

车轮为什么做成圆形

教学目标：

- (1) 经历形成圆的概念的过程，经历探索点和圆位置关系的过程；
- (2) 理解圆的概念，理解点和圆的位置关系，并能根据条件画出符合条件的点或图形，初步形成集合的观念；
- (3) 让学生在经历圆的概念的形成过程中，通过探索与交流，进一步发展学生探索交流的能力和数学表达能力；
- (4) 在学习中体会圆的实际应用，感受数学与现实生活的密切联系，增强学生的数学应用意识，初步培养学生以理论为依据分析问题、解决问题的良好习惯。

教法及学法指导：

本节应用五环教学模式：创设情境—感知探究—合作交流—拓展应用—总结升华。由于本部分知识在小学已经学过，学生也易于接受，因而主要多设计活动，让学生多些体验多些思考，激发学生学习的投入性。对于涉及知识拓展应用时，由学生通过合作、交流与探究，掌握解决问题的方法和所使用的原理。在实际教学中，尽可能采取学生自主探索、合作交流，通过分析交流，总结规律及建立数学模型的经验。

课前准备：

教师准备：课件、直尺、圆规

学生准备：直尺、圆规，预习课本第 90~93 页

课前活动一：以小组为单位，用硬纸片做成三角形、正方形（或长方形）、圆形等不同形状的车轮，中心位置穿过笔芯，模拟车轮在地面上转动，有什么发现？与同学们交流体验。

【设计意图】让学生动手操作，模拟不同形状的车轮，体验哪一种转动的平稳，初步感受日常生活中的车轮为什么做成圆形，而不是其它形状，并探究其中的原由，也为本节课学习圆的概念打下基础。

【实际效果】学生积极性很高，做了很多形状不同的图形，验证了只有圆形的车轮转动起来较为平稳。由于转轴处太紧或太松、地面太平，转起来有些打滑，需调整转轴处，在铺有毛巾的桌面上效果显著。

课前活动二：体育课或课外活动进行，男、女生分开，组成两组分别进行。规则是：选出一位同学，其余同学手拿篮球，投向这位同学，这位同学躲开，看谁最先能投中这位同学？你认为应当排成什么样的队形，对每个人都公平？

【设计意图】这是平时学生经常玩的一个活动，这一次再玩时是需要带着数学的眼光，“玩中学，学中玩”，快乐学习，从而体验到学习的快乐！这不仅为学习圆的集合概念做准备，也为学习点与圆的位置做了铺垫。

【实际效果】学生玩得相当高兴，尤其是球到处乱跑，更加体现了球（点）与大家站成的圆圈（圆）有不同的位置关系。

教学过程：

一、创设情境

师：请各小组先说一说你们车轮模拟试验的体验。

生：三角形转动的不平衡，忽上忽下的，有点像坐轿子。

生：我们做了一个长方形的，那体验才刺激，应该像坐过山车吧，不过真要做成车轮，开快不知能把人颠成什么样了，反正我是不敢坐的。

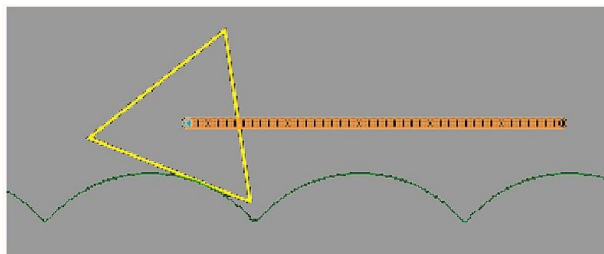
生：我们做了圆的，但是也不怎么平稳，与我们的想象不一样，为什么呢？

师：我看看，你们的图形虽说是圆形，但是中心位置太偏了，你看稍微向这挪一下不就行了。

生：通过这些模拟试验，我们感到确实是**圆形的车轮转动起来是最平稳的**。

生：究其原因，圆形车轮边缘上任意一点到圆心的距离是相等的，所以能够保证车轮能够平稳地转动，而其它的这些图形不能满足这一条件，所以会产生上上下下的感觉。

师：由于我们的地面相对来说比较平，因而设计成圆形的车轮能够使车子跑起来比较平稳。但是，如果是这样的特殊“地面”，车轮不是圆形的也可以比较平稳的，有兴趣的同学可以进一步探究！



师：圆在我们日常生活中应用相当广泛，从本节课开始，我们就来探究圆的概念，有哪些性质，有哪些应用？

【设计意图】展示小组活动成果，增强学生的动手能力，体验收获的喜悦，启发学生思考问题要从多个角度考虑，感知数学的魅力。为圆上的每一点到圆心的距离都相等做好铺垫。

【实际效果】学生兴致很高，动手又动脑，在做中总结规律。“特殊”地面，让学生眼前一亮，拓宽了思路，可多角度多方位想问题，发散性很强，对学生触动很大！

二、感知探究

1. 圆的概念

师：很好！大家投球玩得很高兴吧，向我汇报一下你们是如何排列队形的？

生：我们大家围成了一个圆形，使每个同学距离中间同学的距离相等，才能对每个同学都公平，而且球也不容易跑到外面去。

师：在数学上我们规定，平面上到定点的距离等于定长的所有点组成的图形叫做圆。其中定点称为圆心，定长称为半径的长（通常也称为半径）。以点 O 为圆心的圆记作 $\odot O$ ，读作“圆 O ”。

师：体育老师想利用一根 3m 长的绳子在操场上画一个半径为 3m 的圆，你能帮助他想想办法吗？

生：将绳子的一端 A 固定，然后拉紧绳子的另一端 B ，并绕 A 在上在上转一圈， B 所经过后路径就是所画的圆。

师：下面我给大家演示一下我的独门绝技：徒手画圆！一般人我不告诉他。（固定小拇指指尖，大拇指与食指夹住粉笔旋转一周即得圆）

生：佩服！佩服！简单实用，而且是圆的概念的直接应用。

师：作图时画圆我们通常用到的工具是什么？

生：圆规。

师：请两位同学到黑板上来画，其余同学在本子上练习使用圆规。（老师指点）

师：大家看这两个圆有什么不同？

生：一大一小，很明显，半径不同。

生：位置也不同，一左一右，圆心位置也不同。

师：所以说，确定一个圆需要两个要素，一是位置，二是大小。圆心确定位置，半径确定其大小。

【设计意图】学生在小学数学中已经学过圆的概念，我们在此主要体现的是集合的观点，是“点动成线”的体现，也渗透了轨迹的思想。明确确定圆的两个要素的作用，对今后作圆或

在解析几何中求圆的方程都是十分重要的。

【实际效果】用身边的工具作圆，学生方法很多，当看到我表演徒手画圆时更是兴奋，学生感到数学的理论画图——圆规，地球人都知道，但是借助绳子、手等身边的工具更具有实际应用价值，也充分体现了数学原理。

2. 点与圆的位置关系

师：在投球游戏中，大家围成圆形，记作 $\odot O$ ，中间的那位同学就是圆心 O ，如果把球看作一个点 P 的话，那点 P 会落在 $\odot O$ 的哪些位置？

生：有可能在 $\odot O$ 内部。

生：在大家手上的话可以叫做在 $\odot O$ 上。

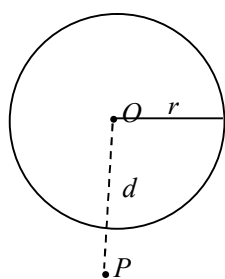
生：如果没有接住球跑到外面去，那就落在 $\odot O$ 的外部。

生：如果球恰好击中中间同学的话呢？

生：也应该是在 $\odot O$ 内部。

生：总体来说，点与圆的位置关系有三种：点在圆外、点在圆上、点在圆内。

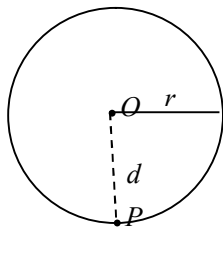
师：如图，三个点 A, B, C 代表三种不同的球的落点，这三个点到圆心 O 的距离 d 与 $\odot O$ 的半径有什么大小关系？



点 P 在圆外



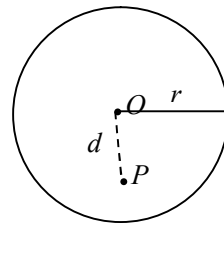
$$d > r$$



点 P 在圆上



$$d = r$$



点 P 在圆内



$$d < r$$

生：

师：反过来，你能根据点 P 与的半径 r 的大小关系，确定点 P 与 $\odot O$ 的位置关系吗？

生：当 $d > r$ 时，点 P 在圆外；当 $d = r$ 时，点 P 在圆上；当 $d < r$ 时，点 P 在圆内。

生：点 P 在圆外 $\Leftrightarrow d > r$ ；

点 P 在圆上 $\Leftrightarrow d = r$ ；

点 P 在圆内 $\Leftrightarrow d < r$ 。

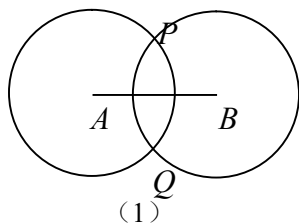
师：做一做：设 $AB=3\text{cm}$ ，作图说明满足下列要求的图形：

(1) 到点 A 和点 B 的距离都等于 2cm 的所有点组成的图形。

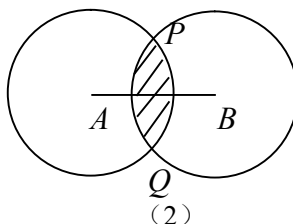
(2) 到点 A 和点 B 的距离都小于 2cm 的所有点组成的图形。

生：到点 A 的距离等于 2cm 的所有点组成的图形是 $\odot A$ ，到点 B 的距离等于 2cm 的所有点组成的图形是 $\odot B$ ，两个条件同时满足应该是两圆的交点 P, Q ，如图(1)。

生：到点 A 和点 B 的距离都小于 2cm 的所有点应该在两圆的内部，如图(2)。



(1)



(2)

【设计意图】从投球游戏得出点与圆有三种不同的位置关系的直观感受，探究得到点到圆心的距离与半径的数量关系，二者可相互作为判断依据. 然后通过画图表示满足条件点的集合，渗透了一种常用的数学法——交集法，让学生再次经历用集合的观点理解图形的过程.

