2024年高三年级期初调研检测

数学试题

2024.09

本试卷共4页，19题．全卷满分150分．考试用时120分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\left\{x\middle|y=\ln\left(4-x\right)\right\}$，$B=\{1,2,3,4,5\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{5\}$　　B. $\{1,2,3\}$　　C. $\{1,2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

2. 已知复数 z 满足 $\left(1+2\mathrm{i}\right)\overline{z}=4+3\mathrm{i}$，则 z 的虚部为（　　）

A. 1　　B. -1　　C. i　　D. $-\mathrm{i}$

3. 已知命题 p：$\forall\alpha\in\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$，则 $\neg p$ 为（　　）

A. $\forall\alpha\in\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

B. $\exists\alpha\in\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

C. $\forall\alpha\notin\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

D. $\exists\alpha\notin\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 -1，公差不为0，若 a_2,a_3,a_6 成等比数列，则 $\{a_n\}$ 的前6项和为（　　）

A. -1　　B. 3　　C. -24　　D. 24

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 x 轴的非负半轴为始边，它们的终边关于 x 轴对称．若 $\cos\alpha=-\frac{1}{3}$，则 $\cos\left(\alpha-\beta\right)=$（　　）

A. $\frac{1}{9}$　　B. $-\frac{7}{9}$　　C. 1　　D. $\frac{7}{9}$

6. 两个粒子 A，B 从同一发射源发射出来，在某一时刻，它们的位移分别为$\overrightarrow{S_A}=(1,2)$，$\overrightarrow{S_B}=(4,3)$．粒子 B 相对粒子 A 的位移为$\vec{S}$，则$\vec{S}$ 在$\overrightarrow{S_A}$ 上的投影向量为（　　）

A. $\left(\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$　　B. $\left(\sqrt{5},2\sqrt{5}\right)$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,1)$

7. 设 $f\left(x\right)=\begin{cases}\left(x+a\right)^2,x\le 0\\ x+\frac{1}{x}+a,x>0\end{cases}$，若 $f\left(0\right)$ 是 $f\left(x\right)$ 的最小值，则 a 的取值范围为（　　）

A. $\left[-1,0\right]$　　B. $\left[-1,2\right]$　　C. $\left[-2,-1\right]$　　D. $\left[-2,0\right]$

8. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2．以 F_1F_2 为直径的圆和 C 的渐近线在第一象限交于 A 点，直线 AF_1 交 C 的另一条渐近线于点 B，$\overrightarrow{F_1B}=\overrightarrow{BA}$，则 C 的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 一组数据：x_1，x_2，…，x_{10} 是公差为－2 的等差数列，去掉首末两项 x_1，x_{10} 后得到一组新数据，则（　　）

A. 两组数据的极差相同　　B. 两组数据的中位数相同

C. 两组数据的平均数相同　　D. 两组数据的标准差相同

10. 平面α过正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的顶点 A，平面α // 平面CB_1D_1，平面$\alpha\cap$平面$ABCD=m$，平面$\alpha\cap$平面$ABB_1A_1=n$，则（　　）

A. $B_1D_1//m$　　B. $A_1B//$平面α　　C. $n\perp$平面ADC_1B_1　　D. m,n所成的角为$\frac{\pi}{3}$

11. 设数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的项数均为m，称$\sum_{i=1}^{m}\left|a_i-b_i\right|$为数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的距离．记满足$a_{n+1}=\frac{1+a_n}{1-a_n}$的所有数列$\{a_n\}$构成的集合为$C$．已知数列$\left\{A_n\right\}$和$\left\{B_n\right\}$为$C$中的两个元素，项数均为$m$，下列正确的有（　　）

