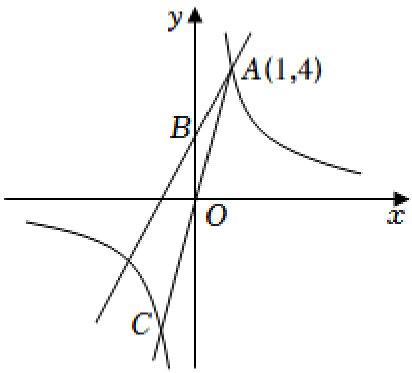
专题23 解答题重点出题方向反比例函数与几何综合专项训练（解析版）

模块一 2022中考真题集训

1．（2022•镇江）如图，一次函数 $y=2x+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象交于点 A（1，4），与 y 轴交于点 B．

（1）k＝__4__，b＝__2__；

（2）连接并延长 AO，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象交于点 C，点 D 在 y 轴上，若以 O、C、D 为顶点的三角形与△AOB 相似，求点 D 的坐标．



思路引领：（1）将点 A（1，4）分别代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）和一次函数 $y=2x+b$ 的解析式中，求解即可；

（2）根据题意，需要分类讨论：当点 D 落在 y 轴的正半轴上，当点 D 落在 y 轴的负半轴上，△COD∽△AOB 或△COD∽△BOA，依次根据比例关系，求解即可．

解：（1）将点 A（1，4）代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的解析式中，

∴$k=1\times4=4$；

将 A（1，4）代入一次函数 $y=2x+b$，

∴$2\times1+b=4$，

解得 $b=2$．

故答案为：4；2．

（2）当点 D 落在 y 轴的正半轴上，

则∠COD＞∠ABO，

∴△COD 与△ABO 不可能相似．

当点 D 落在 y 轴的负半轴上，

若△COD∽△AOB，

∵$CO=AO$，$BO=DO=2$，

∴D（0，－2）.

若△COD∽△BOA，则 OD：$OA=OC$：OB，

∵$OA=CO=\sqrt{17}$，$BO=2$，

∴$DO=\frac{17}{2}$，

∴D（0，$-\frac{17}{2}$），

综上所述：点 D 的坐标为（0，－2），（0，$-\frac{17}{2}$）.

总结提升：本题是反比例函数与一次函数的交点问题，考查了待定系数法求函数的系数，三角形相似的性质，解题的关键根据相似三角形的性质进行分类讨论.

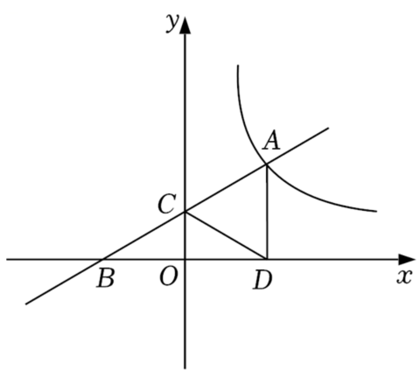
2.（2022•徐州）如图，一次函数 $y=kx+b$（$k>0$）的图象与反比例函数 $y=\frac{8}{x}$（$x>0$）的图象交于点 A，与 x 轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，$AD\perp x$ 轴于点 D，$CB=CD$，点 C 关于直线 AD 的对称点为点 E.

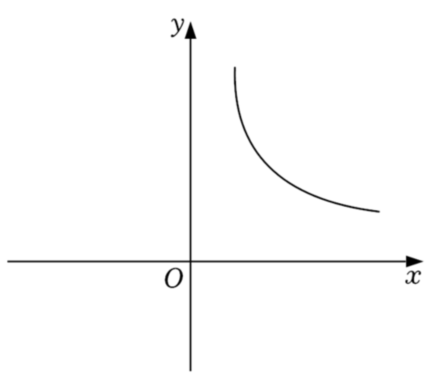
（1）点 E 是否在这个反比例函数的图象上？请说明理由；

（2）连接 AE、DE，若四边形 $ACDE$ 为正方形.

①求 k、b 的值；

②若点 P 在 y 轴上，当$|PE-PB|$最大时，求点 P 的坐标.





备用图

思路引领：（1）设点 A 的坐标为（m，$\frac{8}{m}$），根据轴对称的性质得到 $AD\perp CE$，AD 平分 CE，如图，连接 CE 交 AD 于 H，得到 $CH=EH$，求得 E（$2m$，$\frac{4}{m}$），于是得到点 E 在这个反比例函数的图象上；

（2）①根据正方形的性质得到 $AD=CE$，AD 垂直平分 CE，求得 $CH=\frac{1}{2}AD$，设点 A 的坐标为（m，$\frac{8}{m}$），得到 $m=2$（负值舍去），求得 A（2，4），C（0，2），把 A（2，4），C（0，2）代入 $y=kx+b$ 得，

解方程组即可得到结论；

②延长 ED 交 y 轴于 P，根据已知条件得到点 B 与点 D 关于 y 轴对称，求得 $|PE-PD|=|PE-PB|$，则点 P 即为符合条件的点，求得直线 DE 的解析式为 $y=x-2$，于是得到结论．

解：（1）点 E 在这个反比例函数的图象上，

理由：∵一次函数 $y=kx+b$（$k>0$）的图象与反比例函数 $y=\frac{8}{x}$（$x>0$）的图象交于点 A，

∴设点 A 的坐标为（m，$\frac{8}{m}$），

∵点 C 关于直线 AD 的对称点为点 E，

∴$AD\perp CE$，AD 平分 CE，

如图．连接 CE 交 AD 于 H，

∴$CH=EH$，

∵$BC=CD$，$OC\perp BD$，

∴$OB=OD$，

∴$OC=\frac{1}{2}AD$，

∵$AD\perp x$ 轴于 D，

∴$CE\parallel x$ 轴，

∴E（$2m$，$\frac{4}{m}$），

∵$2m\times\frac{4}{m}=8$，

∴点 E 在这个反比例函数的图象上；

（2）①∵四边形 $ACDE$ 为正方形，

∴$AD=CE$，AD 垂直平分 CE，

∴$CH=\frac{1}{2}AD$，

设点 A 的坐标为（m，$\frac{8}{m}$），

∴$CH=m$，$AD=\frac{8}{m}$，

∴$m=\frac{1}{2}\times\frac{8}{m}$，

∴$m=2$（负值舍去），

∴A（2，4），C（0，2），

把 A（2，4），C（0，2）代入 $y=kx+b$ 得，

$\begin{cases}2k+b=4\\ b=2\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}k=1\\ b=2\end{cases}$；

②延长 ED 交 y 轴于 P，

$\because CB=CD$，$OC\perp BD$，

$\therefore$点 B 与点 D 关于 y 轴对称，

$\therefore|PE-PD|=|PE-PB|$，

则点 P 即为符合条件的点，

由①知，A（2，4），C（0，2），

$\therefore D$（2，0），E（4，2），

设直线 DE 的解析式为 $y=ax+n$，

$\therefore\begin{cases}2a+n=0\\ 4a+n=2\end{cases}$，

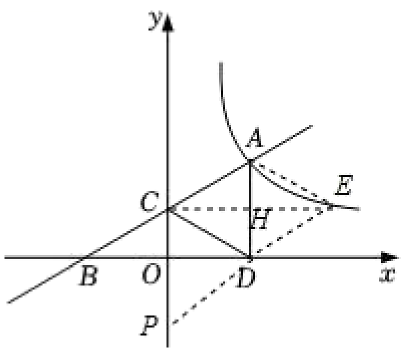
$\therefore\begin{cases}a=1\\ n=-2\end{cases}$，