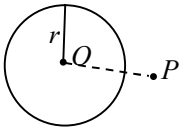
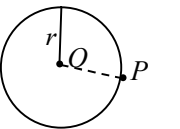
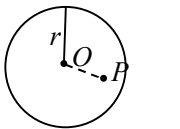
【实际效果】点与圆的位置关系和点到圆心的距离与半径的数量关系，这二者关系学生接受很快，但对于利用图形表示满足条件的点的集合时，还不是很理解. 可先让学生分步思考，将条件分成两个：①满足条件的点与 $\odot A$ 有怎样的位置关系？②满足条件的点与 $\odot B$ 有怎样的位置关系？

三、交流提高

1. 点与圆的位置关系与数量关系的联系

师：点与圆有三种不同的位置关系，利用点到圆心的距离可衡量，以小组为单位，以表格的形式进行总结.

生：

点与圆的位置关系	图 形	数量关系
点在圆外		$d > r$
点在圆上		$d = r$
点在圆内		$d < r$

【设计意图】先由学生交流学到的知识点，形成印记，再通过表格的形式让学生将系统，形成网络，也为后面学习直线与圆的位置关系、圆与圆的位置关系做类比. 让学生形成系统的知识结构，及时总结规律，能够做到举一反三，有利于类比归纳.

【实际效果】利用表格，结合图象，即直观形象又简单易于记忆，学生掌握地很快很好！

2. 几点共圆问题

师：大家总结得很好！那么，如图（3），矩形 $ABCD$ 的四个顶点是否在同一个圆上呢？你能否加以证明.

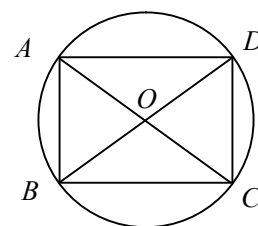
生：要想 A, B, C, D 四个点在同一个圆上，只需说明 $OA = OB = OC = OD$.

证明：四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore OA = OC, OB = OD, AC = BD,$

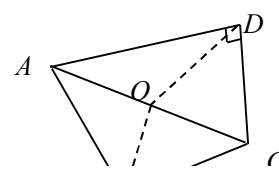
$\therefore OA = OB = OC = OD$

\therefore 点 A, B, C, D 都在以 O 为圆心的同一个圆上.



(3)

变式练习一：如图（4），若 $\triangle ABC, \triangle ADC$ 均为直角三角形，试说明这 A, B, C, D 也在



同一个圆上.

生: 取 AC 的中点 O , 连接 OB , OD ,
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, O 为斜边 AC 的中点,

$$\therefore OB = \frac{1}{2} AC.$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, O 为斜边 AC 的中点,

$$\therefore OD = \frac{1}{2} AC.$$

$$\therefore OB = OD = \frac{1}{2} AC = OA = OC.$$

\therefore 点 A, B, C, D 都在以 O 为圆心的同一个圆上.

变式练习二: 如图 (5), BD, CE 是 $\triangle ABC$ 的高, 求证: B, C, D, E 四点在同一个圆上.

生: 从 BD, CE 是 $\triangle ABC$ 的高可得出, $\triangle BCE$ 和 $\triangle BCD$ 均为直角三角形, 且斜边是公共的,

因而和上题差不多, 取斜边的中点可得.

生: 证明: 取 BC 的中点 O , 连接 OD , OE ,

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, O 为斜边 BC 的中点,

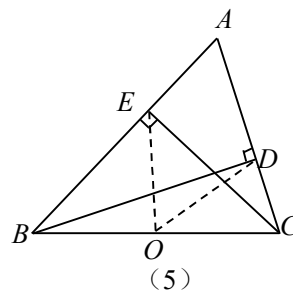
$$\therefore OE = \frac{1}{2} BC.$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, O 为斜边 BC 的中点,

$$\therefore OD = \frac{1}{2} BC.$$

$$\therefore OD = OE = \frac{1}{2} BC = OB = OC.$$

\therefore 点 B, C, D, E 都在以 O 为圆心的同一个圆上.



【设计意图】 几点共圆问题是较为常见的一个题型, 主要是对圆的概念的理解与应用, 难点在于所涉及的知识点与前面所学的三角形、四边形的性质有关, 综合性较强, 通过分析, 提高学生到概念的进一步理解, 提高学生的综合分析问题的能力.

【实际效果】 对于矩形的四个顶点共圆, 学生能够分析得出, 存在推理不严谨和步骤不规范两个问题. 下面的两个变式, 虽说图形差不多, 但所运用的知识点不同, 学生对“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”这一原理掌握不好, 同时添加辅助线也是一个难点, 只有个别学生想到, 可让学生充分讨论交流, 由学生讲给大家听.

四、拓展应用

师: 已知 $\odot O$ 的半径为 1, 点 P 到圆心的距离为 d , 且方程 $x^2 - 2x + d = 0$ 有实根, 试判定点 P 与 $\odot O$ 的位置关系.

生: \because 方程 $x^2 - 2x + d = 0$ 有实根,

$$\therefore b^2 - 4ac \geq 0, \text{ 即 } (-2)^2 - 4d \geq 0, \text{ 解得 } d \leq 1.$$

\therefore 当 $d < 1$ 时, 点 P 在 $\odot O$ 内;

当 $d = 1$ 时, 点 P 在 $\odot O$ 上.

【设计意图】考查学生由点到圆心的距离与半径的关系来判定点与圆的位置关系，还综合考了对一元二次方程有实根的理解。

【实际效果】学生分析得很快，但是易对有实根仅仅理解为“ $b^2 - 4ac > 0$ ”，导致判定点与圆的位置关系不全面，通过练习学生思考需再严谨和知识点落实要到位。

五、总结升华

生：我们在小学数学中已经学过圆的概念，本节课在此用集合的观点给出了圆的描述性定义。

生：学到了点与圆的三种位置关系，且可以通过点到圆心的距离与半径的数量关系来量化。

生：可能利用圆的定义来画圆，在实际生活中应用很广。

生：通过几点共圆问题的探究，我对圆的定义有了进一步的理解，同时也掌握了此类题的解决方法。

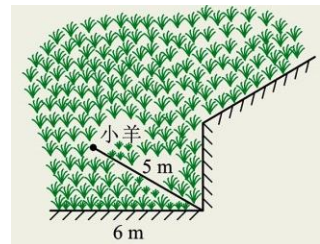
.....

【设计意图】让学生小组交流，总结本节课的收获与感想，教师适当点拨与肯定。鼓励学生大胆发表见解，让学生不仅总结知识，更重要的是要通过本节课总结情感体验上的收获，进一步认识数学的应用价值，对学生的触动很大。

【实际效果】学生在这一环节能大胆发言，畅谈自己的收获与疑问，脸上露出了获取知识的喜悦。学生通过回顾本节课的学习过程，体会到“学有用的数学，学有价值的数学”，越发感到数学的亲切！

六、当堂反馈

1. 如图(6)，一根5m长的绳子，一端拴在柱子上，另一端拴着一只羊(羊只能在草地上活动)，请画出羊的活动区域。



(6)

【考查知识点】圆的定义、用圆规作圆

2. 已知 $\odot O$ 的面积为 25π .

(1) 若 $PO = 2.5$ ，则点 P 在_____；

(2) 若 $PO = 4$ ，则点 P 在_____；

(3) 若 $PO =$ _____，由点 P 在 $\odot O$ 上.

【考查知识点】点与圆的位置关系

3. 设 $AB = 3\text{cm}$ ，作图说明：到点 A 的距离小于 2cm ，且到点 B 的距离大于 2cm 的所有点组成的图形。

【考查知识点】点与圆的位置关系、用图形表示满足条件点的集合

七、作业设置

1. **【基础知识】** $\odot O$ 的半径为3，圆心 O 的坐标为 $(0, 0)$ ，点 P 的坐标为 $(2, 2)$ ，则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是_____.

【考查知识点】点与圆的位置关系、平面直角坐标系

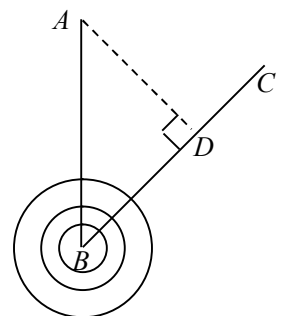
2. **【能力提升】**已知 $\triangle ABC$ 中， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，以点 C 为圆心作 \odot ，半径为 r .

(1) 当 r 取什么值时，点 A, B 在 \odot 外？

(2) 当 r 取什么值时，点 A 在 \odot 内，点 B 在 \odot 外？

【考查知识点】点与圆的位置关系、作图能力

3. **【拓展应用】**台风是一种自然灾害，它以台风中心为圆心在周围数十千米范围内形成气旋风暴，有极强的破坏力，如图(7)，据气象观测，距沿海某城市 A 的正南方向220千米处有一台风中心，其中心最大风力为12级，每远离台风中心20千米，风力就会减弱一级，该台风中心现正以15千米/



时的速度沿北偏东 30° 方向往 C 移动，且台风中心风力不变，若城市所受风力达到或超四级，则称为受台受影响。

- (1) 该城市是否会受到这次台风的影响？请说明理由；
- (2) 若会受台风影响，那么台风影响该城市的持续时间有多长？
- (3) 该城市受到台风影响的最大风力为几级？

(7)

【考查知识点】 点与圆的位置关系、解直角三角形

八、板书设计

3.1 车轮为什么做成圆形		
一、圆的概念： 表示方法： 确定圆的两个因素：	二、点与圆的位置关系： 点 P 在圆外 $\Leftrightarrow d > r$ ； 点 P 在圆上 $\Leftrightarrow d = r$ ； 点 P 在圆内 $\Leftrightarrow d < r$ 。	三、典例剖析：

九、教学反思

教材给出了圆形车轮的图片，学生也知道车轮都是圆形的，对于为什么多多少少也能说出一二，但是学生缺乏这方面的体验，因而我让学生课前做不同形状的车轮模拟试验，感受每种不能形状的运转平稳性，得到切身的体验，极大地调动学生的积极性和参与性，也锻炼了动手能力，我又给学生展示了“特殊”地面的情况，无疑打破了学生的传统思维，对开发学生的能力是个极大振动，我希望能起到抛砖引玉的效果。