A. 数列$1,3,5,7$和数列$2,4,6,8$的距离为4

B. 若$m=4p\left(p\in\mathrm{N}^*\right)$，则$A_1A_2\cdots A_m=B_1B_2\cdots B_m$

C. 若 $m=4p\left(p\in\mathrm{N}^*\right)$，则 $\sum_{i=1}^{m}\left|A_i\right|\le m$

D. 若 $A_1=2$，$B_1=3$，数列 $\left\{A_n\right\}$ 和 $\left\{B_n\right\}$ 的距离小于 2017，则 m 的最大值为 3456

三、填空题：本题共 3 个小题，每小题 5 分，共 15 分．

12. 若曲线 $y=ax\cos x$ 在点 $\left(0,0\right)$ 处的切线斜率为 -1，则 $a=$______．

13. 若 $x_1=\dfrac{\pi}{3}$，$x_2=\pi$ 是函数 $f\left(x\right)=\sin\omega x\left(\omega>0\right)$ 的两个相邻极值点，则 $\omega=$______．

14. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 3，P 是侧面 ADD_1A_1（包括边界）上一动点，E 是棱 CD 上一点，若 $\angle APB=\angle DPE$，且 $\triangle APB$ 的面积是□DPE 面积的 9 倍，则三棱锥 $P-ABE$ 体积的最大值是______．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

15. 甲、乙两人在每次猜谜活动中各猜一个谜语，若一方猜对且另一方猜错，则猜对的一方获胜，否则本次平局．已知每次活动中，甲、乙猜对的概率分别为 $\dfrac{2}{3}$ 和 $\dfrac{1}{2}$，且每次活动甲、乙猜对与否互不影响，各次活动也互不影响．

（1）求在一次猜谜活动中，有一方获胜的概率；

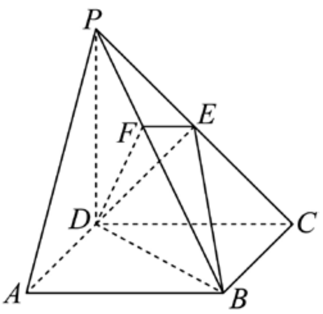
（2）若有一方获胜则猜谜活动结束，否则猜谜继续，猜谜最多进行 3 次，求猜谜次数 X 的分布列和期望．

16. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$\sqrt{2}\left(c\cos B+b\cos C\right)=\dfrac{a}{\cos A}$．

（1）求 A；

（2）若 AB 边上的高等于 $\dfrac{1}{3}c$，求 $\sin C$．

17. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面四边形 $ABCD$ 是正方形，$PD=DC$，$PD\perp$ 底面 $ABCD$，E 是线段 PC 的中点，F 在线段 PB 上，$EF\perp PB$．



（1）证明：$PB\perp$ 平面 DEF；

（2）G 在线段 PB 上，EG 与 PA 所成的角为 45°，求平面 DEF 与平面 DEG 夹角的余弦值．

18. 已知双曲线$C: 4x^2 - y^2 = m$，点$P_1(1,1)$在C上．按如下方式构造点P_n（$n \geq 2$）；过点P_{n-1}作斜率为1的直线与C的左支交于点Q_{n-1}，点Q_{n-1}关于y轴的对称点为P_n，记点P_n的坐标为(x_n, y_n).

（1）求点P_2, P_3的坐标；

（2）记$a_n = 2x_n - y_n$，证明：数列$\{a_n\}$为等比数列；

（3）O为坐标原点，G, H 分别为线段P_nP_{n+2}，$P_{n+1}P_{n+3}$的中点，记$\triangle OP_{n+1}P_{n+2}$，$\triangle OGH$ 的面积分别为S_1, S_2，求$\dfrac{S_1}{S_2}$的值.

19. 已知函数$f(x)$定义域为I，$D \subseteq I$，若$\forall x \in D$，$\exists t \in D$，当$x < t$时，都有$f(x) < f(t)$. 则称t为$f(x)$在D上的“Ω 点”.

（1）设函数$f(x) = (2 + ax)\ln(1 + x) - 2x$.

（i）当$a = 0$时，求$f(x)$在$(-1, +\infty)$上的最大“Ω 点”；

（ii）若$f(x)$在$[0,1]$上不存在“Ω 点”，求a的取值范围；

（2）设$D = \{1, 2, \cdots, m\}$$(m \in \mathrm{N}^*)$，且$f(1) = 0$，$f(x) - f(x-1) \leq 1$．证明：$f(x)$在$D$上的“Ω 点”个数不小于$f(m)$.