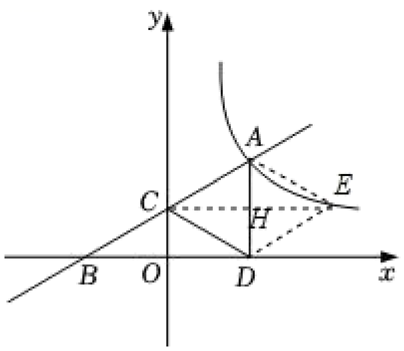
$\therefore$直线 DE 的解析式为 $y=x-2$，

当 $x=0$ 时，$y=-2$，

$\therefore P$（0，-2）．

故当$|PE-PB|$最大时，点 P 的坐标为（0，-2）．



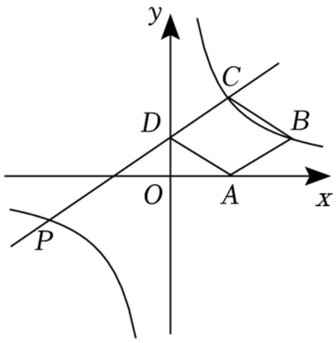


总结提升：本题考查了反比例函数的综合题，正方形的性质，轴对称的性质，待定系数法求一次函数的解析式，正确地作出辅助线是解题的关键.

3．（2022•安顺）如图，在平面直角坐标系中，菱形 $ABCD$ 的顶点 D 在 y 轴上，A，C 两点的坐标分别为（4，0），（4，m），直线 CD：$y=ax+b$（$a\neq0$）与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象交于 C，P（﹣8，﹣2）两点.

（1）求该反比例函数的解析式及 m 的值；

（2）判断点 B 是否在该反比例函数的图象上，并说明理由.



思路引领：（1）把 P（﹣8，﹣2）代入 $y=\frac{k}{x}$可得反比例函数的解析式为 $y=\frac{16}{x}$，即得 $m=\frac{16}{4}=4$；

（2）连接 AC，BD 交于 H，由 C（4，4），P（﹣8，﹣2）得直线 CD 的解析式是 $y=\frac{1}{2}x+2$，即得 D（0，2），根据四边形 $ABCD$ 是菱形，知 H 是 AC 中点，也是 BD 中点，由 A（4，0），C（4，4）可得 H（4，2），设 B（p，q），有$\begin{cases}\frac{p+0}{2}=4\\ \frac{q+2}{2}=2\end{cases}$，可解得 B（8，2），从而可知 B 在反比例函数 $y=\frac{16}{x}$的图象上.

解：（1）把 P（﹣8，﹣2）代入 $y=\frac{k}{x}$得：

$-2=\frac{k}{-8}$，

解得 $k=16$，

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{16}{x}$，

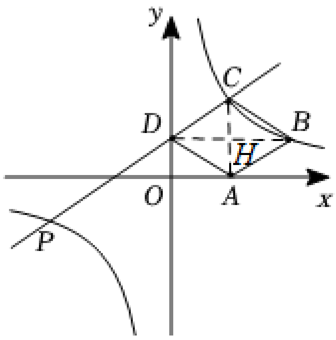
∵C（4，m）在反比例函数 $y=\frac{16}{x}$的图象上，

∴$m=\frac{16}{4}=4$；

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{16}{x}$，m＝4；

（2）B 在反比例函数 $y=\frac{16}{x}$的图象上，理由如下：

连接 AC，BD 交于 H，如图：



把 C（4，4），P（－8，－2）代入 y＝ax+b 得：

$\begin{cases}4a+b=4\\-8a+b=-2\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=2\end{cases}$，

∴直线 CD 的解析式是 $y=\frac{1}{2}x+2$，

在 $y=\frac{1}{2}x+2$ 中，令 x＝0 得 y＝2，

∴D（0，2），

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴H 是 AC 中点，也是 BD 中点，

由 A（4，0），C（4，4）可得 H（4，2），

设 B（p，q），

∵D（0，2），

∴$\begin{cases}\frac{p+0}{2}=4\\\frac{q+2}{2}=2\end{cases}$，

解得$\begin{cases}p=8\\q=2\end{cases}$，

∴B（8，2），

在 $y=\frac{16}{x}$中，令 $x=8$ 得 $y=2$，

∴B 在反比例函数 $y=\frac{16}{x}$的图象上．

总结提升：本题考查反比例函数与一次函数综合，涉及待定系数法，菱形的性质及应用，函数图象上点坐标的特征等，解题的关键是求出点 B 的坐标．

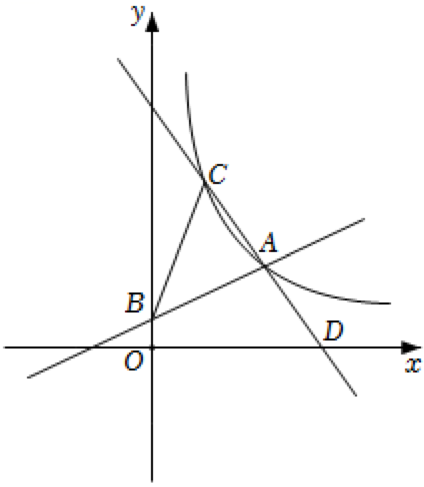
4．（2022•济南）如图，一次函数 $y=\frac{1}{2}x+1$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象交于点 A（a，3），与 y 轴交于点 B．

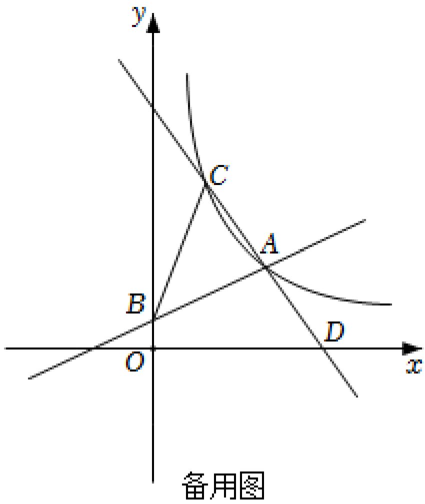
（1）求 a，k 的值；

（2）直线 CD 过点 A，与反比例函数图象交于点 C，与 x 轴交于点 D，$AC=AD$，连接 CB．

①求△ABC 的面积；

②点 P 在反比例函数的图象上，点 Q 在 x 轴上，若以点 A，B，P，Q 为顶点的四边形是平行四边形，请求出所有符合条件的点 P 坐标．





备用图

思路引领：（1）将点 A 的坐标代入 $y=\frac{1}{2}x+1$求得 a，再把点 A 坐标代入 $y=\frac{k}{x}$求出 k；

（2）先求出 A，B，C 三点坐标，作 $CF\perp x$ 轴于 F，交 AB 于 E，求出点 E 坐标，从而求得 CE 的长，进而求得三角形 ABC 的面积；

（3）当 AB 为对角线时，先求出点 P 的纵坐标，进而代入反比例函数的解析式求得横坐标；当 AB 为边时，同样先求出点 P 的纵坐标，再代入 $y=\frac{12}{x}$求得点 P 的横坐标．

