广东省深圳市福田中学2024届高三上学期第三次月考数学试题

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、单选题

1．设全集$\mathbf{R}$，集合$A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|x\geq 1\}$，则$A\cap B=$（　）

A．$\{x|0<x\leq 1\}$　　B．$\{x|0<x<1\}$

C．$\{x|1\leq x<2\}$　　D．$\{x|0<x<2\}$

2．已知复数$z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$（$\mathrm{i}$为虚数单位），则$\overline{z}$的虚部为（　）

A．$\dfrac{3}{5}$　　B．$-\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{3}{5}i$

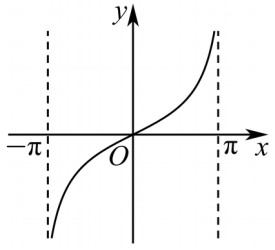
3．已知向量$\vec{a}=(1,m)$，$\vec{b}=(m,2)$，若$\vec{a}\cdot\vec{b}=4$，则实数m等于（　）

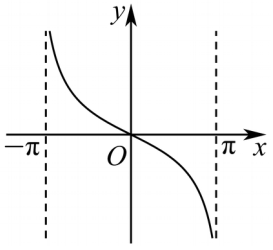
A．$-\sqrt{2}$　　B．0　　C．1　　D．$\dfrac{4}{3}$

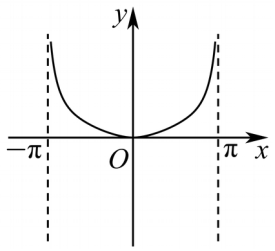
4．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=1,a_7=9$，则$a_5=$（　）

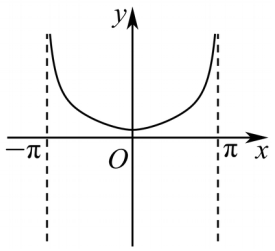
A．-3　　B．3　　C．3或-3　　D．$\dfrac{1}{3}$或$-\dfrac{1}{3}$

5．函数$f(x)=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}\left(x\in(-\pi,\pi)\right)$的图象大致为（　）

A．

B．

C．

D．

6．书籍是人类进步的阶梯，数学名著更是如此，《九章算术》《孙子算经》《周髀算经》《海岛算经》是我国古代数学领域影响深远的四部著作，而《几何原本》《阿基米德全集》《圆锥曲线论》被称为“古希腊三大数学书”，代表了文艺复兴之前欧洲数学的最高成就，这些著作对后世的数学发展有着深远而广泛的影响．现从这七本名著中任选三本，则至少两本是中国数学名著的概率为（　）

A．$\frac{1}{7}$　　B．$\frac{18}{35}$　　C．$\frac{22}{35}$　　D．$\frac{4}{15}$

7．已知函数$f\left(x\right)=1-\frac{a}{x}-\ln x$，若$f\left(x\right)$存在两个零点，则实数$a$的取值范围为（　）

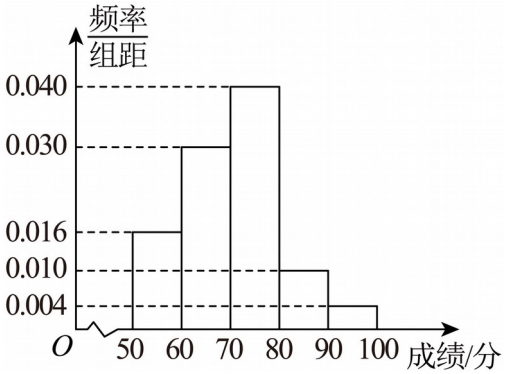
A．$\left(0,1\right)$　　B．$\left(0,\mathrm{e}\right)$　　C．$\left(1,+\infty\right)$　　D．$\left(\mathrm{e},+\infty\right)$

8．已知直线$y=2+k\left(x-1\right)$与曲线$y=\sqrt{1-x^2}$有两个不同公共点，则实数k的取值范围是（　）

A．$\left(\frac{3}{4},1\right]$　　B．$\left(0,\frac{3}{4}\right)$　　C．$\left(\frac{5}{12},1\right]$　　D．$\left(\frac{5}{12},\frac{3}{4}\right)$

二、多选题

9．在某市高三年级举行的一次模拟考试中，某学科共有20000人参加考试．为了了解本次考试学生成绩情况，从中随机抽取了100名学生的成绩（成绩均为正整数，满分为100分）作为样本进行统计，并按照$[50,60),[60,70),[70,80),[80,90),[90,100]$的分组作出频率分布直方图如图所示．则下列说法正确的是（　）