2024年高三年级期初调研检测

数学试题

2024.09

本试卷共4页，19题．全卷满分150分．考试用时120分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|y=\ln\left(4-x\right)\right.\right\}$，$B=\{1,2,3,4,5\}$，则 $A\bigcap B=$（　　）

A. $\{5\}$　　B. $\{1,2,3\}$　　C. $\{1,2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据对数中真数大于0解出集合A，再利用交集含义即可得到答案.

【详解】$A=\left\{x\left|y=\ln\left(4-x\right)\right.\right\}=\left\{x\left|x<4\right.\right\}$，则 $A\cap B=\{1,2,3\}$.

故选：B.

2. 已知复数 z 满足 $\left(1+2\mathrm{i}\right)\overline{z}=4+3\mathrm{i}$，则 z 的虚部为（　　）

A. 1　　B. -1　　C. i　　D. $-\mathrm{i}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据复数的除法的计算公式得 $\overline{z}=2-\mathrm{i}$，再根据共轭复数和复数虚部的概念即可.

【详解】$\overline{z}=\dfrac{4+3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\dfrac{\left(4+3\mathrm{i}\right)\left(1-2\mathrm{i}\right)}{\left(1+2\mathrm{i}\right)\left(1-2\mathrm{i}\right)}=\dfrac{10-5\mathrm{i}}{5}=2-\mathrm{i}$，

则 $z=2+\mathrm{i}$，则其虚部为1.

故选：A.

3. 已知命题 p：$\forall\alpha\in\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$，则 $\neg p$ 为（　　）

A. $\forall\alpha\in\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$　　B. $\exists\alpha\in\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

C. $\forall\alpha\notin\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$　　D. $\exists\alpha\notin\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据全称量词命题的否定，否定结论，全称变特称即可.

【详解】根据全称量词命题的否定，否定结论，全称变特称,则 $\neg p$ 为“$\exists\alpha\in\mathrm{R}$，$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\neq\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$”.

故选：B.

4. 等差数列$\{a_n\}$的首项为-1，公差不为 0，若 a_2,a_3,a_6 成等比数列，则$\{a_n\}$的前 6 项和为（　　）

A. -1　　B. 3　　C. -24　　D. 24

【答案】D

【解析】

【分析】根据等比中项得到方程，解出 $d=2$，后根据等差数列求和公式计算即可.

【详解】a_2,a_3,a_6 成等比数列, 则 $a_3^2=a_2\cdot a_6$，即 $(a_1+2d)^2=(a_1+d)\cdot(a_1+5d)$，

$a_1=-1$代入.得到$(-1+2d)^2=(-1+d)\cdot(-1+5d)$，$d\neq0$，解得 $d=2$.

则$\{a_n\}$的前 6 项和 $S_6=6\times(-1)+\frac{6\times5}{2}\times2=24$.

故选：D.

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 x 轴的非负半轴为始边，它们的终边关于 x 轴对称．若 $\cos\alpha=-\frac{1}{3}$，则 $\cos(\alpha-\beta)=$（　　）

A. $\frac{1}{9}$　　B. $-\frac{7}{9}$　　C. 1　　D. $\frac{7}{9}$

【答案】B

【解析】

【分析】运用角的终边对称性，得到正弦余弦值之间的关系，再用两角差的余弦值计算即可.

【详解】角 α 与角 β 均以 x 轴的非负半轴为始边，它们的终边关于 x 轴对称.

则 $\cos\alpha=\cos\beta=-\frac{1}{3}$， $\sin\alpha=-\sin\beta$，且 $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=\frac{8}{9}$， $\sin\alpha\cdot\sin\beta=-\sin^2\alpha=-\frac{8}{9}$，

故 $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{9}-\frac{8}{9}=-\frac{7}{9}$.