解：（1）把 $x=a$，$y=3$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+1$ 得，

$\frac{1}{2}a+1=3$，

∴$a=4$，

把 $x=4$，$y=3$ 代入 $y=\frac{k}{x}$得，

$3=\frac{k}{4}$，

∴$k=12$；

（2）∵点 A（4，3），D 点的纵坐标是 0，$AD=AC$，

∴点 C 的纵坐标是 $3\times2-0=6$，

把 $y=6$ 代入 $y=\frac{12}{x}$得 $x=2$，

∴C（2，6），

①如图 1，

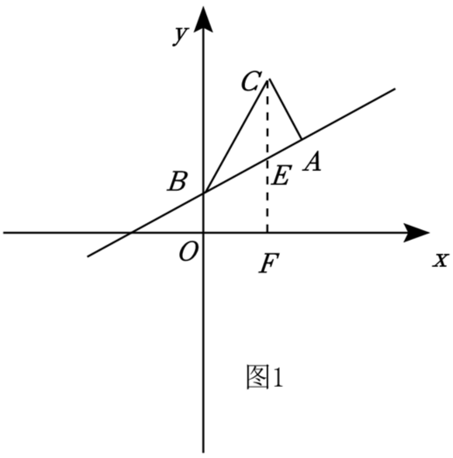


图1

作 $CF\perp x$ 轴于 F，交 AB 于 E，

当 $x=2$ 时，$y=\frac{1}{2}\times2+1=2$，

∴E（2，2），

∵C（2，6），

∴$CE=6-2=4$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}CE\cdot x_A=\frac{1}{2}\times4\times4=8$；

②如图 2，

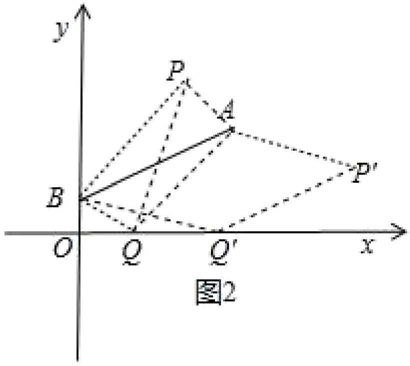


图2

当 AB 是对角线时，即：四边形 $APBQ$ 是平行四边形，

∵A（4，3），B（0，1），点 Q 的纵坐标为 0，

∴$y_P = 1+3-0 = 4$，

当 $y=4$ 时，$4=\frac{12}{x}$，

∴$x=3$，

∴P（3，4），

当 AB 为边时，即：四边形 $ABQP$ 是平行四边形（图中的▱$ABQ'P'$），

由 $y_{Q'} - y_B = y_{P'} - y_A$ 得，

$0-1 = y_{P'} - 3$，

∴$y_{P'} = 2$，

当 $y=2$ 时，$x=\frac{12}{2}=6$，

∴P'（6，2），

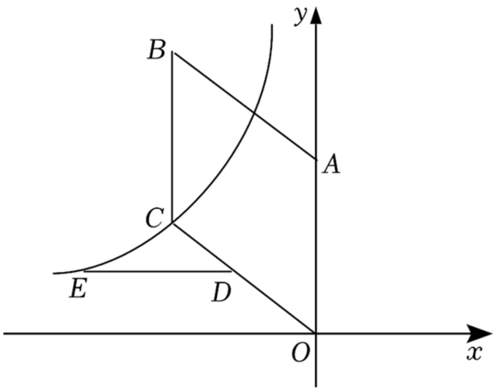
综上所述：P（3，4）或（6，2）.

总结提升：本题主要考查了求反比例函数的解析式，结合一次函数的解析式求点的坐标，结合平行四边形的性质求点的坐标等知识，解决问题的关键是画出图形，全面分类.

5．（2022•盘锦）如图，平面直角坐标系 xOy 中，四边形 $OABC$ 是菱形，点 A 在 y 轴正半轴上，点 B 的坐标是（－4，8），反比例函数$y=\frac{k}{x}(x<0)$的图象经过点 C.

（1）求反比例函数的解析式；

（2）点 D 在边 CO 上，且$\frac{CD}{DO}=\frac{3}{4}$，过点 D 作 DE∥x 轴，交反比例函数的图象于点 E，求点 E 的坐标.



思路引领：（1）过点 B 作 $BF\perp y$ 轴，垂足为 F，设点 A 为（0，m），根据菱形的性质和勾股定理求出 $OA=BC=AB=5$，然后求出点 C 的坐标，即可求出解析式；

（2）作 $DG\perp x$ 轴，$CH\perp x$ 轴，垂足分别为 G、H，先证明△ODG∽△OCH，求出$OG=\frac{16}{7}$，$DG=\frac{12}{7}$，然后得到点 D 的纵坐标，再求出点 E 的坐标即可．

解：（1）根据题意，过点 B 作 $BF\perp y$ 轴，垂足为 F，如图：

∵四边形 $OABC$ 是菱形，

设点 A 为（0，m），

∴$OA=BC=AB=m$，

∵点 B 为（－4，8），

∴$BF=4$，$AF=8-m$，

在直角△ABF 中，由勾股定理，则 $AB^2=BF^2+AF^2$，即 $m^2=4^2+(8-m)^2$，

解得：$m=5$，

∴$OA=BC=AB=5$，

∴点 C 的坐标为（－4，3），

把点 C 代入$y=\frac{k}{x}$，得 $k=-4\times3=-12$，

∴反比例函数的解析式为$y=-\frac{12}{x}(x<0)$；

（2）作 $DG\perp x$ 轴，$CH\perp x$ 轴，垂足分别为 G、H，如图，

∵$\frac{CD}{DO}=\frac{3}{4}$，

∴$\frac{OD}{OC}=\frac{4}{7}$，

∵$DG/\!/CH$，

$\therefore\triangle ODG\backsim\triangle OCH$，

$\therefore\frac{OG}{OH}=\frac{DG}{CH}=\frac{OD}{OC}=\frac{4}{7}$，

$\because$点 C 的坐标为（﹣4，3），

$\therefore OH=4$，$CH=3$，

$\therefore\frac{OG}{4}=\frac{DG}{3}=\frac{4}{7}$，

$\therefore OG=\frac{16}{7}$，$DG=\frac{12}{7}$，

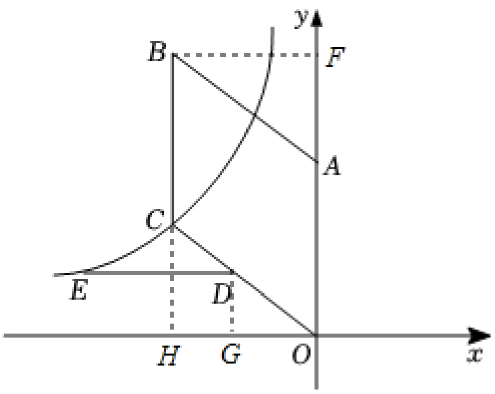
$\therefore$点 D 的纵坐标为$\frac{12}{7}$，

$\because DE\parallel x$ 轴，

$\therefore$点 E 的纵坐标为$\frac{12}{7}$，

$\therefore\frac{12}{7}=-\frac{12}{x}$，解得 $x=-7$，

$\therefore$点 E 的坐标为（﹣7，$\frac{12}{7}$）.

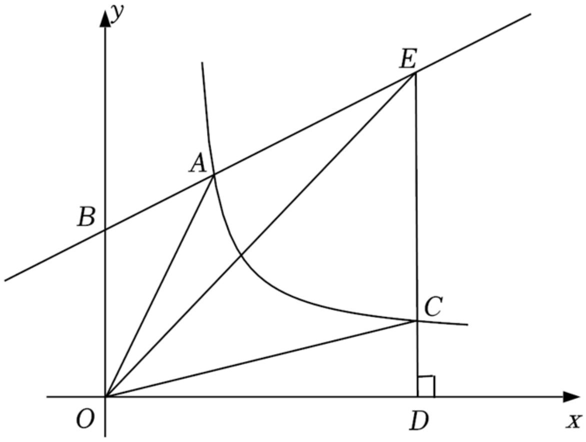


总结提升：本题考查了菱形的性质，反比例函数的图像和性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理等知识，解题的关键是熟练理解题意，正确的作出辅助线，从而进行解题.