本节课中我的徒手画圆对学生触动很大，下课后学生纷纷到黑板上去模仿，这说明老师的示范带动作用影响很大，也让学生体会到一技之长也可以让你自信心倍增，说不准会给你带来意想不到的机会呢。事实上，我更想上同学们意识到数学的应用价值。

本节课的变式练习也是较为成功的一面，学生对圆的概念和点与圆的位置关系往往只存在结论上面，通过变式练习，学生深刻体会到几点共圆，实质上就是点到圆的距离都相等，等于一个定值（半径）即可，难点的突破，学生感到知识点的落实很重要，普遍感到学过的定理忘记了，需要多多强化。

通过本节课的学习，增强了应用数学知识的意识，获得了利用数学方法解决实际问题的经验，并进一步感受了数学建模思想和数学知识的应用价值。及时总结，理清了学生思考的方向和规律，学生能做到有章可寻，放手让学生总结归纳，形成良好地主动学习氛围。让学生提出解决问题的方案。鼓励学生独立思考、合作交流，进行探索规律的活动。

注意改进的方面： 为了满足不同层次同学们的需要，问题设置与提问时要分层设计，布置作业时采用必做题与选做题相结合的方法，对成绩一般的同学只需完成必做题即可，而对学有余力的同学则要求必须同时完成必做题和选做题。相信学生并为学生提供充分展示自己的机会。课堂上要把激发学生学习热情和获得学习能力放在教学首位，通过运用各种启发、激励的语言，以及组织小组合作学习，帮助学生形成积极主动的求知态度。

圆

一、教学目标

逐渐形成“圆的基本概念与定理”、“与圆有关的位置关系”、“与圆有关的计算”的知识网络

体系;

二、教学重点和难点

重点: 逐渐形成“圆的基本概念与定理”、“与圆有关的位置关系”、“与圆有关的计算”的知识网络体系

难点: 在解决具体问题的过程中, 构建圆的知识体系, 内化数学思想方法, 特别是辅助线添加和转化思想等难点问题

三、教学过程

(一) 知识梳理

1. 圆的定义: 到_____的距离等于_____的点的集合, 定点叫_____, 定长叫_____

2. 圆的对称性

圆是_____对称图形, _____都是它的对称轴;

圆又是_____对称图形, _____是它的对称中心.

3. 垂径定理: _____的直径_____, 并且平分_____

垂径逆定理: _____的直径垂_____, 并且_____

推论: 圆的两条平行弦所夹的弧_____

4. 等对等定理: 在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的_____相等, 所对的_____相等, 所对的_____相等

推论: 在同圆或等圆中, 如果_____, _____、_____或_____中有一组量相等那么它们所对应的其余各组量都相等

5. 圆周角定理_____

推论 1 _____

推论 2 _____

推论 3 _____

推论 4 _____

6. 与圆有关的位置关系

(1) 点与圆的位置关系

① _____ $\Leftrightarrow d$ _____ r ; ② _____ $\Leftrightarrow d$ _____ r ;

③ _____ $\Leftrightarrow d$ _____ r ;

(2) 直线与圆的位置关系

① _____ $\Leftrightarrow d$ _____ r ; ② _____ $\Leftrightarrow d$ _____ r ;

③ _____ $\Leftrightarrow d$ _____ r ;

7. 定理: _____的三个点确定一个圆

8. 切线的性质定理_____

符号语言:

$\because l$ 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 A , OA 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore OA \perp l$

9. 切线的判定定理_____

符号语言 $\because OA$ 是 $\odot O$ 的半径, $l \perp OA$ 于 A ,

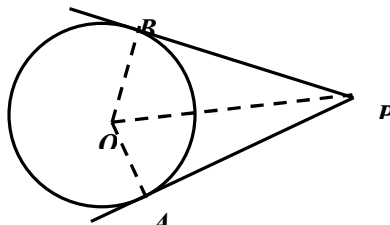
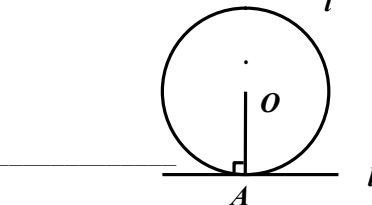
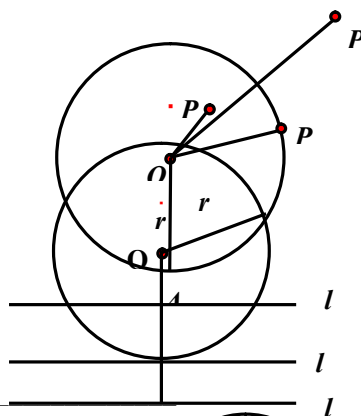
$\therefore l$ 是 $\odot O$ 的切线.

10. 切线长定理 从圆外一点引圆的两条切线, 它们的切线长_____,

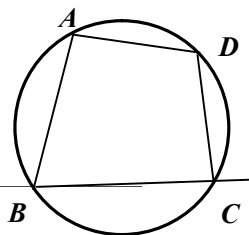
圆心和这一点的连线_____两条切线的夹角

符号语言: $\because PA$ 、 PB 分别切 $\odot O$ 于 A 、 B ,

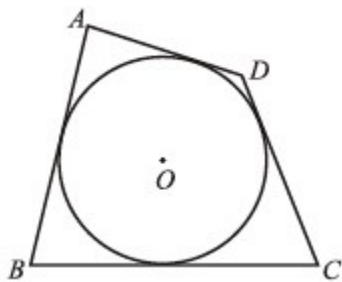
$\therefore PA = PB$



11. 圆的内接四边形性质定理：圆的内接四边形_____



12. 圆的外切四边形性质定理：圆的外切四边形_____



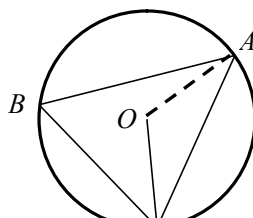
13. 三角形外接圆的圆心是_____的交点，它到_____的距离相等；
 三角形内切圆的圆心是_____的交点，它到_____的距离相等。

14. 弧长计算公式：L=_____

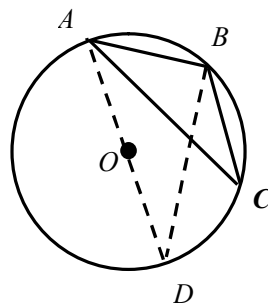
15. 扇形面积公式：S_{扇形}=_____ = _____

(二) 知识训练

问题 1. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，已知 $\angle ACO=30^\circ$ ， $\angle B=_____$ 。

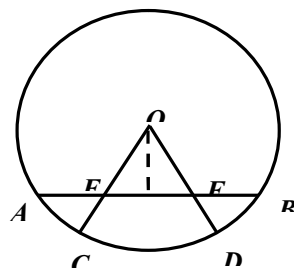
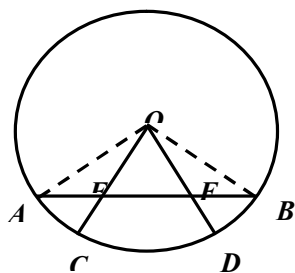


问题 2. 如图，在 $\odot O$ 中，弦 $AB=1.8\text{cm}$ ，圆周角 $\angle ACB=30^\circ$ ，则 $\odot O$ 的直径等于_____ cm 。

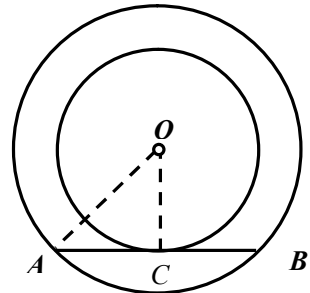


问题 3. 已知：如图， AB 是 $\odot O$ 的弦，半径 OC 、 OD 于点 E 、 F ，且 $AE=BF$ ，请你找出线段 OE 与 OF 的关系，并给予证明。

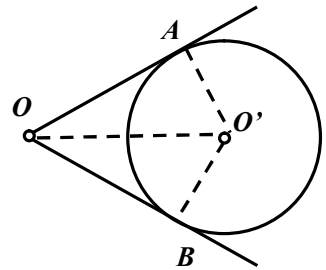
分别交 AB
数量关



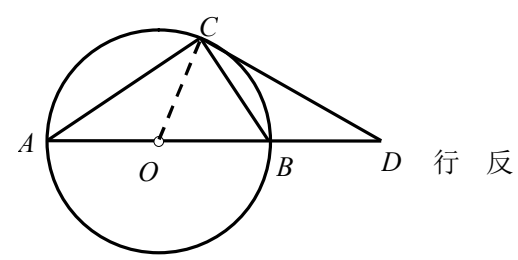
问题 4. 某宾馆大堂要铺设圆环形地毯, 如图, 工人王师傅只测量了与小圆相切的大圆的弦 AB 的长就计算出了圆环的面积, 王师傅是怎样算的? 请你用圆的相关知识加以解释.



问题 5. 如图, 过圆外一点 O 作 $\odot O'$ 的两条切线 OA 、 OB , A 、 B 是切点, 且 OO' 圆 O 半径长两倍, 则 $\angle AOB = \underline{\hspace{2cm}}$.



问题 6. 如图, $Rt\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle A = 30^\circ$, 延长斜边 AB 到 D , 使 BD 等于 $\odot O$ 半径, 求证: DC 是 $\odot O$ 切线.