A．样本的众数为70

B．样本的$_{80\%}$分位数为78.5

C．估计该市全体学生成绩的平均分为70.6

D．该市参加测试的学生中低于60分的学生大约为320人

10．已知函数$g(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，则下列说法正确的是（　）

A．$g(x)$的最小正周期为π

B．$g(x)$在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$上单调递减

C．$x=-\dfrac{\pi}{6}$是函数$g(x)$图象的一条对称轴

D．$g(x)$的图象关于点$\left(-\dfrac{5\pi}{12},0\right)$对称

11．已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=n^2-4n$，则（　）

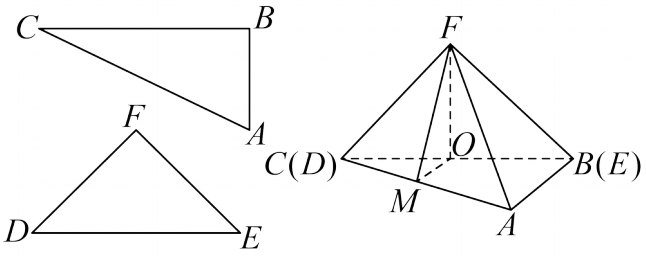
A．$\{a_n\}$不是等差数列　　B．$a_n=2n-5$

C．数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是等差数列　　D．$|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_{10}|=67$

12．一副三角板由两个直角三角形组成，如图所示，$\angle B=\angle F=90^\circ$,

$\angle A=60^\circ,\angle D=45^\circ$,且$BC=DE$，现将两块三角板拼接在一起，得到三棱锥$F-CAB$，

取BC和AC中点O、M，则下列判断中正确的是（　）



A．直线$BC\perp$面OFM

B．三棱锥$F-COM$体积为定值.

C．AC与面OFM所成的角为定值

D．设面$ABF\cap$面$MOF=l$，则$l\parallel AB$

三、填空题

13．已知随机变量ξ服从正态分布$N\left(4,\sigma^2\right)$，且$P\left(\xi>6\right)=0.2$，则$P\left(2<\xi<4\right)=$____.

14．已知$(1+x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则$\log_2\left(a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5\right)=$____.

15．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=1$，$a_2=3$，且$S_{n+1}+S_{n-1}=2^n+2S_n\left(n\geq 2,n\in \mathrm{N}^*\right)$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为____.

16．已知直线$l_1:x-2y-16=0$和直线$l_2:x+1=0$，则抛物线$y^2=4x$上的动点P到直线l_1和l_2的距离之和的最小值为_____.

四、解答题

17．$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．已知$b\sin 2A=a\sin B$.

(1)求A；

(2)若$a=\sqrt{3}b,c=4$，求$\triangle ABC$的面积.

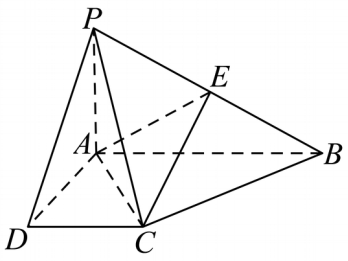
18．已知$\{a_n\}$是正项等比数列，$a_1=3$，$a_2+a_3=36$，

(1)求数列$\{\log_3 a_n\}$的前n项和S_n；

(2)若$b_n=\dfrac{3^n}{(a_n-1)(a_{n+1}-1)}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

19．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$为直角梯形，

$AD\perp AB$，$DC//AB, PA=AD=DC=3, AB=6, PC=3\sqrt{3}, E$为棱$PB$上异于$P,B$的点.



(1)求证：$BC\perp$平面PAC；

(2)若三棱锥$B-ACE$的体积为$\dfrac{9}{2}$，求平面ACE与平面PAC夹角的余弦值.

20．5G技术是未来信息技术的核心，而芯片是5G通信技术的关键之一.我国某科创企业要用新技术对一种芯片进行试生产.现对这种芯片进行自动智能检测，已知自动智能检测显示该种芯片的次品率为1.5%，且每个芯片是否为次品相互独立.该企业现有试生产的芯片10000个，给出下面两种检测方法：

方法1：对10000个芯片逐一进行检测.

方法2：将10000个芯片分为1000组，每组10个，把每组10个芯片串联起来组成一个芯片组，对该芯片组进行一次检测，如果检测通过，那么可断定该组10个芯片均为正品，如果不通过，那么再逐一进行检测.

(1)按方法2，求一组芯片中恰有1个次品的概率（结果保留四位有效数字）；

(2)从平均检测次数的角度分析，哪种方法较好？请说明理由.

参考数据：$0.985^8\approx 0.8861$，$0.985^9\approx 0.8728$，$0.985^{10}\approx 0.8597$.