6．（2022•聊城）如图，直线 $y=px+3$（$p\neq0$）与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>0$）在第一象限内的图象交于点 A（2，q），与 y 轴交于点 B，过双曲线上的一点 C 作 x 轴的垂线，垂足为点 D，交直线 $y=px+3$ 于点 E，且 $S_{\triangle AOB}$：$S_{\triangle COD}=3$：4.

（1）求 k，p 的值；

（2）若 OE 将四边形 $BOCE$ 分成两个面积相等的三角形，求点 C 的坐标.



思路引领：（1）根据解析式求出 B 点的坐标，根据 A 点的坐标和 B 点的坐标得出三角形 AOB 的面积，根据面积比求出三角形 COD 的面积，设出 C 点的坐标，根据面积求出 k 的值，再用待定系数法求出 p 即可；

（2）根据 C 点的坐标得出 E 点的坐标，再根据面积相等列出方程求解即可．

解：（1）∵直线 $y=px+3$ 与 y 轴交点为 B，

∴B（0，3），

即 $OB=3$，

∵点 A 的横坐标为 2，

∴$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$，

∵$S_{\triangle AOB}$：$S_{\triangle COD}=3$：4，

∴$S_{\triangle COD}=4$，

设 C（m，$\frac{k}{m}$），

∴$\frac{1}{2}m\cdot\frac{k}{m}=4$，

解得 $k=8$，

∵点 A（2，q）在双曲线 $y=\frac{8}{x}$上，

∴$q=4$，

把点 A（2，4）代入 $y=px+3$，

得 $p=\frac{1}{2}$，

∴$k=8$，$p=\frac{1}{2}$；

（2）∵C（m，$\frac{k}{m}$），

∴E（m，$\frac{1}{2}m+3$），

∵OE 将四边形 $BOCE$ 分成两个面积相等的三角形，

∴$S_{\triangle BOE}=S_{\triangle COE}$，

∵$S_{\triangle BOE}=\frac{3}{2}m$，$S_{\triangle COE}=\frac{m}{2}$（$\frac{1}{2}m+3$）﹣4，

∴$\frac{3}{2}m=\frac{m}{2}$（$\frac{1}{2}m+3$）﹣4，

解得 $m=4$ 或 $m=-4$（不符合题意，舍去），

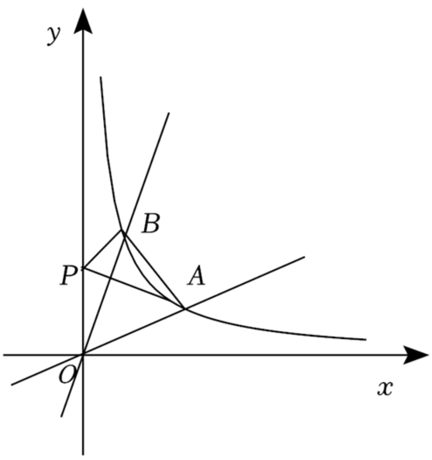
∴点 C 的坐标为（4，2）.

总结提升：本题主要考查反比例函数的图形和性质，一次函数的图象和性质，熟练掌握一次函数和反比例函数的图象和性质及待定系数法求函数解析式是解题的关键.

7.（2022•大庆）已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$和一次函数 $y=x-1$，其中一次函数图象过（$3a$，b），（$3a+1$，$b+\frac{k}{3}$）两点.

（1）求反比例函数的关系式；

（2）如图，函数 $y=\frac{1}{3}x$，$y=3x$ 的图象分别与函数 $y=\frac{k}{x}$（$x>0$）图象交于 A，B 两点，在 y 轴上是否存在点 P，使得△ABP 周长最小？若存在，求出周长的最小值；若不存在，请说明理由.



思路引领：（1）把（$3a$，b），（$3a+1$，$b+\frac{k}{3}$）代入 $y=x-1$ 中，列出方程组进行计算即可解答；

（2）作点 B 关于 y 轴的对称点 B'，连接 AB' 交 y 轴于点 P，连接 BP，此时 $AP+BP$ 的最小，即△ABP 周长最小，先求出 A，B 两点坐标，从而求出 AB 的长，

再根据点 B 与点 B' 关于 y 轴对称，求出 B' 的坐标，从而求出 AB' 的长，进而求出△ABP 周长的最小

值.

解：(1) 把（3a，b），（3a+1，$b+\frac{k}{3}$）代入 y=x﹣1 中可得：

$$\begin{cases} b=3a-1 \\ b+\frac{k}{3}=3a+1-1 \end{cases},$$

解得：k=3，

∴反比例函数的关系式为：$y=\frac{3}{x}$；

（2）存在，

作点 B 关于 y 轴的对称点 B'，连接 AB' 交 y 轴于点 P，连接 BP，此时 AP+BP 的最小，即△ABP 周长最小，

由题意得：$\begin{cases} y=\frac{3}{x} \\ y=3x \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$或$\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$，

∴B（1，3），

由题意得：$\begin{cases} y=\frac{3}{x} \\ y=\frac{1}{3}x \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$或$\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$，

∴A（3，1），

∴AB=$2\sqrt{2}$，

∵点 B 与点 B' 关于 y 轴对称，

∴B'（﹣1，3），BP=$B'P$，

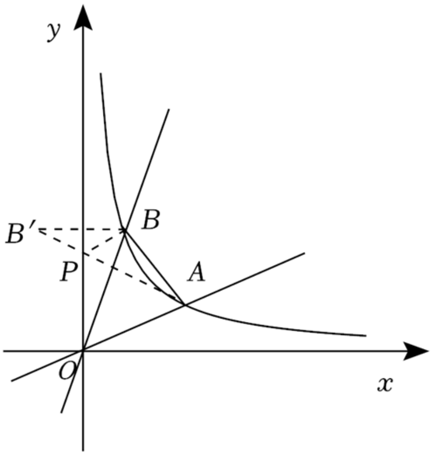
∴AB'=$2\sqrt{5}$，

∴AP+BP=AP+$B'P$=AB'=$2\sqrt{5}$，

∴AP+BP 的最小值为 $2\sqrt{5}$，

∴△ABP 周长最小值=$2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$，

∴△ABP 周长的最小值为 $2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$.

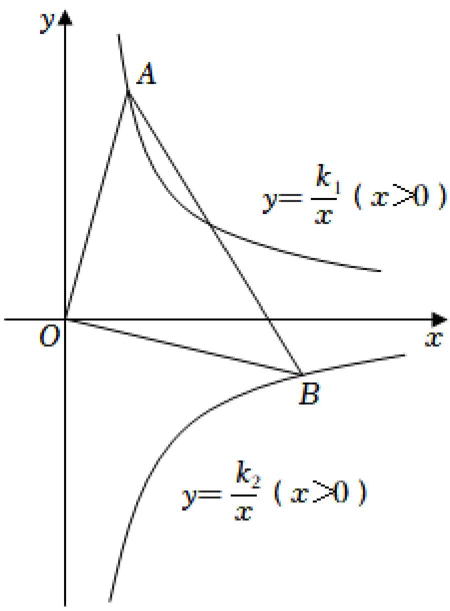


总结提升：本题考查了待定系数法求反比例函数解析式，反比例函数与一次函数的交点问题，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键．

8．（2022•湖北）如图，$OA=OB$，$\angle AOB=90°$，点 A，B 分别在函数 $y=\frac{k_1}{x}$（$x>0$）和 $y=\frac{k_2}{x}$（$x>0$）的图象上，且点 A 的坐标为（1，4）．