圆

一、教学目标

通过问题的设计, 对圆的相关知识与思想方法进行反思, 逐步培养提出问题, 分析问题的能力;

二、教学重点和难点

重点: 在解决具体问题的过程中, 构建圆的知识体系, 内化数学思想方法

难点: 逐步培养提出问题, 分析问题的能力

三、教学过程

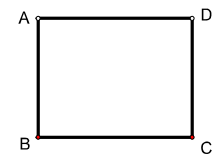
第三章 圆知识点与练习

(1) 圆是到定点的距离 定长的点的集合; 圆的内部可以看作是到圆心的距离 半径的点的集合; 圆的外部可以看作是到圆心的距离 半径的点的集合

(2) 点和圆的位置关系: 若 $\odot O$ 的半径为 r , 点 P 到圆心 O 的距离为 d , 那么:

点 P 在圆 $\iff d > r$ 点 P 在圆 $\iff d = r$ 点 P 在圆 $\iff d < r$

例 1: 如图已知矩形 $ABCD$ 的边 $AB=3$ 厘米, $AD=4$ 厘米, 以点 A 为圆心, 4 厘米为半径作圆 A , 则点 B 、 C 、 D 与圆 A 的位置关系分别为点 B 在圆 A , 点 C 在圆 A , 点 D 在圆 A ,



(3) 定理: _____ 的三个点确定一个圆

(4) 垂径定理: 垂直于弦的直径_____这条弦并且平分弦所对的_____

推论 1 ①平分弦(不是直径)的直径_____，并且_____

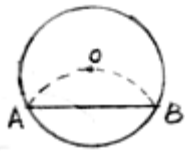
(注: 运用垂径定理进行证明几何问题时，常需做出的辅助线的方法①是_____)

推论 2 圆的两条平行弦所夹的弧_____

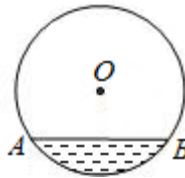
例 2: 如图，将半径为 2 厘米的圆形纸片折叠后，圆弧恰好经过圆心 O，则折痕 AB 的长为_

例 3: 在的圆柱形油槽内装入一些油后，截面如图所示，若油面宽 AB=800mm，油的最大深度为 200mm，则油槽截面的直径为_____。

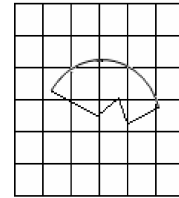
例 4: 小英家的圆形镜子被打碎了，她拿了如图(网格中的每个小正方形边长为 1)的一块碎片到玻璃店，配制成形状、大小与原来一致的镜面，则这个镜面的半径是_____



(例 2 图)



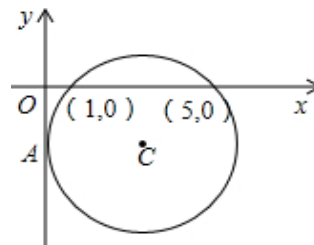
(例 3 图)



例 4 图

例 5: 如图，在平面直角坐标系中， $\odot C$ 与 y 轴相切于点 A，与 x 轴相交于点 (1, 0)，(5, 0)，圆心 C 在第四象限，则 $\odot C$ 的半径是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



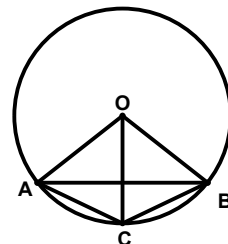
(例 5 图)

(5) 圆是轴对称图形，其对称轴是_____；圆也是中心对称图形，对称中心是_____

(6) _____定理 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧____，所对的弦____，所对的弦的弦心距_____

推论 在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两弦的弦心距中有一组量相等那么它们所对应的其余各组量都_____

例 6: 如图，AB、AC、BC 都是 $\odot O$ 的弦， $\angle AOC = \angle BOC$ ，则 $\angle ABC$ 与 $\angle BAC$ 相等吗？为什么？



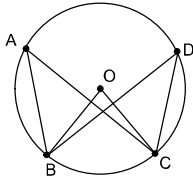
(7) _____定理： 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的_____

推论 1 同弧或等弧所对的圆周角_____；同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧_____

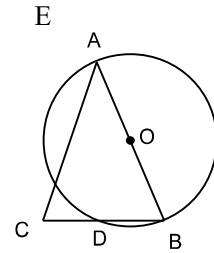
推论 2 半圆(或直径)所对的圆周角是_____； 90° 的圆周角所对的弦是_____

(注：当问题中有直径时，常需做出的辅助线②是_____)

例 7：如图，点 A、B、C、D 在 $\odot O$ 上，点 A 与点 D 在点 B、C 所在直线的同侧， $\angle BAC=35^\circ$
 $\angle BOC =$ _____ $^\circ$ 、 $\angle BDC =$ _____ $^\circ$



例 8：如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，若 $AB=AC$
 BD 和 CD 相等吗？为什么？
 BD 与 DE 的大小有什么关系？为什么？

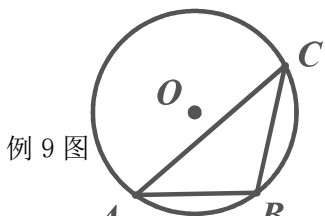


例 9：如图，在半径为 5 的 $\odot O$ 中，弦 $AB=6$ ，点 C 是优弧 AB 上一点（不与 A、B 重合），则 $\cos C$ 的值为_____.

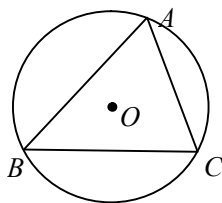
练习 1：如图，圆 O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，若圆 O 的半径为 1.5， $AC=2$ ，则 $\sin B$ 的值是()

练习 2： 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle C=45^\circ$ ， $AB=2$ ，则 $\odot O$ 的半径为()

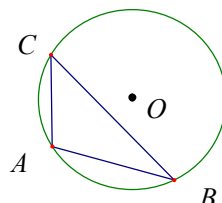
A. 1 B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$



例 9 图



练习 1 图



练习 2 图

(8) 圆的内接四边形定理： 圆
 例 10： $\odot O$ 中，弦长等于半径的

的内接四边形的对角_____
 弦，所对的圆周角的度数为_____

(9) 直线和圆的位置关系： 设 $\odot O$ 的半径为 r，点 P 到圆心的距离为 d，
 直线 L 和 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$ ； 直线 L 和 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$ ；
 直线 L 和 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$

例 11: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5\text{cm}, BC=4\text{cm}, AC=3\text{cm}$,

①若以 C 为圆心, 2cm 长为半径画 $\odot C$, 则直线 AB 与 $\odot C$ 的位置关系_____;

②若直线 AB 与半径为 r 的 $\odot C$ 相切, 则 r 的值为_____。

③若直线 AB 与半径为 r 的 $\odot C$ 相交, 则 r 的取值范围_____。

(10) 切线的性质定理 圆的切线垂直于_____

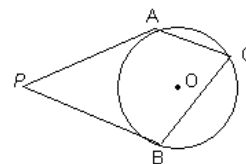
解有关圆的切线性质的辅助线的作法③: _____

切线的判定定理 经过半径的外端并且_____的直线是圆的切线

证明圆的切线的方法④: _____方法⑤: _____

例 12: 如图 PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别为 A, B, C 是 $\odot O$ 上一点,

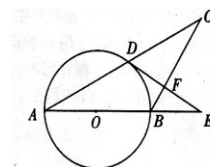
$\angle APB=40^\circ$, 求 $\angle ACB$ 的度数。



例 13: 如图在 $\triangle ABC$ 中 $AB=BC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 AC 交于点 D ,

过 D 作 $DF \perp BC$, 交 AB 的延长线于 E , 垂足为 F

求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线



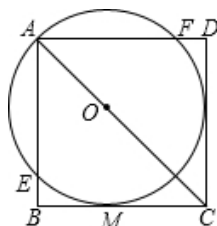
例 14: 知, O 为正方形 $ABCD$ 对角线上一点, 以 O 为圆心,

的长为半径的 $\odot O$ 与 BC 相切于 M , 与 AB, AD 分别相交于 E, F .

OA

(1) 求证: CD 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$, 求正方形 $ABCD$ 的边长.



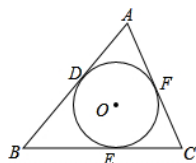
(11) 切线长定理

从圆外一点引圆的两条切线, 它们的切线长_____, 圆心和这一点的连线_____两条切线的夹角

推论: 圆的外切四边形的两组对边的和_____

例 15: 如图, 若的三边长分别为 $AB=9, BC=5, CA=6$, $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 切 AB, BC, AC

于 D, E, F , 则 AF 的长为 () A、5 B、10 C、7.5 D、4



(12) 三角形的内心与外心:

三角形的_____的圆心叫做三角形的内心. 三角形的内心就是三角形三条线的交点. 这个交点到三角形的_____距离相等.

三角形的_____的圆心叫做三角形的外心. 三角形的外心就是三角形三条线的交点. 这个交点到三角形的_____距离相等.

例 16: Rt△ABC 中, ∠C=90°, AB=3, BC=4, 则△ABC 的内切圆的半径为_____

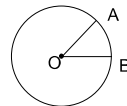
常见结论: Rt△ABC 的三条边分别为: a 、 b 、 c (c 为斜边), 则它的内切圆的半径 r =_____

练习 3: Rt△ABC 中, ∠C=90°, AB=5, BC=12, 则△ABC 的内切圆的半径为_____

(13) 和圆的有关计算

①扇形的弧长公式为_____

②扇形面积公式为_____或_____。



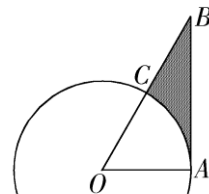
例 17: 已知圆弧的半径为 50 厘米, 圆心角为 60°, 则此圆弧的长度是_____。

例 18: 已知扇形的半径为 50 厘米, 圆心角为 60°, 则此扇形的面积是_____。

例 19: 已知扇形的半径为 5 厘米, 圆心角所对的弧长为 4π , 则此扇形的面积是_____。

A. 180° B. 90° C. 120° D. 135°

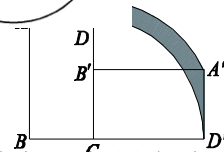
例 20: 如图, AB 是⊙O 的切线, 切点为 A, OA=1, ∠AOB=60°, 求图中阴影部分的面积。



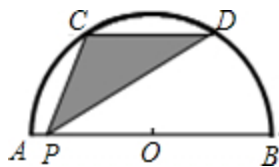
例 21: 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$. 现将矩形 ABCD 绕

旋转 90° 得到矩形 A'B'CD', 则 AD 边扫过的面积 (阴影部分) 为 ()

- A. $\frac{1}{2}\pi$ B. $\frac{1}{3}\pi$ C. $\frac{1}{4}\pi$ D. $\frac{1}{5}\pi$



例 22: 如图, 半圆的直径 AB=10, P 为 AB 上一点, 点 C, D 为半圆的三等分点, 则阴影部分的面积等于多少?



圆

一、教学目标

1、理解圆的描述定义, 了解圆的集合定义.

2、经历探索点与圆的位置关系的过程, 以及如何确定点和圆的三种位置关系

二、教学重点和难点

重点: 点与圆的位置关系

难点: 用集合的观点研究圆的概念

三、教学过程

(一) 情境引入:

一些学生正在做投圈游戏, 他们呈“一”字排开. 思考: 这样的队形对每一人都公平吗? 你认为他们应当排成什么样的队形?