故选：B

6. 两个粒子 A，B 从同一发射源发射出来，在某一时刻，它们的位移分别为 $\overrightarrow{S_A}=(1,2)$， $\overrightarrow{S_B}=(4,3)$. 粒子 B 相对粒子 A 的位移为 $\vec{S}$，则 $\vec{S}$ 在 $\overrightarrow{S_A}$ 上的投影向量为（　　）

A. $\left(\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$　　B. $(\sqrt{5},2\sqrt{5})$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,1)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意，求得 $\vec{S}=\overrightarrow{S_B}-\overrightarrow{S_A}=(3,1)$，结合向量的数量积的公式和投影向量的公式，准确计算，即可求解.

【详解】由向量 $\overrightarrow{S_A}=(1,2)$， $\overrightarrow{S_B}=(4,3)$，可得粒子 B 相对粒子 A 的位移为 $\vec{S}=\overrightarrow{S_B}-\overrightarrow{S_A}=(3,1)$，

可得 $\overrightarrow{S_A}\cdot\vec{S}=1\times3+2\times1=5$ 且 $\left|\overrightarrow{S_A}\right|=\sqrt{5}$，

所以 $\vec{S}$ 在 $\overrightarrow{S_A}$ 上的投影向量为 $\frac{\overrightarrow{S_A}\cdot\vec{S}}{\left|\overrightarrow{S_A}\right|}\cdot\frac{\overrightarrow{S_A}}{\left|\overrightarrow{S_A}\right|}=\frac{5}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}\cdot(1,2)=(1,2)$.

故选：C.

7. 设 $f(x)=\begin{cases}(x+a)^2, x\le0\\ x+\frac{1}{x}+a, x>0\end{cases}$，若 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，则 a 的取值范围为（　　）

A. $[-1,0]$　　B. $[-1,2]$　　C. $[-2,-1]$　　D. $[-2,0]$

【答案】A

【解析】

【分析】根据分段函数的最值，结合二次函数和基本不等式,二次不等式求解.

【详解】由于 $f(x)=\begin{cases}(x+a)^2, x\le0\\ x+\frac{1}{x}+a, x>0\end{cases}$，则当 $x=0$， $f(0)=a^2$.由于 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，

则 $(-\infty,0]$ 为减区间，即有 $a\le 0$.则 $a^2\le x+\dfrac{1}{x}+a, x>0$ 恒成立.

由 $x+\dfrac{1}{x}\ge 2\sqrt{x\times\dfrac{1}{x}}=2$，当且仅当 $x=1$ 取最值.则 $a^2\le 2+a$，解得 $-1\le a\le 2$。

则 a 的取值范围为 $\left[-1,0\right]$.

故选：A.

8. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2．以 F_1F_2 为直径的圆和 C 的渐近线在第一象限交于 A 点，直线 AF_1 交 C 的另一条渐近线于点 B，$\overrightarrow{F_1B}=\overrightarrow{BA}$，则 C 的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　　　B. $\sqrt{3}$　　　　C. 2　　　　D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意，利用双曲线的对称性，得到 $\angle AOF_2=\angle F_1OB=\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$，结合双曲线的几何性质，求得 $\dfrac{b}{a}=\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，进而求得双曲线的离心率，得到答案.

【详解】如图所示，因为 $\overrightarrow{F_1B}=\overrightarrow{BA}$，可得点 B 为线段 F_1A 的中点，则 $OB\perp F_1A$，

可得 $\angle F_1OB=\angle AOB$，

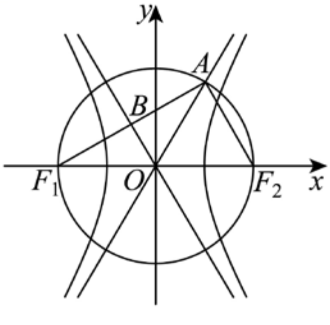
因为直线 OA,OB 是双曲线的渐近线，由双曲线的对称性可知 $\angle AOF_2=\angle F_1OB$，

所以 $\angle AOF_2=\angle F_1OB=\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$，

可得直线 OA 的斜率为 $\dfrac{b}{a}=\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，则 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+(\dfrac{b}{a})^2}=\sqrt{1+3}=2$，

所以双曲线 C 的离心率为 2.