（1）求 k_1，k_2 的值；

（2）若点 C，D 分别在函数 $y=\frac{k_1}{x}$（$x>0$）和 $y=\frac{k_2}{x}$（$x>0$）的图象上，且不与点 A，B 重合，是否存在点 C，D，使得$\triangle COD\cong\triangle AOB$．若存在，请直接写出点 C，D 的坐标；若不存在，请说明理由．



思路引领：（1）作辅助线，构建三角形全等，证明$\triangle AGO\cong\triangle OHB$（$AAS$），可解答；

（2）根据$\triangle COD\cong\triangle AOB$ 和反比例函数的对称性可得：B 与 C 关于 x 轴对称，A 与 D 关于 x 轴对称，可得结论．

解：（1）如图 1，过点 A 作 $AG\perp y$ 轴于 G，过点 B 作 $BH\perp y$ 轴于 H，

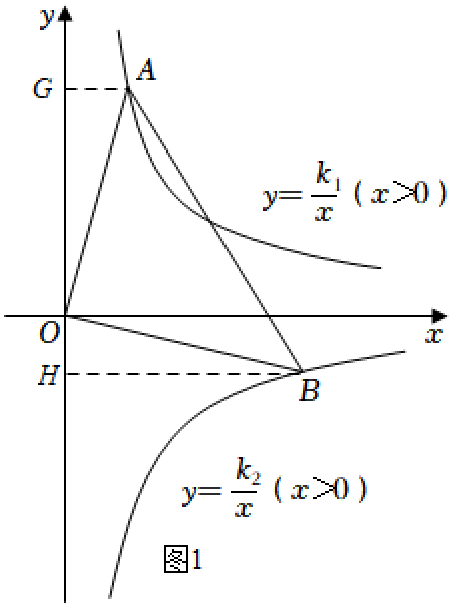


图1

∵A（1，4），

∴$k_1=1\times4=4$，$AG=1$，$OG=4$，

∵$\angle AOB=\angle AOG+\angle BOH=\angle BOH+\angle OBH=90^\circ$，

∴$\angle AOG=\angle OBH$，

∵$OA=OB$，$\angle AGO=\angle BHO=90^\circ$，

∴$\triangle AGO\cong\triangle OHB$（$AAS$），

∴$OH=AG=1$，$BH=OG=4$，

∴B（4，﹣1），

∴$k_2=4\times$（﹣1）＝﹣4；

（2）存在，

如图2，∵$\triangle COD\cong\triangle AOB$，

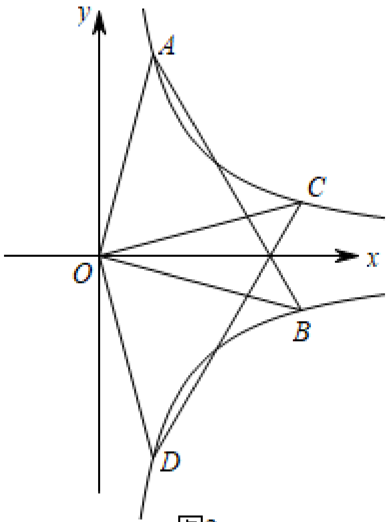


图2

∴$OA=OB=OC=OD$，

∴B 与 C 关于 x 轴对称，A 与 D 关于 x 轴对称，

∴C（4，1），D（1，－4）．

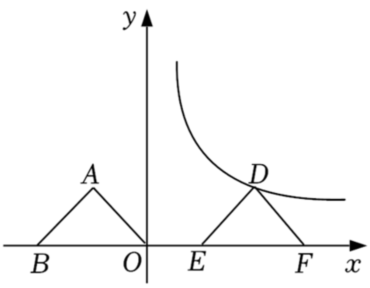
总结提升：本题考查了全等三角形的判定与性质，反比例函数的对称的性质，熟练掌握反比例函数是轴对称图形是解本题的关键．

9．（2022•雅安）如图，在平面直角坐标系中，等腰直角三角形 ABO 的直角顶点 A 的坐标为（m，2），点 B 在 x 轴上，将△ABO 向右平移得到△DEF，使点 D 恰好在反比例函数 $y=\frac{8}{x}$（$x>0$）的图象上．

（1）求 m 的值和点 D 的坐标；

（2）求 DF 所在直线的表达式；

（3）若该反比例函数图象与直线 DF 的另一交点为点 G，求 $S_{\triangle EFG}$．



思路引领：（1）根据平移的特点和反比例函数的性质解答即可；

（2）利用等腰直角三角形的性质求出 D，F 点的坐标，再利用待定系数法解答即可；

（3）联立两个函数解析式，根据三角形的面积公式解答即可．

解：（1）过 A 点作 $AH\perp BO$ 于 H，

∵△ABO 是等腰直角三角形，A（m，2），

∴$OH=AH=2$，

∴$m=-2$，

由平移可得 D 点纵坐标和 A 点纵坐标相同，设 D（n，2），

∵D 在 $y=\frac{8}{x}$图像上，

∴$n=4$，

∴D（4，2）.

（2）过 D 作 $DM\perp EF$ 于 M，

∵$\triangle DEF$ 是等腰直角三角形，

∴$\angle DFM=45°$，

∴$DM=MF=2$，

由 D（4，2）得 F（6，0），

设直线 DF 的表达式为：$y=kx+b$，将 F（6，0）和 D（4，2）代入得：

$\begin{cases}2=4k+b\\0=6k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-1\\b=6\end{cases}$，

∴直线 DF 的表达式为 $y=-x+6$.

（3）延长 FD 交 $y=\frac{8}{x}$图像于点 G，

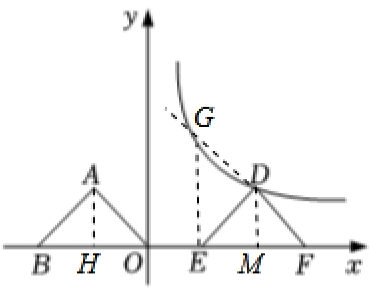
$\begin{cases}y=-x+6\\y=\frac{8}{x}\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x_1=4\\y_1=2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=2\\y_2=4\end{cases}$，

∴G（2，4），

由（1）得 $EF=BO=2HO=4$，

∴$S_{\triangle EFG}=\frac{1}{2}EF\bullet G_y=\frac{1}{2}\times4\times4=8$.



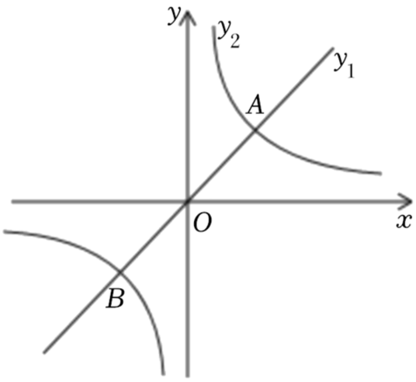
总结提升：本题主要考查了反比例函数与一次函数的综合运用，熟练掌握反比例函数和一次函数的性质

是解答本题的关键．

10．（2022•常德）如图，已知正比例函数 $y_1=x$ 与反比例函数 y_2 的图象交于 A（2，2），B 两点．

（1）求 y_2 的解析式并直接写出 $y_1<y_2$ 时 x 的取值范围；

（2）以 AB 为一条对角线作菱形，它的周长为 $4\sqrt{10}$，在此菱形的四条边中任选一条，求其所在直线的解析式．



思路引领：（1）运用待定系数法即可求得反比例函数解析式，求出点 B 的坐标，（也可以直接利用反比例函数和正比例函数图象的对称性得出点 B 的坐标．）观察图象即可得出 x 的取值范围；