(二) 探究新知:

【探究一】圆的定义及相关概念

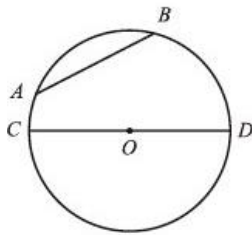
1. 请大家用自己的方式在学案上画一个圆.

2. 尝试给圆下一个准确的定义, 写下来.

定义 1: 当一条线段绕着_____在平面内旋转一周时, 它的另一个端点所形成的图形就是一个圆.

定义 2: 圆可以看成是到_____的距离等于_____的所有点组成的图形。_____就是圆心, _____就是半径, 以 O 为圆心的圆记作_____ , 读作_____

3. 相关概念: 弦、弧、直径、半径、半圆、等圆的相关概念



半径: . 连接圆心和圆上的_____的线段叫做半径, 例如上图中的_____

弦: 连接圆上_____的线段叫做弦, 例如上图中的_____

直径: 经过_____的_____叫做直径, 例如上图中的_____

弧: 圆上_____叫做圆弧, 简称弧_

优弧: _____的弧叫做优弧, 例如上图中的_____

劣弧: _____的弧叫做劣弧, 例如上图中的_____

半圆: 圆的任意一条_____的两个端点分圆成_____, 每一条_____都叫做半圆例如上图中的_____

弓形: 由_____及其所对的_____组成的图形叫做弓形

等圆: _____的两个圆叫做等圆

同心圆: _____的两个圆叫做同心圆

等弧: 在_____中, _____的弧叫做等弧

【探究二】点和圆的位置关系

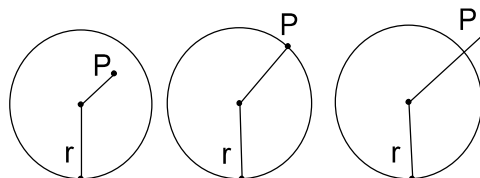
$\odot O$ 是一个半径为 r 的圆, 在圆内、圆上、圆外分别取一点,

(1) 在平面内任意取一点 P , 点与圆有几种位置关系? 分别是什么?

答: 有_____种, 分别是_____

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 r , 点 P 到圆心 O 的距离为 d , 那么:

点 P 在圆_____ $d \iff$



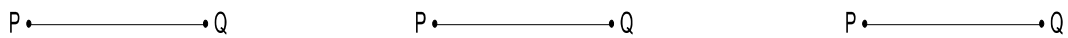
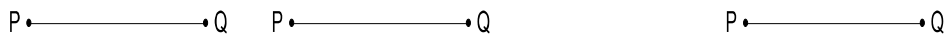
点 P 在圆_____ $d \longleftrightarrow$

点 P 在圆_____ $d \longleftrightarrow$

(三) 尝试与交流

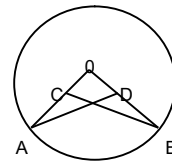
已知线段 $PQ=2\text{cm}$ ，画图说明满足下列要求的图形：

- (1) 到点 P 的距离等于 1cm 的所有点组成的图形；
- (2) 到点 Q 的距离等于 1.5cm 的所有点组成的图形
- (3) 到点 P、Q 的距离都等于 1cm 的所有点组成的图形
- (4) 到点 P、Q 的距离都等于 1.5cm 的所有点组成的图形
- (5) 到点 P、Q 的距离都小于 1.5cm 的所有点组成的图形
- (6) 到点 P 的距离小于 2cm ，且到点 Q 的距离大于 2cm 的所有点组成的图形



(四) 巩固训练

1、小明和小华正在练习投铅球，小明投了 5.2m ，小华投了 6.7m ，他们投的球分别落在下图中哪个区域内？

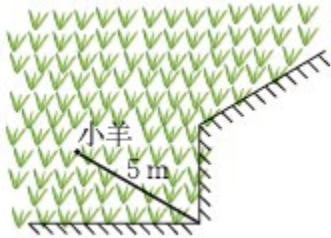


2、已知 $\odot O$ 的面积为 25π 。

- (1) 若 $PO=5.5$ ，则点 P 在_____；
- (2) 若 $PO=4$ ，则点 P 在_____；
- (3) 若 $PO=$ _____，则点 P 在 $\odot O$ 上。

3、设 $AB=3\text{cm}$ ，作图说明：到点 A 的距离小于 2cm ，且到点 B 的距离大于 2cm 的所有点组成的图形。

4、如图，一根 5m 长的绳子，一端拴在柱子上，另一端拴着一只羊（羊只能在草地上活动），请画出羊的活动区域。



(五) 课下作业

- 正方形 ABCD 的边长为 2cm，以 A 为圆心 2cm 为半径作 $\odot A$ ，则点 B 在 $\odot A$ _____；点 C 在 $\odot A$ _____；点 D 在 $\odot A$ _____。
- 已知 $\odot O$ 的半径为 5cm。(1) 若 $OP=3\text{cm}$ ，则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是：_____；(2) 若 $OQ=$ _____cm，则点 Q 与 $\odot O$ 的位置关系是：点 Q 在 $\odot O$ 上；(3) 若 $OR=7\text{cm}$ ，则点 R 与 $\odot O$ 的位置关系是：_____。
- $\odot O$ 的半径 10cm，A、B、C 三点到圆心的距离分别为 8cm、10cm、12cm，则点 A、B、C 与 $\odot O$ 的位置关系是：点 A 在 _____；点 B 在 _____；点 C 在 _____。

- $\odot O$ 的半径 6cm，当 $OP=6$ 时，点 P 在 _____；当 OP _____ 时，P 在圆内；当 OP _____ 时，点 P 不在圆外。
- 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径，P 为 $\odot O$ 上任意一点，则点关于 AB 的对称点 P' 与 $\odot O$ 的位置为 ()
 (A) 在 $\odot O$ 内 (B) 在 $\odot O$ 外 (C) 在 $\odot O$ 上 (D) 不能确定

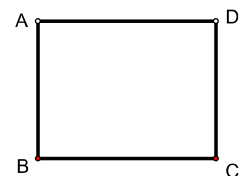
6、如图已知矩形 ABCD 的边 AB=3 厘米，AD=4 厘米（直接写出答案）

- 以点 A 为圆心，3 厘米为半径作圆 A，则点 B、C、D 与圆 A 的位置关系如何？
- 以点 A 为圆心，4 厘米为半径作圆 A，则点 B、C、D 与圆 A 的位置关系如何？
- 以点 A 为圆心，5 厘米为半径作圆 A，则点 B、C、D 与圆 A 的位置关系如何？

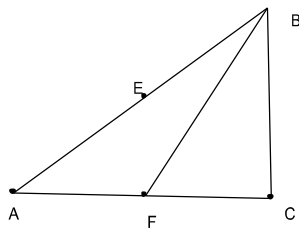
解：(1)

(2)

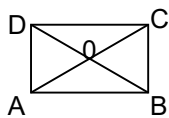
(3)



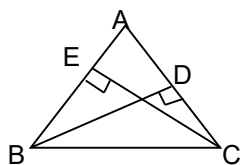
7、如图，在直角三角形 ABC 中， $\angle C$ 为直角，AC=4，BC=3，E、F 分别为 AB、AC 的中点。以 B 为圆心，BC 为半径画圆，试判断点 A，C，E，F 与圆 B 的位置关系。



8、已知：如图，矩形 ABCD 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O，它的四个顶点 A、B、C、D 是否在以点 O 为圆心的一个圆上，为什么？



★9、如图，已知 $\triangle ABC$ 中，BD，CE 是高，求证：A、B、C、D、E 在同一个圆上。



圆的对称性

一、教学目标

1. 圆的旋转不变性；2. 圆心角、弧、弦之间相等关系定理.

二、教学重点和难点

重点：探索圆心角、弧、弦之间关系定理并利用其解决相关问题

难点：圆心角、弧、弦之间关系定理中的“在同圆或等圆”条件的理解及定理的证明.

三、教学过程

(一) 情境引入：

1. 想一想：圆是轴对称图形吗？如果是，它的对称轴是什么？你能找到多少条对称轴？你是用什么方法解决上述问题的？

2. 圆是中心对称图形吗？你怎么验证？

结论：1. 圆是轴对称图形，其对称轴是_____；

2. 圆是中心对称图形，其对称中心为_____。圆具有_____性。

(二) 活动探究：

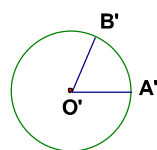
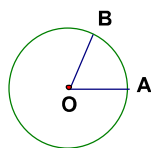
【探究一】

1. 在两张透明纸上，作两个半径相等的 $\odot O$ 和 $\odot O'$ ，沿圆周分别将两圆剪下。

2. 在 $\odot O$ 和 $\odot O'$ 上分别作相等的圆心角 $\angle AOB$ 和 $\angle A' O' B'$ （如下图），将两圆重叠，圆心固定。

3. 将其中的一个圆旋转一个角度，使得 OA 与 $O' A'$ 重合。

教师叙述步骤，同学们一起动手操作。



通过上面的
做一做，你

能发现哪些等量关系?说一说你的理由.

结论有: _____; _____; _____; ……

4. 如何证明 $AB = A'B'$, $\widehat{AB} = \widehat{A'B'}$

证明: \because 半径 OA 与 $O'A'$ 重合, $\angle AOB = \angle A'O'B'$

\therefore 半径 OB 与 $O'B'$ _____

\therefore 点 A 和点 A' 重合, 点 B 和点 B' 重合

$\therefore AB$ 和 _____ 重合, 弦 AB 和 _____ 重合

$\therefore AB = A'B'$, $\widehat{AB} = \widehat{A'B'}$

刚才证明 $AB = A'B'$ 理由是一种新的证明相等的方法——_____法.

定理: 在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的_____相等, 所对的_____相等

【探究二】

如果在同圆或等圆这个前提下, 将题设和结论中任何一项交换一下, 结论正确吗?你是怎么想的?请你说一说.

推论: 在同圆或等圆中, 如果_____, _____、_____, _____中有一组量相等, 那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

注意:

(1) 不能忽略“_____”这个前提条件, 否则, 丢掉这个前提, 虽然圆心角相等, 但所对的弧、弦不一定相等.

(2) 此定理中的“弧”一般指劣弧.