21．抛物线C：$y^2=2px(p>0)$过点$P(1,2)$，直线l不经过点P，直线l与抛物线C交于M和N两点，使得$\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=0$.

(1)求抛物线C的方程和准线方程.

(2)直线l是否经过定点？如果是，请求出定点的坐标；如果不是，请说明理由.

22．已知函数$f(x)=x+1-a\ln x$.

(1)判断函数$f(x)$的单调性.

(2)若$f(x)=1$有两个不相等的实根x_1,x_2，且$x_1<x_2$，求证：$x_1+x_2>a$.

参考答案：

1．C

【分析】由交集运算可得.

【详解】因为集合 $A=\{x|0<x<2\}$， $B=\{x|x\geq 1\}$，

所以 $A\cap B=\{x|1\leq x<2\}$，

故选：C.

2．C

【分析】利用复数的运算法则以及共轭复数的定义即可得出结果.

【详解】因为 $z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}=\dfrac{(1-\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}{(2+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}=\dfrac{1-3\mathrm{i}}{5}=\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$，

即 $z=\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$，

所以 z 的共轭复数为 $\overline{z}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$，其虚部为 $\dfrac{3}{5}$.

故选：C.

3．D

【分析】利用向量数量积的坐标表示，列式计算即得.

【详解】向量 $\vec{a}=(1,m)$， $\vec{b}=(m,2)$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=m+2m=3m=4$，解得 $m=\dfrac{4}{3}$，

所以实数 m 等于 $\dfrac{4}{3}$.

故选：D

4．B

【分析】令等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，根据等比数列的通项公式可得 $q^2=3$，进而可求解.

【详解】令等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，则 $a_7=a_3q^4$，

所以$q^4=9$，解得$q^2=3$，

所以$a_5=a_3q^2=1\times3=3$.

故选：B.

5．A

【详解】首先判断函数的奇偶性，再由函数在$(0,\pi)$上的取值情况判断即可.

【分析】函数$f(x)=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}(x\in(-\pi,\pi))$则$f(-x)=\dfrac{\sin(-x)}{1+\cos(-x)}=-\dfrac{\sin x}{1+\cos x}=-f(x)$，

所以$f(x)=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$为奇函数，函数图象关于原点对称，故排除C、D；

当$x\in(0,\pi)$时$\sin x\in(0,1]$，$\cos x\in(-1,1)$，所以$1+\cos x\in(0,1)$，则$f(x)>0$，故排除B.

故选：A

6．C

【分析】本题以中外数学名著为背景，根据组合知识、古典概型的概率求解.

【详解】从七本名著中任选三本的所有情况有$C_7^3=35$（种），至少两本是中国数学名著的

情况有$C_4^3+C_4^2C_3^1=22$（种），

所以从这七本名著中任选三本，至少两本是中国数学名著的概率为P，$P=\dfrac{22}{35}$.

故选：C.

7．A

【分析】求导，分$a\le0$和$a>0$两种情况，利用导数判断原函数单调性，利用单调性结合

零点存在性定理分析零点，列式求解即可.

【详解】由题意可知：$f(x)=1-\dfrac{a}{x}-\ln x$的定义域为$(0,+\infty)$，且$f'(x)=\dfrac{-x+a}{x^2}$，

当$a\le 0$时，则$f'(x)<0$，可知$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，

所以$f(x)$不可能存在两个零点，不合题意；

当$a>0$时，令$f'(x)<0$，解得$x>a$；令f[illegible]$x)$[illegible]0，解得$0<x<a$；

可得$f(x)$在$(0,a)$上单调递增，在$(a,+\infty)$上单调递减，则$f(x)$的最大值为$f(a)$，

若$f(x)$存在两个零点，则$f(a)=-\ln a>0$，解得$0<a<1$，

当$0<a<1$时，则$0<\frac{a^2}{2}<a<1<\mathrm{e}$，可得$f(\mathrm{e})=-\frac{a}{\mathrm{e}}<0$，

且$f\left(\frac{a^2}{2}\right)=1-\frac{2}{a}-\ln\frac{a^2}{2}$，

令$m(a)=1-\frac{2}{a}-\ln\frac{a^2}{2},a\in(0,1)$，则$m'(a)=\frac{2}{a^2}-\frac{2}{a}=\frac{2(1-a)}{a^2}>0$，

则$m(a)$在$(0,1)$上单调递增，可得$m(a)<m(1)=-1+\ln 2<0$，即$f\left(\frac{a^2}{2}\right)<0$，

可知$f(x)$在$(0,a)$，$(a,+\infty)$均只有一个零点，即$0<a<1$符合题意；

综上所述：实数a的取值范围为$(0,1)$.