（2）过点 A 作 $AE\perp x$ 轴于点 E，过点 D 作 $DF\perp x$ 轴于点 F，可证得△AOE 是等腰直角三角形，得出：$\angle AOE=45°$，$OA=\sqrt{2}AE=2\sqrt{2}$，再根据菱形性质可得：$AB\perp CD$，$OC=OD$，利用勾股定理即可求得 D（1，﹣1），再根据对称性可得 C（﹣1，1），运用待定系数法即可求得菱形的边所在直线的解析式．

解：（1）设反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$，把 A（2，2）代入，得：$2=\frac{k}{2}$，

解得：$k=4$，

∴$y_2=\frac{4}{x}$，

由$\begin{cases}y=x\\y=\frac{4}{x}\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x_1=2\\y_1=2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=-2\\y_2=-2\end{cases}$，

∴B（﹣2，﹣2），

由图象可知：当 $y_1<y_2$ 时，$x<-2$ 或 $0<x<2$；

注明：也可以直接利用反比例函数和正比例函数图象的对称性得出点 B 的坐标．

（2）过点 A 作 $AE\perp x$ 轴于点 E，过点 D 作 $DF\perp x$ 轴于点 F，

∵A（2，2），

∴$AE=OE=2$，

∴△AOE 是等腰直角三角形，

∴$\angle AOE=45°$，$OA=\sqrt{2}AE=2\sqrt{2}$，

∵四边形 $ACBD$ 是菱形，

∴$AB\perp CD$，$OC=OD$，

∴∠DOF＝90°－∠AOE＝45°，

∵∠DFO＝90°，

∴△DOF 是等腰直角三角形，

∴DF＝OF，

∵菱形 $ACBD$ 的周长为 $4\sqrt{10}$，

∴$AD=\sqrt{10}$，

在 Rt△AOD 中，$OD=\sqrt{AD^2-OA^2}=\sqrt{(\sqrt{10})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$，

∴DF＝OF＝1，

∴D（1，－1），

由菱形的对称性可得：C（－1，1），

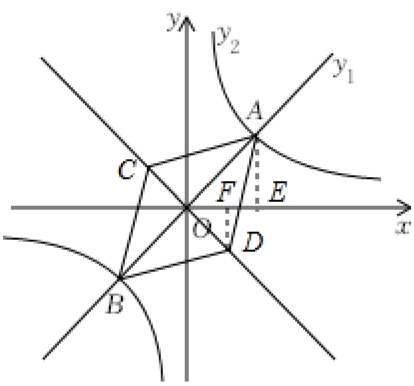
设直线 AD 的解析式为 y＝mx+n，

则$\begin{cases}m+n=-1\\2m+n=2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}m=3\\n=-4\end{cases}$，

∴AD 所在直线的解析式为 y＝3x－4；

同理可得 BC 所在直线的解析式为 y＝3x+4，AC 所在直线的解析式为 $y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$，$BD$ 所在直线的解析式为 $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$.

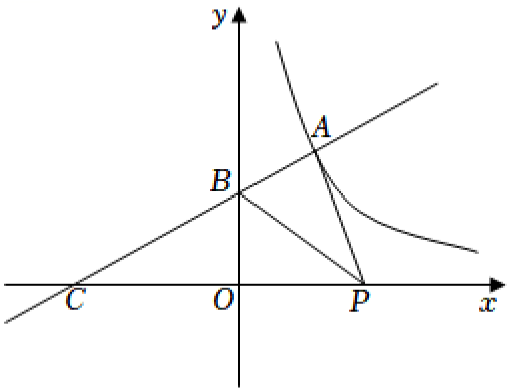


总结提升：本题是反比例函数综合题，考查了待定系数法求函数解析式，一次函数和反比例函数的图象和性质，等腰直角三角形的判定和性质，勾股定理，菱形的性质等，难度适中，熟练掌握待定系数法是解题关键．

11.（2022•苏州）如图，一次函数 $y=kx+2$（$k\neq0$）的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$（$m\neq0$，$x>0$）的图象交于点 A（2，n），与 y 轴交于点 B，与 x 轴交于点 C（－4，0）.

（1）求 k 与 m 的值；

（2）P（a，0）为 x 轴上的一动点，当△APB 的面积为$\frac{7}{2}$时，求 a 的值.



思路引领：（1）把点 C 的坐标代入一次函数的解析式求出 k，再求出点 A 的坐标，把点 A 的坐标代入反比例函数的解析式中，可得结论；

（2）根据 $S_{\triangle CAP}=S_{\triangle ABP}+S_{\triangle CBP}$，构建方程求解即可.

解：（1）把 C（－4，0）代入 $y=kx+2$，得 $k=\frac{1}{2}$，

∴$y=\frac{1}{2}x+2$，

把 A（2，n）代入 $y=\frac{1}{2}x+2$，得 $n=3$，

∴A（2，3），

把 A（2，3）代入 $y=\frac{m}{x}$，得 $m=6$，

∴$k=\frac{1}{2}$，$m=6$；

（2）当 $x=0$ 时，$y=2$，

∴B（0，2），

∵P（a，0）为 x 轴上的动点，

∴$PC=|a+4|$，

∴$S_{\triangle CBP}=\frac{1}{2}\cdot PC\cdot OB=\frac{1}{2}\times|a+4|\times2=|a+4|$，$S_{\triangle CAP}=\frac{1}{2}PC\cdot y_A=\frac{1}{2}\times|a+4|\times3$，

∵$S_{\triangle CAP}=S_{\triangle ABP}+S_{\triangle CBP}$，

$\therefore \frac{3}{2}|a+4| = \frac{7}{2} + |a+4|$，

$\therefore a=3$ 或 -11．

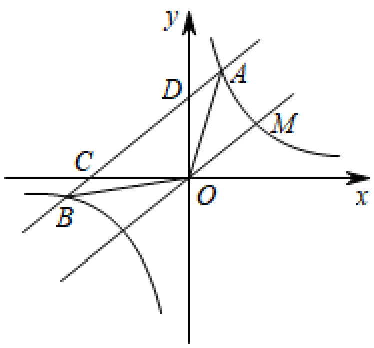
总结提升：本题考查反比例函数与一次函数的交点，解题的关键是熟练掌握待定系数法，学会利用参数构建方程解决问题．

12．（2022•眉山）已知直线 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象在第一象限交于点 M（2，a）．

（1）求反比例函数的解析式；

（2）如图，将直线 $y=x$ 向上平移 b 个单位后与 $y=\frac{k}{x}$的图象交于点 A（1，m）和点 B（n，-1），求 b 的值；

（3）在（2）的条件下，设直线 AB 与 x 轴、y 轴分别交于点 C，D，求证：$\triangle AOD \cong \triangle BOC$．



思路引领：（1）先根据一次函数求出 M 点坐标，再代入反比例函数计算即可；

（2）先求出 A 的点坐标，再代入平移后的一次函数解析式计算即可；

（3）过点 A 作 $AE\perp y$ 轴于点 E，过 B 点作 $BF\perp x$ 轴于点 F，即可根据 A、B 坐标证明$\triangle AOE \cong \triangle BOF$（$SAS$），得到$\angle AOE=\angle BOF$，$OA=OB$，再求出 C、D 坐标即可得到 $OC=OD$，即可证明$\triangle AOD \cong \triangle BOC$．

（1）解：∵直线 $y=x$ 过点 M（2，a），

$\therefore a=2$，

∴将 M（2，2）代入$y=\frac{k}{x}$中，得 $k=4$，

∴反比例函数的解析式为$y=\frac{4}{x}$；

（2）解：由（1）知，反比例函数的解析式为$y=\frac{4}{x}$，

∵点 A（1，m）在$y=\frac{4}{x}$的图象上，

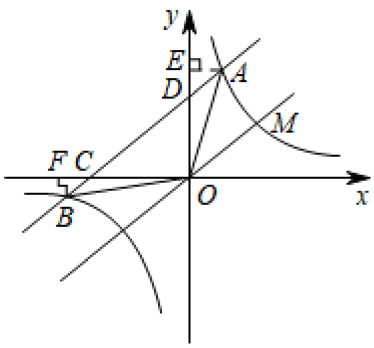
∴$m=4$，

∴A（1，4），

由平移得，平移后直线 AB 的解析式为 $y=x+b$，

将 A（1，4）代入 $y=x+b$ 中，得 $b=3$；

（3）证明：如图，过点 A 作 $AE\perp y$ 轴于点 E，过 B 点作 $BF\perp x$ 轴于点 F.