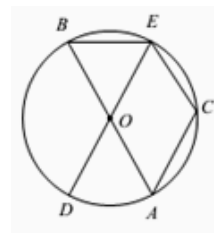
(3) 要结合图形深刻体会圆心角、弧、弦这四个概念和“所对”一词的含义. 否则易错用此关系.

(4) 在具体应用上述定理解决问题时, 可根据需要, 择其有关部分.

如“在同圆中, 等弧所对的圆心角相等”等等.

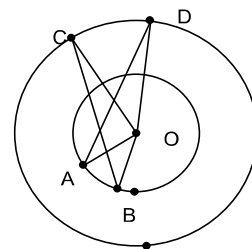
(三) 典例讲解:

如图, AB, DE 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 的一点, 且 $AD = CE$, \widehat{BE} 与 \widehat{CE} 的大小有什么关系? 为什么?



(四) 巩固训练:

1、如图点 A, B 和点 C, D 分别在两个同心圆上, 且 $\angle AOB = \angle COD$. $\angle C$ 与 $\angle D$ 相等吗? 为什么?



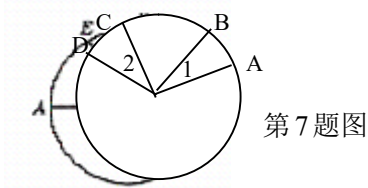
(五) 课下作业

1. 判断:

- (1) 直径是弦, 弦是直径。 ()
- (2) 半圆是弧, 弧是半圆。 ()
- (3) 周长相等的两个圆是等圆。 ()
- (4) 长度相等的两条弧是等弧。 ()
- (5) 同一条弦所对的两条弧是等弧。 ()
- (6) 在同圆中, 优弧一定比劣弧长。 ()

2. 填空

- (7) 如图, 在 $\odot O$ 中 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$, $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____
- (8) 一条弦把圆分成 1: 3 两部分, 则劣弧所对的圆心角为_____。
- (9) $\odot O$ 中, 直径 $AB \parallel CD$ 弦, \widehat{AC} 度数 = 60° , 则 $\angle BOD =$ _____。
- (10) 在 $\odot O$ 中, 弦 AB 的长恰好等于半径, 弦 AB 所对的圆心角为_____
- (11) 如图, AB 是直径, $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$, $\angle BOC = 40^\circ$, $\angle AOE$ 的度数是_____。

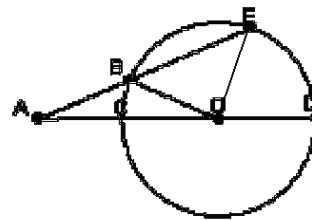


第 7 题图

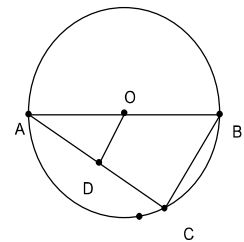
第 11 题

3. 解答题

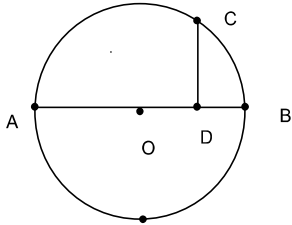
- (12) 如图, CD 是 $\odot O$ 的直径, $\angle EOD = 84^\circ$, AE 交 $\odot O$ 于点 B , 且 $AB = OC$, 求 $\angle A$ 的度数.



- (123) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是弦, D 是 AC 的中点, 若 $OD = 4$, 求 BC .



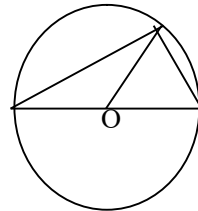
(14) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $CD \perp AB$, 垂足为 D, 已知 $CD=4$, $OD=3$, 求 AB 的长.



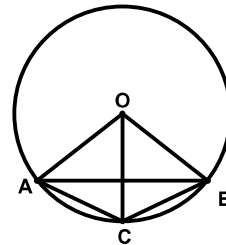
(15) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle A=35^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.

C

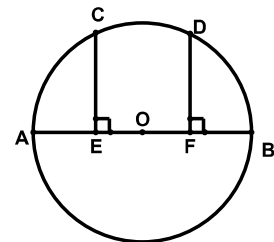
A B



(16) 如图, AB、AC、BC 都是 $\odot O$ 的弦, $\angle AOC = \angle BOC$, 则 $\angle ABC$ 与 $\angle BAC$ 相等吗? 为什么?



(17) 已知: 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C、D 在 $\odot O$ 上, $CE \perp AB$ 于 E, $DF \perp AB$ 于 F, 且 $AE=BF$, AC 与 BD 相等吗? 为什么?



垂径定理 垂径定理的应用

一、教学目标

运用垂径定理及其逆定理解决问题.

二、教学重点和难点

重点：运用垂径定理及其逆定理解决问题.

难点：运用垂径定理及其逆定理解决问题，以及应用时如何添加辅助线

三、教学过程

(一) 复习回顾：

1. 复述垂径定理和推论

垂径定理 _____

垂径定理的推论： _____

2. 概念辨析：

①垂直于弦的直线平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧. ()

②平分弦所对的一条弧的直径一定平分这条弦所对的另一条弧. ()

③经过弦的中点的直径一定垂直于弦. ()

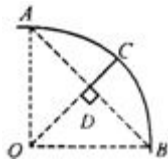
④圆的两条平行弦所夹的弧相等. ()

⑤弦的垂直平分线一定平分这条弦所对的弧. ()

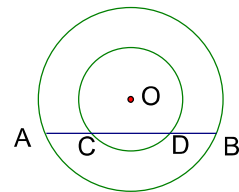
(二) 典型例题

例 1. 如图，一条公路的转弯处是一段圆弧，点 O 是这段弧的圆心， $AB=300\text{m}$ ， C 是弧 AB 上一点， $OC \perp AB$ ，垂足为 D ， $CD=45$ ，求这段弯路的半径。

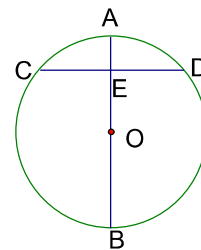
解：连接 OA



例 2：如图是两个同心圆， AB 是大圆的弦，与小圆交于 C 、 D 两点，则 $AC=BD$ 试说明理由

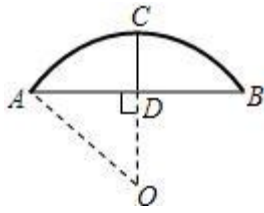


例 3：如图，直径 AB 与弦 CD 交于 E 点，且 E 是 CD 中点， $CD=8$ ， $AE=2$ ，求直径 AB

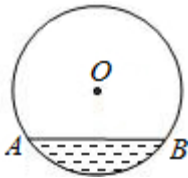


(三)、课堂练习:

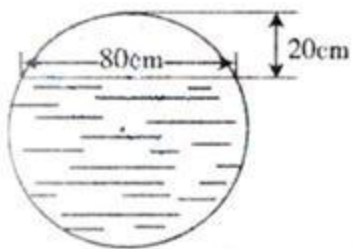
1. 某蔬菜基地的圆弧形蔬菜大棚的剖面如图所示, 已知 $AB=16\text{m}$, 半径 $OA=10\text{m}$, 则中间柱 CD 的高度为多少米?



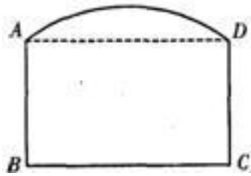
2. 在直径为 1000mm 的圆柱形油槽内装入一些油后, 截面如图所示, 若油面宽 $AB=800\text{mm}$, 则油的最大深度为多少 mm ?



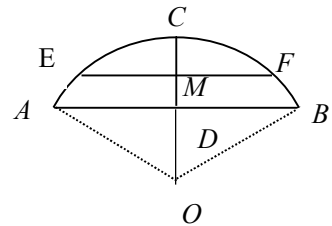
3. 如图, 某花园小区一圆形管道破裂, 修理工准备更换一段新管道, 现在量得污水水面宽度为 80cm , 水面到管道顶部距离为 20cm , 则修理工应准备内直径是多少 cm 的管道?



4. 如图是一单位拟建的大门示意图，上部是一段直径为 10 米的圆弧形，下部是矩形 ABCD，其中 AB=3.7 米，BC=6 米，则弧 AD 的中点到 BC 的距离是多少米？



5. 一跨河桥，桥拱是圆弧形，跨度 (AB) 为 16 米，拱高 (CD) 为 4 米，求：
 (1) 桥拱半径
 (2) 若大雨过后，桥下河面宽度 (EF) 为 12 米，求水面涨高了多少？



垂径定理

一、教学目标

1. 利用圆的轴对称性研究垂径定理及其逆定理；
2. 运用垂径定理及其逆定理解决问题。

二、教学重点和难点

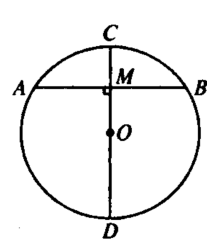
重点：利用圆的轴对称性研究垂径定理及其逆定理。

难点：垂径定理及其逆定理的证明，以及应用时如何添加辅助线

三、教学过程

(一) 情境引入：

1. 如图，AB 是 $\odot O$ 的一条弦，作直径 CD，使 $CD \perp AB$ ，垂足为 M。



- (1) 该图是轴对称图形吗？如果是，其对称轴是什么？
 (2) 你能图中有哪些等量关系？
 (3) 你能给出几何证明吗？（写出已知、求证并证明）

(二) 知识探究：

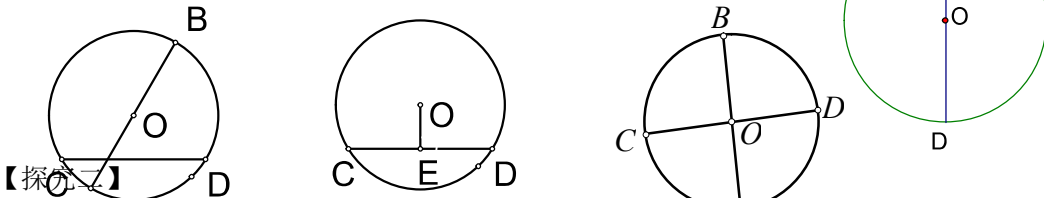
【探究一】通过上面的证明过程，我们可以得到：

- 垂径定理 _____
- 注意：
 - ①条件中的“弦”可以是直径；②结论中的“平分弧”指平分弦所对的劣弧、优弧。
 - ③定理中的两个条件缺一不可——_____，_____。
- 给出几何语言

