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

【知识点】同角间三角函数关系，两角和与差的三角函数关系，特殊角的三角函数值等.

【难度】★★★★

6、已知 $a \in \mathbf{R}$, $\sin a + 2\cos a = \frac{\sqrt{10}}{2}$, 则 $\tan 2a = (\quad)$

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$

【答案】C

【解析】由 $(\sin a + 2\cos a)^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2$ 可得 $\frac{\sin^2 a + 4\cos^2 a + 4\sin a \cos a}{\sin^2 a + \cos^2 a} = \frac{10}{4}$, 进一步整理可得 $3\tan^2 a - 8\tan a - 3 = 0$, 解得 $\tan a = 3$ 或 $\tan a = -\frac{1}{3}$, 于是 $\tan 2a = \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a} = -\frac{3}{4}$.

【知识点】三角公式的应用

【难度】★★

7. 设函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(2x + \frac{\pi}{4})$, 则()

- A. $y = f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递增, 其图像关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称
 B. $y = f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递增, 其图像关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称
 C. $y = f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递减, 其图像关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称
 D. $y = f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递减, 其图像关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称

【答案】D

【解析】 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2} \cos 2x$,

所以 $y = f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递减, 又 $f(\frac{\pi}{2}) = \sqrt{2} \cos \pi = -\sqrt{2}$, 是最小值. 所以函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称.

【知识点】三角图像和性质及其应用.

【难度】★★

8. 下列函数中，周期是 π ，又是偶函数的是 ()

- A. $y=\sin x$ B. $y=\cos x$ C. $y=\sin 2x$ D. $y=\cos 2x$

【答案】D

【解析】本题主要考查三角函数的周期性和奇偶性判断和计算，属于基础知识、基本运算的考查.

周期是 π 的函数是 $y=\sin 2x$ 和 $y=\cos 2x$ ，其中 $y=\cos 2x$ 是偶函数，故选 D.

【知识点】三角函数的基本性质及其应用.

【难度】★

9. 函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \phi)$, ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，则 ω, ϕ 的值分别是 ()

- (A) $2, -\frac{\pi}{3}$ (B) $2, -\frac{\pi}{6}$ (C) $4, -\frac{\pi}{6}$ (D) $4, \frac{\pi}{3}$

【答案】A

【解析】由图示得 $\frac{3}{4}T = \frac{5\pi}{12} - (-\frac{\pi}{3}) = \frac{3\pi}{4}$ ，即 $T = \pi$ ，所以 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2$ ；

又 $f(-\frac{\pi}{3}) = 0$ ，即 $2\sin[2 \cdot (-\frac{\pi}{3}) + \phi] = 0$ ，且 $-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$ ，所以 $\phi = -\frac{\pi}{3}$

【知识点】三角函数的图象及性质

【难度】★★

10. 将函数 $y = \sin(2x + \phi)$ 的图像沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位后，得到一个偶函数的图像，则 ϕ 的一个可能取值为 ()

- (A) $\frac{\pi}{8}$ (B) $-\frac{\pi}{8}$ (C) 0 (D) $-\frac{\pi}{4}$

【答案】B

【解析】将函数 $y = \sin(2x + \phi)$ 的图像沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位，得到函数

$y = \sin[2(x + \frac{\pi}{8}) + \phi] = \sin(2x + \frac{\pi}{4} + \phi)$ ，因为此时函数为偶函数，所以 $\frac{\pi}{4} + \phi = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ，即

$\phi = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ，所以选 B.

【知识点】三角函数的平移知识，三角函数的奇偶性

【难度】★★

11. 已知 $\sin(\frac{\pi}{3} - x) = \frac{3}{5}$ ，则 $\cos(\frac{5\pi}{6} - x) =$ ()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

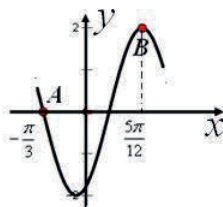
【答案】C

$\cos(\frac{5\pi}{6} - x) = \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} - x) = -\sin(\frac{\pi}{3} - x) = -\frac{3}{5}$ ，选 C.

【解析】

【知识点】三角函数的诱导公式及其应用.

【难度】★★



12. 为了得到函数 $y = \sqrt{3} \sin x \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x$ 的图象, 只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个长度单位
B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个长度单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位
D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位

【答案】A

【解析】因 $y = \sqrt{3} \sin x \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$,

即将 $y = \sin 2x$ 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个长度单位可得, 选 A.

【知识点】三角函数的恒等变换及函数图像的平移

【难度】★★

13. 已知函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \phi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \phi < \pi$) 为奇函数, 该函数的部分图象如图所示,

$\triangle EFG$ 是边长为 2 的等边三角形, 则 $f(1)$ 的值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】由题可知 $A = \sqrt{3}, T = 4$, 从而 $\omega = \frac{\pi}{2}, \phi = \frac{\pi}{2}$, 所以

$f(1) = \sqrt{3} \cos \pi = -\sqrt{3}$, 选 D.