故选：A.

8．A

【分析】根据直线和圆的位置关系求解.

【详解】由$y=\sqrt{1-x^2}$可得，$x^2+y^2=1,(y\ge 0)$，

所以曲线$y=\sqrt{1-x^2}$表示半圆，

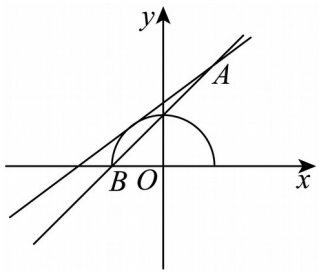
又由直线$y=2+k(x-1)$可得恒过定点$A(1,2)$，

记$B(-1,0)$，

当直线$y=2+k(x-1)$与半圆$x^2+y^2=1,(y\geq 0)$相切时，

圆心到直线的距离为$d=\dfrac{|2-k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得$k=\dfrac{3}{4}$，

作图如下，



$k_{AB}=1$，

由图可知，当$\dfrac{3}{4}<\mathrm{k}\leq 1$时，直线$y=2+k(x-1)$与曲线$y=\sqrt{1-x^2}$有两个不同公共点，

故选:A.

9．BC

【分析】样本的众数应是$[70,80)$区间中点75，故选项A错误.设样本的80%分位数为t，通过计算可判断t在区间$[70,80)$内，计算区间$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,t)$所对应的矩形面积之和为0.8，即可求得样本的80%分位数为78.5，故选项B正确. 根据频率分布直方图平均数的求解方法即可判断C正确.用样本中低于60分的频率估计总体频率，即可判断选项D错误.

【详解】对于选项A，样本的众数应是$[70,80)$区间中点75，故选项A错误.

对于选项B，设样本的80%分位数为t，

因为左边两个矩形面积和为$(0.016+0.03)\times10=0.46$，

左边三个矩形面积和为$(0.016+0.03+0.04)\times10=0.86$·

因此t在区间$[70,80)$内，所以$(0.016+0.03)\times10+0.04\times(t-70)=0.8$，

解得$t=78.5$，故选项B正确.

对于选项C，用样本平均分估计总体平均分，而样本的平均分为

$(55\times0.016+65\times0.03+75\times0.04+85\times0.01+95\times0.004)\times10=70.6$，故选项C正确.

对于选项D，样本中低于60分的学生的频率为$0.016\times10=0.16$，估计总体中低于60分的

学生的人数约为$20000\times0.16=3200$，故选项D错误.

故答案为：BC.

10．ACD

【分析】由公式计算函数最小正周期验证选项A；代入检验法判断BCD选项中的单调区间对称轴和对称中心.

【详解】函数$g(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

对于A，$g(x)$的最小正周期为$T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\frac{2\pi}{2}=\pi$，故A正确；

对于B，由$0\le x\le\frac{\pi}{2}$，得$\frac{\pi}{3}\le2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{4\pi}{3}$，

从而$\frac{\pi}{3}\le2\pi+\frac{\pi}{3}\le$　即$0\le x\le\frac{\pi}{3}$时，$g(x)$单调递减，故B不正确；

对于C，$g\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left[2\times\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=\cos0=1$，

所以$x=-\frac{\pi}{6}$是函数$g(x)$图象的一个对称轴，故C正确；

对于D，$g\left(-\frac{5\pi}{12}\right)=\cos\left[2\times\left(-\frac{5\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)=0$，

所以$g(x)$的图象关于点$\left(-\frac{5\pi}{12},0\right)$对称，故D正确.

故选：ACD.

11．BC

【分析】根据$a_n=\begin{cases}S_1,n=1\\S_n-S_{n-1},n\geq 2\end{cases}$即可求出数列$\{a_n\}$的通项，再根据等差数列的定义和前$n$项和公式逐一判断即可.

【详解】由$S_n=n^2-4n$，

当$n=1$时，$a_1=S_1=1-4=-3$，

当$n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2-4n-\left[(n-1)^2-4(n-1)\right]=2n-5$，

当$n=1$时，上式也成立，

所以$a_n=2n-5$，故B正确；

因为$a_{n+1}-a_n=2(n+1)-5-(2n-5)=2$，所以$\{a_n\}$是等差数列，故A错误；

对于C，$\frac{S_n}{n}=\frac{n^2-4n}{n}=n-4$，

因为$\frac{S_{n+1}}{n+1}-\frac{S_n}{n}=n+1-4-(n-4)=1$，所以数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$是等差数列，故C正确；

对于D，令$a_n=2n-5\geq 0$，则$n\geq\frac{5}{2}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/138125064133006024