如图，已知在 $\odot O$ 中， AB 是弦， CD 是直径，如果 $CD \perp AB$ ，垂足为 E ，那么

$AE = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\widehat{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\widehat{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$

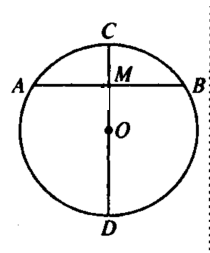
4. 辨析：判断下列图形，能否使用垂径定理？



【探究二】

1. 如图， AB 是 $\odot O$ 的弦（不是直径），作一条平分 AB 的直径 CD ，交 AB 于点 M 。

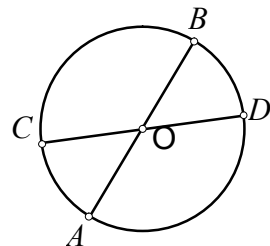
- (1) 下图是轴对称图形吗？如果是，其对称轴是什么？
- (2) 图中有哪些等量关系？说一说你的理由。



2. 垂径定理的推论：_____

3. 辨析：“平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧。”如果该定理少了“不是直径”，是否也能成立？

反例：



4. 如图，在 $\odot O$ 中，AB是弦（不是直径），CD是直径，

(1) 如果 $AE=BE$ 那么 CD AB , $\widehat{AC} =$ $\widehat{BD} =$

(2) 如果 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 那么 CD AB , AE BE , $\widehat{BD} =$

(3) 如果 $\widehat{AD} = \widehat{BD}$ 那么 CD AB , AE BE , $\widehat{AC} =$

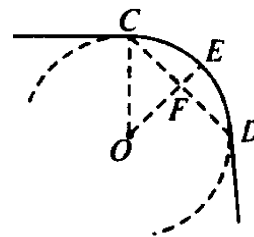
(三) 典例讲解:

1. 例: 如图，一条公路的转弯处是一段圆弧（即图中 \widehat{CD} ，点 O 是 \widehat{CD} 所在圆的圆心），其中

$CD=600\text{m}$ ， E 为 \widehat{CD} 上的一点，且 $OE \perp CD$ ，垂足为 F ， $EF=90\text{m}$.

求

这段弯路的半径.



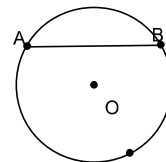
2. 如果圆的两条弦互相平行，那么这两条弦所夹的弧相等吗？为什么？

(四) 巩固训练:

题组一

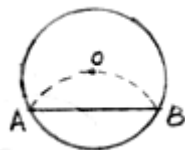
1. 如图，在 $\odot O$ 中，AB为弦， $OC \perp AB$ 于C，若 $AO=5$ ， $OC=3$ ，求弦AB的长。

2. $\odot O$ 的弦AB为5cm，所对的圆心角为 120° ，求圆心O到这条弦AB的距离。

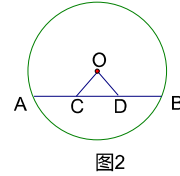


题组二

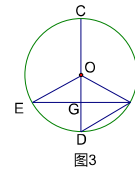
3. 如图：将半径为2厘米的圆形纸片折叠后，圆弧恰好经过圆心O，则折痕AB的长为（ ）



4. 如图，在 $\odot O$ 中，AB为弦，C,D是AB上两点，且AC=BD, 试判断OC与OD的数量关系，并说明理由。



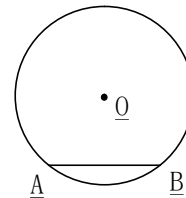
5. 如图，在 $\odot O$ 中，直径CD过弦EF的中点G, $\angle EOD=60^\circ$ ，OE=5, 求EF和DF的长



6. 圆内一弦与直径相交成 30° 且分直径为 1cm 和 5cm, 则圆心到这条弦的距离为_____CM

题组三

7. 已知 $\odot O$ 的半径为5, 圆心O到弦AB的距离为3, 则 $\odot O$ 上到弦AB所在直线的距离为2的点有()个。 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

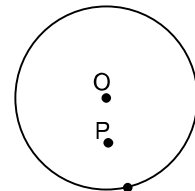


8. 过 $\odot O$ 内一点M的最长弦长为10cm, 最短弦长为8cm, 那么OM长为()

- A. 3cm B. 6cm C. $\sqrt{41}$ cm D. 9cm

变式:①如图,P是半径为5的圆O内的一点,且OP=3,过点P且长度小于8的弦有()
A. 0条 B. 1条 C. 2条 D. 无数条

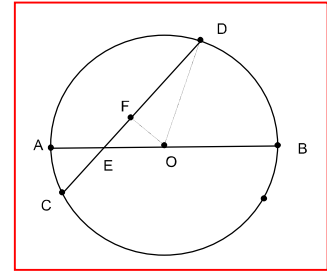
②如图,P是半径为5的圆O内的一点,且OP=3,过点P且长度小于10且长度为整数的弦有_____条.



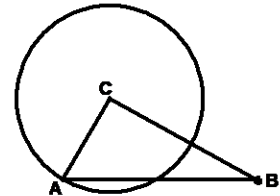
8. 已知 $\odot O$ 的半径为10, 弦AB//CD, AB=12, CD=16, 则AB和CD的距离为_____

9. 已知： $\odot O$ 的半径 $OA = 1$ ， $AB = \sqrt{2}$ ， $AC = \sqrt{3}$ ，求 $\angle BAC$ 的度数.

10. 已知，如图， $\odot O$ 的直径 AB 与弦 CD 相交于点 E ， $AE=1$ ， $BE=5$ ， $\angle AEC=45^\circ$ ，求 CD 的长。



11. 如图， $\angle C=90^\circ$ ， $\odot C$ 与 AB 相交于点 D ， $AC=5$ ， $CB=12$ ，则 $AD=$ _____



圆周角和圆心角的关系

一、教学目标

1. 理解圆周角定义，掌握圆周角定理.
2. 会熟练运用定理解决问题.

二、教学重点和难点

重点：圆周角定理及其应用

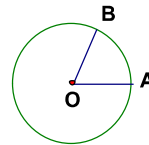
难点：圆周角定理证明过程中的“分类讨论”思想的渗透.

三、教学过程

(一) 复习回顾：

1. 圆心角的定义？——顶点在圆心的角叫圆心角
2. 圆心角的度数和它所对的弧的度数有何关系？

如图： $\angle AOB$ 弧 AB 的度数

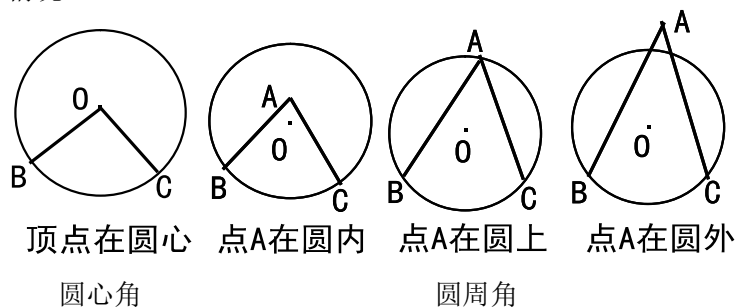


3. 在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条_____、两条_____ 中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

(二) 探究新知：

【探究一】

问题：我们已经知道，顶点在圆心的角叫圆心角，那当角的顶点位置发生变化时，我们得到几种情况？



类比圆心角定义，得出圆周角定义：

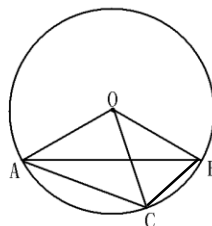
顶点在_____，并且两边分别与圆还有_____的角叫做圆周角。

练习

如图，指出图中的圆心角和圆周角

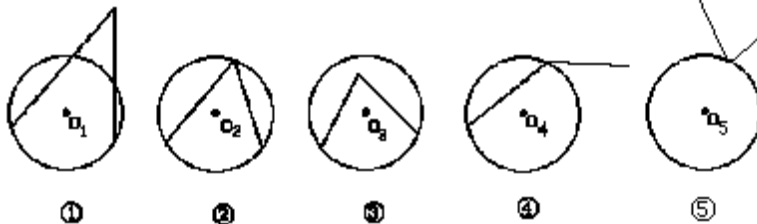
解：圆心角有_____，

圆周角有_____



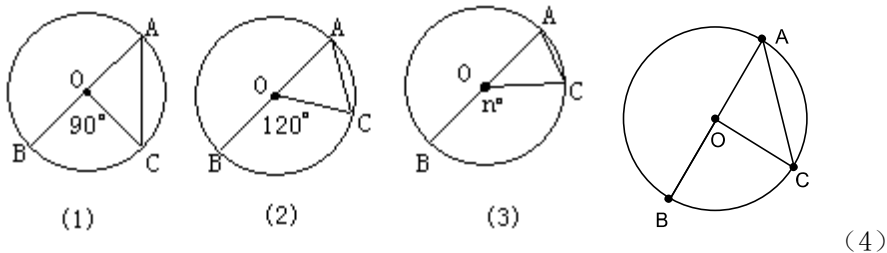
识别图形：判断下列各图中的角是否是圆周角？并说

明理由。



【探究二】观察与思考

1. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径， $\angle BOC$ 、 $\angle BAC$ 分别是 \widehat{BC} 所对的圆心角、圆周角，求出图（1）、（2）、（3）中 $\angle BAC$ 的度数。



图（1）中 $\angle BAC$ 的度数是_____ 图（2）中 $\angle BAC$ 的度数是_____

图（3）中 $\angle BAC$ 的度数是_____。通过计算发现： $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ 。

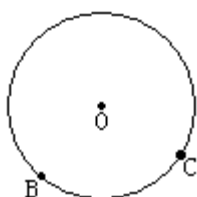
由图（4）试证明这个结论：

证明：

【探究三】

如图， \widehat{BC} 所对的圆心角有多少个？_____ \widehat{BC} 所对的圆周角有多少个？_____

请在图中画出 \widehat{BC} 所对的圆心角和圆周角，并与同学们交流。



2. 思考与讨论

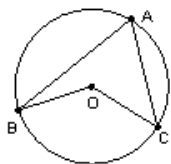
(1) 观察上图，在画出的无数个圆周角中，这些圆周角与圆心 O 有几种位置关系？

共_____种，分别是：_____

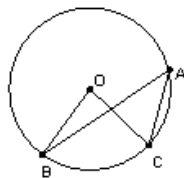
设 BC 所对的圆周角为 $\angle BAC$ ，活动二中圆心 O 在 $\angle BAC$ 的一边上，对于这种位置关系，结论

$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ 成立，对于下面两种圆心 O 与 $\angle BAC$ 的位置关系，结论 $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$ 还

成立吗？试证明.