故选：C.



二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 一组数据：x_1，x_2，…，x_{10}是公差为－2 的等差数列，去掉首末两项 x_1，x_{10}后得到一组新数据，则（　　）

A. 两组数据的极差相同　　　　B. 两组数据的中位数相同

C. 两组数据的平均数相同　　　　D. 两组数据的标准差相同

【答案】BC

【解析】

【分析】根据平均数的概念结合等差数列的性质判断 C，由中位数的概念可判断 B，由方差及等差数列的通项公式计算即可判断 D，根据极差及等差数列的通项公式可判断 A.

【详解】对于 C，原数据的平均数为 $\overline{x}=\frac{1}{10}(x_1+x_2+\cdots+x_{10})=\frac{1}{10}\times 5(x_5+\ x_6)=\frac{1}{2}(x_5+x_6)$，

去掉 x_1， x_{10}后的平均数为 $\overline{x'}=\frac{1}{8}(x_2+x_3+\cdots+x_9)=\frac{1}{8}\times 4(x_5+x_6)=\frac{1}{2}(x_5+x_6)=\overline{x}$，则 C 正确；

对于 B，原数据的中位数为 $\frac{1}{2}(x_5+x_6)$，

去掉 x_1， x_{10}后的中位数仍为 $\frac{1}{2}(x_5+x_6)$，即中位数没变，则 B 正确；

对于 A，原数据的极差为 $x_1-x_{10}=-9d=18$，

去掉 x_1， x_{10}后的极差为 $x_2-x_9=-7d=14$，即极差变小，则 A 错误；

对于 D，设公差为 d，则原数据的方差为

$$s^2=\frac{1}{10}\left\{\left[x_1-\frac{1}{2}(x_5+x_6)\right]^2+\left[x_2-\frac{1}{2}(x_5+x_6)\right]^2+\cdots+\left[x_{10}-\frac{1}{2}(x_5+x_6)\right]^2\right\}$$

$$=\frac{1}{10}[(-\frac{9}{2}d)^2+(-\frac{7}{2}d)^2+(-\frac{5}{2}d)^2+(-\frac{3}{2}d)^2+(-\frac{1}{2}d)^2+(\frac{1}{2}d)^2+$$

$$(\frac{3}{2}d)^2+(\frac{5}{2}d)^2+(\frac{7}{2}d)^2+(\frac{9}{2}d)^2]=33,$$

去掉 x_1， x_{10}后的方差为 $s'^2=\frac{1}{8}\left\{\left[x_2-\frac{1}{2}(x_5+x_6)\right]^2+\left[x_3-\frac{1}{2}(x_5+x_6)\right]^2+\cdots+\left[x_9-\frac{1}{2}(x_5+x_6)\right]^2\right\}$

$$=\frac{1}{8}[(-\frac{7}{2}d)^2+(-\frac{5}{2}d)^2+(-\frac{3}{2}d)^2+(-\frac{1}{2}d)^2+(\frac{1}{2}d)^2+(\frac{3}{2}d)^2+(\frac{5}{2}d)^2+(\frac{7}{2}d)^2]=21,$$

即方差变小．标准差也变小，则 D 错误.

故选：BC

10. 平面 α 过正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 A ，平面 α // 平面 CB_1D_1，平面 $\alpha\cap$ 平面 $ABCD=m$，平

面$\alpha\bigcap$平面$ABB_1A_1=n$，则（　　）

A. $B_1D_1//m$　　B. $A_1B//$平面α　　C. $n\perp$平面ADC_1B_1　　D. m,n所成的角为$\frac{\pi}{3}$

【答案】ABC

【解析】

【分析】设平面$\alpha\bigcap$平面$A_1B_1C_1D_1=m'$ 证得$m//m'$和$m'//B_1D_1$，可判定A正确；过D_1C作平面γ，设平面$\gamma\bigcap$平面$\alpha=a$，证得$A_1B//a$，可判定B正确；设平面$\alpha\bigcap$平面$DCC_1D_1=n'$，证得$n'\perp$平面ADC_1B_1，可判定C正确；把m,n所成的角转化为B_1D_1与D_1C所成的角，结合$\triangle CB_1D_1$为等边三角形，可判定D不正确.