由（1）知，反比例函数的解析式为$y=\dfrac{4}{x}$，

∵点 B（n，－1）在$y=\dfrac{4}{x}$的图象上，

∴$n=-4$，

∴B（－4，－1），

∵A（1，4），

∴$AE=BF$，$OE=OF$，

∴$\angle AEO=\angle BFO$，

∴$\triangle AOE\cong\triangle BOF$（$SAS$），

∴$\angle AOE=\angle BOF$，$OA=OB$，

由（2）知，$b=3$，

∴平移后直线 AB 的解析式为 $y=x+3$，

又∵直线 $y=x+3$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 C，D，

∴C（－3，0），D（0，3），

∴$OC=OD$，

在$\triangle AOD$ 和$\triangle BOC$ 中，

$\begin{cases} OA=OB \\ \angle AOE=\angle BOF, \\ OD=OC \end{cases}$

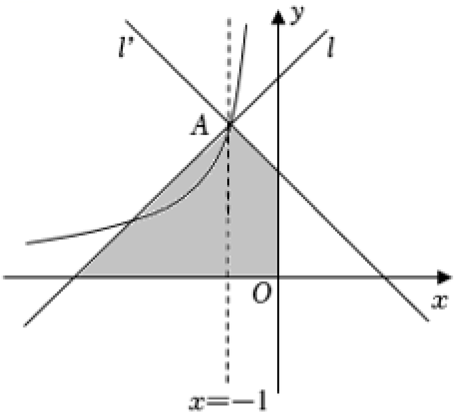
∴△*AOD*≌△*BOC*（*SAS*）.

总结提升：此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，待定系数法求函数解析式，全等三角形的判定与性质，熟练根据坐标找线段关系是解题的关键.

13．（2022•乐山）如图，已知直线 l：$y=x+4$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x<0$）的图象交于点 A（﹣1，n），直线 l' 经过点 A，且与 l 关于直线 $x=-1$ 对称.

（1）求反比例函数的解析式；

（2）求图中阴影部分的面积.



思路引领：（1）将 A 点坐标代入直线 l 解析式，求出 n 的值，确定 A 点坐标，再代入反比例函数解析式即可；

（2）通过已知条件求出直线 l' 解析式，用△*BOC* 的面积﹣△*ACD* 的面积解答即可.

解：（1）∵点 A（﹣1，n）在直线 l：$y=x+4$ 上，

∴$n=-1+4=3$，

∴A（﹣1，3），

∵点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$x<0$）的图象上，

∴$k=-3$，

∴反比例函数的解析式为 $y=-\frac{3}{x}$；

（2）易知直线 l：$y=x+4$ 与 x、y 轴的交点分别为 B（﹣4，0），C（0，4），

∵直线 l' 经过点 A，且与 l 关于直线 $x=-1$ 对称，

∴直线 l' 与 x 轴的交点为 E（2，0），

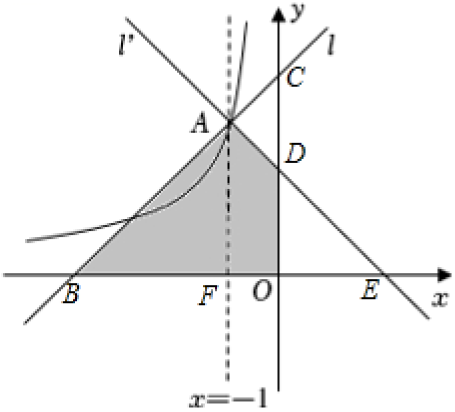
设 l'：$y=kx+b$，则$\begin{cases}3=-k+b\\0=2k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-1\\b=2\end{cases}$，

∴l'：$y=-x+2$，

∴l' 与 y 轴的交点为 D（0，2），

∴阴影部分的面积＝△BOC 的面积－△ACD 的面积$=\frac{1}{2}\times4\times4-\frac{1}{2}\times2\times1=7$.

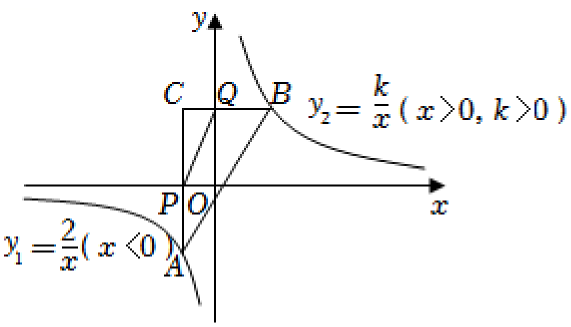


总结提升：本题考查了待定系数法求反比例函数的解析式，一次函数的性质，正确地求得反比例函数的解析式是解题的关键.

14.（2022•株洲）如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A、B 分别在函数 $y_1=\frac{2}{x}$（$x<0$）、$y_2=\frac{k}{x}$（$x>0$，$k>0$）的图象上，点 C 在第二象限内，$AC\perp x$ 轴于点 P，$BC\perp y$ 轴于点 Q，连接 AB、PQ，已知点 A 的纵坐标为－2.

（1）求点 A 的横坐标；

（2）记四边形 $APQB$ 的面积为 S，若点 B 的横坐标为 2，试用含 k 的代数式表示 S.



思路引领：（1）把 $y=-2$ 代入 $y_1=\frac{2}{x}$（$x<0$）即可求得；

（2）求得 B（2，$\frac{k}{2}$），即可得到 $PC=OQ=\frac{k}{2}$∴$AC=2+\frac{k}{2}$，$BC=1+2=3$，然后根据 $S=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle PQC}$ 即可得到结论.

解：（1）∵点 A 在函数 $y_1=\frac{2}{x}$（$x<0$）的图象上，点 A 的纵坐标为﹣2，

∴ $-2=\frac{2}{x}$，解得 $x=-1$，

∴点 A 的横坐标为﹣1；

（2）∵点 B 在函数 $y_2=\frac{k}{x}$（$x>0$，$k>0$）的图象上，点 B 的横坐标为 2，

∴B（2，$\frac{k}{2}$），

∴$PC=OQ=\frac{k}{2}$，$BQ=2$，

∵A（﹣1，﹣2），

∴$OP=CQ=1$，$AP=2$，

∴$AC=2+\frac{k}{2}$，$BC=1+2=3$，

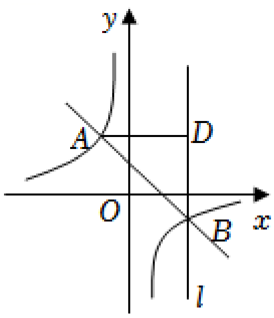
∴$S=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle PQC}=\frac{1}{2}AC\bullet BC-\frac{1}{2}PC\bullet CQ=\frac{1}{2}\times 3\times(2+\frac{k}{2})-\frac{1}{2}\times\frac{k}{2}\times 1=3+\frac{1}{2}k$.