【知识点】三角函数图像性质及其应用

【难度】★★

14. 已知函数 $f(x) = \cos x \sin 2x$, 下列结论中错误的是 ()

- A. $y = f(x)$ 的图像关于 $(\pi, 0)$ 中心对称
B. $y = f(x)$ 的图像关于 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称
C. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D. $f(x)$ 既是奇函数, 又是周期函数

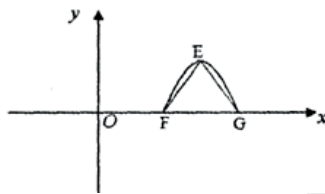
【答案】C

【解析】因 $f(x) = \cos x \sin 2x = 2 \sin x \cos^2 x = 2 \sin x (1 - \sin^2 x)$, 设 $t = \sin x$, 则

$g(t) = 2t(1 - t^2) = -2t^3 + 2t$, $t \in [-1, 1]$, $g'(t) = -6t^2 + 2$, 令 $g'(t) = 0$ 得 $t = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以函数 $g(t)$

在 $(-1, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ 上单调递增, $(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$ 上单调递减, $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1)$ 上单调递增, 所以

$g(t)_{\max} = \max\{g(-1), g(\frac{\sqrt{3}}{3})\}$, 而 $g(-1) = 0$, $g(\frac{\sqrt{3}}{3}) = \frac{4\sqrt{3}}{9}$, 答案 C 错误. 故选 C.



【知识点】三角函数的性质.

【难度】★★★★

15. 已知角 θ 的顶点为坐标原点, 始边为 x 轴的正半轴. 若 $P(4, y)$ 是角 θ 终边上一点, 且 $\sin\theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $y =$ _____.

【答案】-2

【解析】 $P(4, y)$ 是角 θ 终边上一点, 由三角函数的定义知 $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{16+y^2}}$, 又 $\sin\theta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\therefore$

$$\frac{y}{\sqrt{16+y^2}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}, \text{ 解得 } y = -2.$$

【知识点】三角函数的概念.

【难度】★★

16. 已知 $\cos(\alpha - \pi) = -\frac{12}{13}$, 且 α 是第四象限的角, 则 $\sin(-2\pi + \alpha) =$ _____

【答案】 $-\frac{5}{13}$

【解析】由 $\cos(\alpha - \pi) = -\frac{12}{13}$ 得, $\cos\alpha = \frac{12}{13}$, 而 α 为第四象限角, $\therefore \sin(-2\pi + \alpha) = \sin\alpha = -\sqrt{1 - \cos^2\alpha} = -\frac{5}{13}$.

【知识点】同角三角函数的基本关系式及正弦函数、余弦函数的诱导公式.

【难度】★★

17. 若 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{13}$ ($0 < \alpha < \pi$), 则 $\sin\alpha =$ _____.

【答案】 $\frac{12}{13}$

【解析】由 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{13}$ ($0 < \alpha < \pi$), 得 $2\sin\alpha\cos\alpha = \left(\frac{7}{13}\right)^2 - 1 = -\frac{120}{169}$

$$(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 + \frac{120}{169} = \frac{289}{169}$$

$$\because 0 < \alpha < \pi \therefore \sin\alpha - \cos\alpha > 0 \therefore \sin\alpha - \cos\alpha = \frac{17}{13} \therefore \sin\alpha = \frac{12}{13}$$

【知识点】同角三角函数的基本关系式.

【难度】★★

18. 已知 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{7}$, 则 $\tan\alpha =$ _____.

【答案】 $-\frac{3}{4}$

【解析】 $\tan \alpha = \tan(\alpha + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{7} - 1}{1 + \frac{1}{7} \times 1} = -\frac{3}{4}$

【知识点】三角函数两角差的正切公式.

【难度】★★

19. 若 $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = -\frac{1}{3}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{3} + \alpha) =$

【答案】 $-\frac{1}{3}$

【解析】 $\cos(\frac{\pi}{3} + \alpha) = \sin[\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{3} + \alpha)] = \sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = -\frac{1}{3}$.

【知识点】正弦函数、余弦函数的诱导公式

【难度】★★

20. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\cos^2 \alpha + \sin(\frac{\pi}{2} + 2\alpha) = \frac{1}{2}$, 则 $\tan \alpha =$.

【答案】1

【解析】由题意 $\cos^2 \alpha + \sin(\frac{\pi}{2} + 2\alpha) = \frac{1}{2}$ 即 $\cos^2 \alpha + \cos 2\alpha = 3\cos^2 \alpha - 1 = \frac{1}{2}$ 解得

$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$, 又 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 所以 $\tan \alpha = 1$.

【知识点】三角函数恒等变换及同角函数的基本关系式.

【难度】★★

21. 已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(\pi - \alpha) \cos(2\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) \tan \alpha}$, 则 $f(-\frac{10\pi}{3}) =$

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】 $\because f(\alpha) = \frac{\sin(\pi - \alpha) \cos(2\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) \tan \alpha} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{-\cos \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = -\cos \alpha$,

$\therefore f(-\frac{10\pi}{3}) = -\cos(-\frac{10\pi}{3}) = \frac{1}{2}$

【知识点】正弦函数、余弦函数的诱导公式及同角三角函数的基本关系式.

【难度】★★

22. 若函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \phi)$ 对任意 x 都有 $f(\frac{\pi}{6} + x) = f(\frac{\pi}{6} - x)$, 则 $f(\frac{\pi}{6}) =$

【答案】-3 或 3

【解析】由 $f(\frac{\pi}{6} + x) = f(\frac{\pi}{6} - x)$, 可知 $x = \frac{\pi}{6}$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴. 又 $\because f(x) = 3\sin(\omega x + \phi)$ 在对称轴处取得最值, 所以 $f(\frac{\pi}{6}) = -3$ 或 3

【知识点】正弦函数、余弦函数、正切函数的图象与性质.

【难度】★★

23. 若动直线 $x = a$ 与函数 $f(x) = \sin x$ 和 $g(x) = 2\cos x$ 的图像分别交于 M, N 两点, 则 $|MN|$ 的最大值

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/138047072032006120>