【详解】对于A中，设平面$\alpha\bigcap$平面$A_1B_1C_1D_1=m'$

在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，可得平面$ABCD//$平面$A_1B_1C_1D_1$，

因为平面$\alpha\bigcap$平面$ABCD=m$，所以$m//m'$，

又因为平面$\alpha//$平面CB_1D_1，且平面$\alpha\bigcap$平面$A_1B_1C_1D_1=m'$，

平面$CB_1D_1\cap$平面$A_1B_1C_1D_1=B_1D_1$，所以$m'//B_1D_1$，所以$m//B_1D_1$，所以A正确；

对于B中，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，可得$A_1B//D_1C$，

因为平面$\alpha//$平面CB_1D_1，且平面$D_1C\subset$平面CB_1D_1，所以$D_1C//$平面α，

过D_1C作平面γ，设平面$\gamma\bigcap$平面$\alpha=a$，可得$D_1C//a$，

可得$A_1B//a$，且$A_1B\not\subset\alpha$，所以$A_1B//$平面α，所以B正确；

对于C中，设平面$\alpha\bigcap$平面$DCC_1D_1=n'$，

因为平面$\alpha//$平面CB_1D_1 且平面$CB_1D_1\cap$平面$DCC_1D_1=D_1C$，所以$n'//D_1C$，

在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，可得$AD\perp$平面DCC_1D_1，

因为$D_1C\subset$平面DCC_1D_1，所以$AD\perp D_1C$，

又因为$DC_1\perp D_1C$，且$AD\bigcap DC_1=D$，$AD,DC_1\subset$平面ADC_1B_1，

所以$D_1C\perp$平面ADC_1B_1，所以$n'\perp$平面ADC_1B_1，

在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，可得平面$ABB_1A_1//$平面DCC_1D_1，

因为平面$\alpha \cap$平面$DCC_1D_1 = n'$，平面$\alpha \cap$平面$ABB_1A_1 = n$，所以$n // n'$，

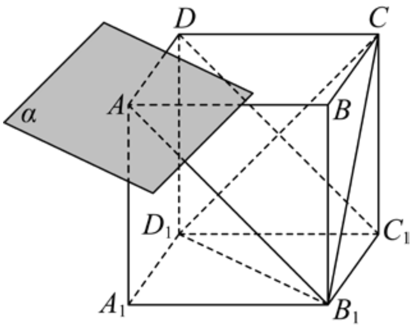
所以$n \perp$平面ADC_1B_1，所以 C 正确；

对于 D 中，因为$m // B_1D_1$且$n // D_1C$，所以m, n所成的角，即为B_1D_1与D_1C所成的角，

因为$\triangle CB_1D_1$为等边三角形，可得$\angle CD_1B_1 = \frac{\pi}{3}$，

所以异面直线m, n所成的角为$\frac{\pi}{3}$，所以 D 不正确.

故选：ABC.



11. 设数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的项数均为m，称$\sum_{i=1}^{m}|a_i - b_i|$为数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的距离．记满足$a_{n+1} = \frac{1+a_n}{1-a_n}$的所有数列$\{a_n\}$构成的集合为$C$．已知数列$\{A_n\}$和$\{B_n\}$为$C$中的两个元素，项数均为$m$，下列正确的有（　　）