总结提升：本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，反比例函数图象上点的坐标特征，三角形的面积，表示出线段的长度是解题的关键.

15．（2022•自贡）如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{n}{x}$的图象相交于 A（﹣1，2），B（m，﹣1）两点.

（1）求反比例函数和一次函数的解析式；

（2）过点 B 作直线 l∥y 轴，过点 A 作 $AD\perp l$ 于点 D，点 C 是直线 l 上一动点，若 $DC=2DA$，求点 C 的坐标.



思路引领：（1）先把 A（﹣1，2）代入反比例函数 $y=\frac{n}{x}$求出 n 的值即可得出其函数解析式，再把 B（m，﹣1）代入反比例函数的解析式即可得出 m 的值，把 A，B 两点的坐标代入一次函数 $y=kx+b$，求出 k、b 的值即可得出其解析式；

（2）根据已知确定 AD 的长和点 D 的坐标，由 $DC=2AD$ 可得 $DC=6$，从而得点 C 的坐标.

解：（1）∵A（－1，2）在反比例函数$y=\frac{n}{x}$的图象上，

∴n＝2×（－1）＝－2，

∴其函数解析式为$y=-\frac{2}{x}$；

∵B（m，－1）在反比例函数的图象上，

∴－m＝－2，

∴m＝2，

∴B（2，－1）.

∵A（－1，2），B（2，－1）两点在一次函数y＝kx+b的图象上，

∴$\begin{cases}-k+b=2\\2k+b=-1\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-1\\b=1\end{cases}$，

∴一次函数的解析式为：y＝－x+1；

（2）∵直线l∥y轴，AD⊥l，

∴AD＝3，D（2，2），

∵DC＝2DA，

∴DC＝6，

∵点C是直线l上一动点，

∴C（2，8）或（2，－4）.

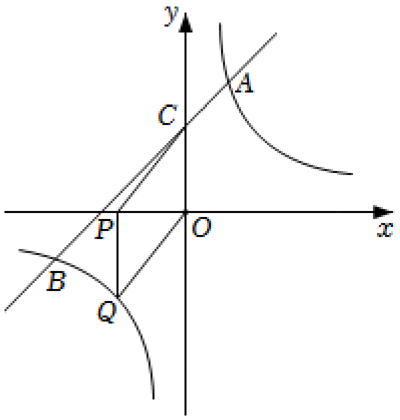
总结提升：本题是反比例的综合题，考查的是反比例函数与一次函数的交点问题，在解答此题时要注意数形结合思想的运用.

16.（2022•开封二模）如图，平面直角坐标系中，反比例函数$y=\frac{n}{x}$（n≠0）与一次函数y＝kx+b（k≠0）的图象相交于点A（1，m），B（－3，－1）两点.

（1）求反比例函数与一次函数的解析式；

（2）直接写出kx+b＞$\frac{n}{x}$的解集；

（3）已知直线AB与y轴交于点C，点P（t，0）是x轴上一动点，作PQ⊥x轴交反比例函数图象于点Q，当以C，P，Q，O为顶点的四边形的面积等于2时，求t的值.



思路引领：（1）把点 B 坐标可确定反比例函数关系式，进而确定点 A 的坐标，然后利用待定系数法求出一次函数的关系式；

（2）由图象的交点坐标以及函数的增减性直接得出答案；

（3）利用点 P 坐标和三角形的面积公式列方程求解即可．

解：（1）点 B（﹣3，﹣1）在反比例函数 $y=\frac{n}{x}$的图象上，

∴$n=-3\times(-1)=3$，

∴反比例函数的关系式为 $y=\frac{3}{x}$，

当 $x=1$ 时，$m=\frac{3}{1}=3$，

∴点 A（1，3），

把 A（1，3），B（﹣3，﹣1）代入 $y=kx+b$ 得，

$\begin{cases}-3k+b=-1\\k+b=3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=1\\b=2\end{cases}$，

∴一次函数的关系式为 $y=x+2$，

答：反比例函数关系式为 $y=\frac{3}{x}$，一次函数的关系式为 $y=x+2$；

（2）由图象可知，不等式 $kx+b>\frac{n}{x}$的解集为 $x>1$ 或 $-3<x<0$；

（3）一次函数的关系式为 $y=x+2$ 与 y 轴的交点 C（0，2），即 $OC=2$，

当以 C，P，Q，O 为顶点的四边形的面积等于 2，

即 $S_{\triangle COP}+S_{\triangle POQ}=2$，而 $S_{\triangle POQ}=\frac{1}{2}|k|=\frac{3}{2}$，

∴$\frac{1}{2}\times|t|\times2+\frac{3}{2}=2$，

即$|t|=\frac{1}{2}$，

∴$t=\pm\frac{1}{2}$

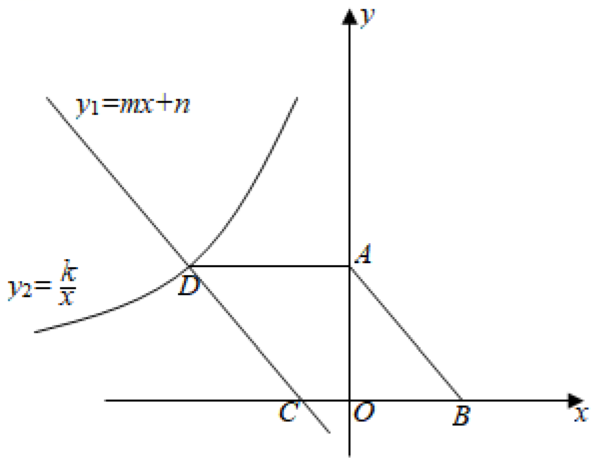
因此$t=\pm\frac{1}{2}$时，使以 C，P，Q，O 为顶点的四边形的面积等于 2.

总结提升：本题考查一次函数、反比例函数图象的交点坐标，利用待定系数法求函数关系式以及由函数关系式求交点坐标是解决问题的关键.

17.（2022•裕安区校级一模）如图，在菱形 $ABCD$ 中，AD∥x 轴，点 A 的坐标为（0，3），点 B 的坐标为（4，0）．CD 边所在直线 $y_1=mx+n$ 与 x 轴交于点 C，与双曲线 $y_2=\frac{k}{x}$（$x<0$）交于点 D.

（1）求直线 CD 对应的函数解析式及 k 的值.

（2）当 $x<0$ 时，使 $y_1-y_2\leqslant 0$ 的自变量 x 的取值范围为 ＿$-5\leqslant x<0$＿.



思路引领：（1）根据勾股定理求得 AB 的长，进而求得 D、C 的坐标，然后根据待定系数法即可求得直线 CD 的函数表达式及 k 的值；

（2）根据函数的图象即可求得使 $y_1\leqslant y_2$ 的自变量 x 的取值范围，即可得到结论.

解：（1）∵点 A（0，3），点 B（4，0），

∴$AO=3$，$BO=4$.

在 Rt△ABO 中，由勾股定理得 $AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∵四边形 $ABCD$ 为菱形，

∴$AD=BC=AB=5$，

∴$OC=5-4=1$，

∴点 C 的坐标为（-1，0），点 D 的坐标为（-5，3）.

∴对于直线 $y_1=mx+n$，有$\begin{cases}-m+n=0\\-5m+n=3\end{cases}$，