A. 数列$1,3,5,7$和数列$2,4,6,8$的距离为4

B. 若$m = 4p\left(p \in \mathrm{N}^*\right)$，则$A_1A_2\cdots A_m = B_1B_2\cdots B_m$

C. 若$m = 4p\left(p \in \mathrm{N}^*\right)$，则$\sum_{i=1}^{m}|A_i| \le m$

D. 若$A_1 = 2$，$B_1 = 3$，数列$\{A_n\}$和$\{B_n\}$的距离小于2017，则m的最大值为3456

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据数列距离的定义求两数列的距离判断 A，结合数列$\{A_n\}$，$\{B_n\}$的递推关系证明两数列具有周期性，判断 B，利用基本不等式求$|A_{4k+1}| + |A_{4k+2}| + |A_{4k+3}| + |A_{4k+4}|$，由此求$\sum_{i=1}^{m}|A_i|$，判断 C，由条件求$\sum_{i=1}^{4}|A_i - B_i| = \frac{7}{3}$，结合周期性可求$\sum_{i=1}^{3456}|A_i - B_i|$，$\sum_{i=1}^{3457}|A_i - B_i|$，由此判断 D.

【详解】对于 A，根据数列距离的定义可得：

数列$1,3,5,7$和数列$2,4,6,8$的距离为$|1-2|+|3-4|+|5-6|+|7-8|=4$，A 正确；

对于 B，设$A_1=t$，其中$t\neq 0$，且$t\neq \pm 1$，由$A_{n+1}=\dfrac{1+A_n}{1-A_n}$，

所以$A_2=\dfrac{1+t}{1-t}$，$A_3=-\dfrac{1}{t}$，$A_4=\dfrac{t-1}{t+1}$，$A_5=t$，

则$A_1=A_5$，

因此数列$\left\{A_n\right\}$中的项周期性重复，且间隔4项重复一次，

所以$A_{4k+1}A_{4k+2}A_{4k+3}A_{4k+4}=1$，$1\leq k\leq p-1$，$p\in \mathrm{N}^*$，

设$B_1=s$，其中$s\neq 0$，且$s\neq \pm 1$，由$B_{n+1}=\dfrac{1+B_n}{1-B_n}$，

所以$B_2=\dfrac{1+s}{1-s}$，$B_3=-\dfrac{1}{s}$，$B_4=\dfrac{s-1}{s+1}$，$B_5=s$，

则$B_1=B_5$，

因此数列$\left\{B_n\right\}$中的项周期性重复，且间隔4项重复一次，

所以$B_{4k+1}B_{4k+2}B_{4k+3}B_{4k+4}=1$，$1\leq k\leq p-1$，$p\in \mathrm{N}^*$，

所以若$m=4p\left(p\in \mathrm{N}^*\right)$，则$A_1A_2\cdots A_m=B_1B_2\cdots B_m$，B 正确；

因为$|A_{4k+1}|+|A_{4k+2}|+|A_{4k+3}|+|A_{4k+4}|=|t|+\left|\dfrac{1+t}{1-t}\right|+\left|-\dfrac{1}{t}\right|+\left|\dfrac{t-1}{t+1}\right|$，其中$t\neq 0$，且$t\neq \pm 1$，

所以$|t|\neq \dfrac{1}{|t|},\left|\dfrac{t+1}{t-1}\right|\neq \left|\dfrac{t-1}{t+1}\right|$，

所以$|A_{4k+1}|+|A_{4k+2}|+|A_{4k+3}|+|A_{4k+4}|=|t|+\dfrac{1}{|t|}+\left|\dfrac{t+1}{t-1}\right|+\left|\dfrac{t-1}{t+1}\right|>2+2=4$，

所以若$m=4p\left(p\in \mathrm{N}^*\right)$，$\sum\limits_{i=1}^{m}|A_i|>4p=m$，C 错误；

所以数列$\left\{A_n\right\}$中，$A_{4k-3}=2$，$A_{4k-2}=-3$，$A_{4k-1}=-\dfrac{1}{2}$，$A_{4k}=\dfrac{1}{3}$，$k\in \mathbf{N}^*$，

故$\left\{B_n\right\}$中，$B_{4k-3}=3$，$B_{4k-2}=-2$，$B_{4k-1}=-\dfrac{1}{3}$，$B_{4k}=\dfrac{1}{2}$，$k\in \mathbf{N}^*$，

$\sum\limits_{i=1}^{k+1}|b_i-c_i|\geq \sum\limits_{i=1}^{k}|b_i-c_i|$，