图①



图②

证明：①

②

通过上述讨论得到：

圆周角定理：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的_____

符号语言：_____

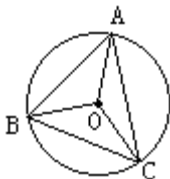
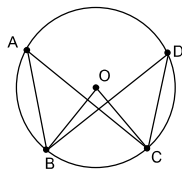
圆周角定理推论 1：同弧或等弧所对的圆周角_____

3. 尝试练习

(1) 如图，点 A、B、C、D 在 $\odot O$ 上，点 A 与点 D 在点 B、C 所在直线的同侧， $\angle BAC = 35^\circ$

(1) $\angle BOC =$ _____ $^\circ$ ，理由是_____.

(2) $\angle BDC =$ _____ $^\circ$ ，理由是_____.

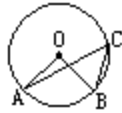


(2) 如图，点 A、B、C 在 $\odot O$ 上，

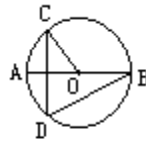
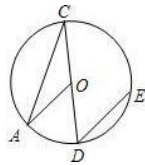
① 若 $\angle BAC=60^\circ$ ，求 $\angle BOC=$ _____° ② 若 $\angle AOB=90^\circ$ ，求 $\angle ACB=$ _____°。

(三) 巩固训练:

1. 如图，点 A、B、C 都在 $\odot O$ 上， $\angle ACB=40^\circ$ ，则 $\angle AOB=$ _____
2. 如图，已知 CD 为 $\odot O$ 的直径，过点 D 的弦 DE 平行于半径 OA，若 $\angle D$ 的度数是 50° ，则 $\angle C$ 的度数是_____
3. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径， $\angle BOC=120^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，则 $\angle ABD=$ _____。



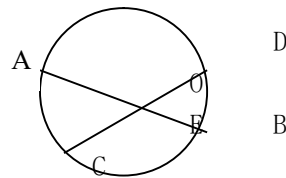
第1题



第3题

4. 已知 AB 为 $\odot O$ 的一条弦，且长度与半径相等， \widehat{AB} 所对的圆周角的度数为_____

★5. 如图，AB、CD 是 $\odot O$ 的两条弦，交于点 E， $\angle AC=80^\circ$ ， $\angle BD=60^\circ$ ，则 $\angle BED=$ _____



圆周角和圆心角的关系

一、教学目标

1. 掌握圆周角定理的 2 个推论的内容.
2. 会熟练运用推论解决问题.

二、教学重点和难点

重点：圆周角定理的几个推论的应用.

难点：理解几个推论的“题设”和“结论”

三、教学过程

(一) 复习回顾:

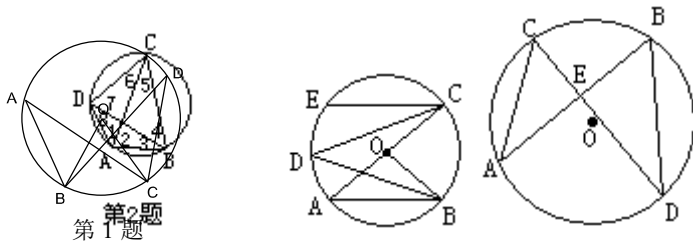
1. _____ 的角叫做圆周角;
2. 圆周角定理: _____
3. 圆周角定理推论 1: _____
4. 练习

(1)如图,点A、B、C、D在 $\odot O$ 上,若 $\angle BAC=40^\circ$,则 $\angle BOC=$ _____ $^\circ$ $\angle BDC=$ _____ $^\circ$

(2)如图,点A、B、C、D在同一个圆上,四边形ABCD的对角线把4个内角分成8个角,在这8个角中,有几对相等的角?请把它们分别表示出来:

(3)如图,AC是 $\odot O$ 的直径,BD是 $\odot O$ 的弦,CE \parallel AB,交 $\odot O$ 于点E。图中哪些与 $\frac{1}{2}\angle BOC$ 相等?
请分别把它们表示出来.

(4)如图,在 $\odot O$ 中,弦AB、CD相交于点E, $\angle BAC=40^\circ$, $\angle AED=75^\circ$,求 $\angle ABD$ 的度数.

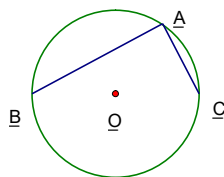


(二)合作探究:

【探究一】

1.如图,BC是 $\odot O$ 的直径,它所对的圆周角是锐角、钝角,还是直角?为什么?

2.如图,在 $\odot O$ 中,圆周角 $\angle BAC=90^\circ$,弦BC经过圆心吗?为什么?

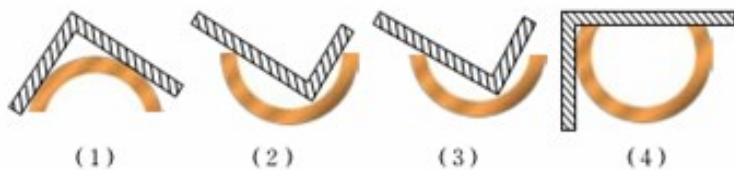


通过上面的证明可得出圆周角定理的两条推论:

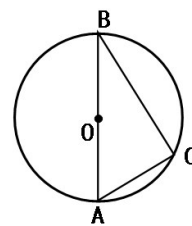
推论 2. _____。

推论 3. _____。

3. (1)小明想用直角尺检查某些工件是否恰好为半圆形.下面所示的四种圆弧形,你能判断哪个是半圆形?为什么?

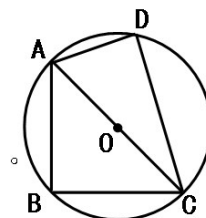


(2)如图, $\odot O$ 的直径AB=10cm,C为 $\odot O$ 上的一点, $\angle B=30^\circ$,求AC的长.



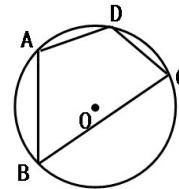
【探究二】

1.如图,A、B、C、D是 $\odot O$ 上的四点,AC为 $\odot O$ 的直径,请问 $\angle BAD$ 与 $\angle BCD$



之间有什么关系？为什么？

2. 如图，C点的位置发生了变化， $\angle BAD$ 与 $\angle BCD$ 之间有的关系还成立吗？为什么？

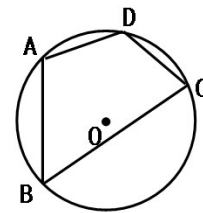
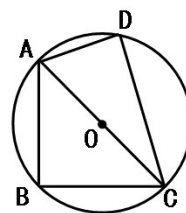


3. 圆内接四边形概念

如图，两个四边形 ABCD有什么共同的特点？

得出定义：四边形 ABCD 的四个顶点都在 $\odot O$ 上，这样的四边形叫做_____；

这个圆叫做_____。



4. 通过议一议环节，我们我们发现 $\angle BAD$ 与 $\angle BCD$ 之间有什么关系？

推论 4：圆内接四边形的对角_____。

5. 练习

(1) 如图，四边形 ABCD 为 $\odot O$ 的内接四边形，若 $\angle BCD=110^\circ$ ，则 $\angle BAD$ 为 ()

A、 140° B、 110° C、 90° D、 70°

(2) 如图，四边形 ABCD 内接于 $\odot O$ ，如果它的一个外角 $\angle DCE=64^\circ$ ，那么 $\angle BOD= ()$

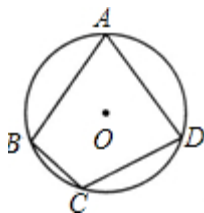
A、 128° B、 100° C、 64° D、 32°

(3) 如图，圆心角 $\angle AOB=120^\circ$ ，P 是劣弧 AB 上任一点（不与 A, B 重合），点 C 在 AP 的延长线上，则 $\angle BPC$ 等于 ()

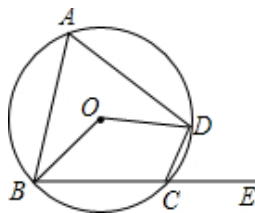
A、 45° B、 60° C、 75° D、 85°

(4) 圆内接四边形 ABCD 中，若 $\angle A: \angle B: \angle C=1: 2: 5$ ，则 $\angle D$ 等于 ()

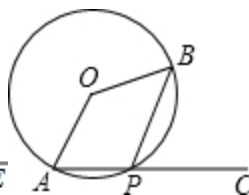
A、 60° B、 120° C、 140° D、 150°



(第 1 题图)



(第 2 题图)



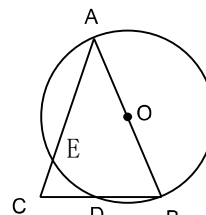
(第 3 题图)

(三) 典型例题

例 1. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，若 $AB=AC$

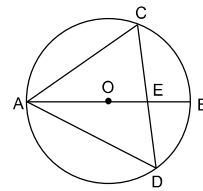
(1) BD 和 CD 相等吗？为什么？

(2) \widehat{BD} 与 \widehat{DE} 的大小有什么关系？为什么？

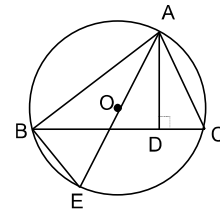


注意：直径所对的圆周角是直角，在圆的有关问题中经常遇到，同学们要高度重视。解决这类问题，常常需作辅助线，即_____

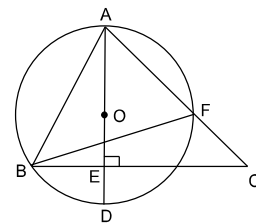
例 2. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 与 AB 相交于点 E, $\angle ACD=60^\circ$, $\angle ADC=50^\circ$, 求 $\angle CEB$ 的度数.



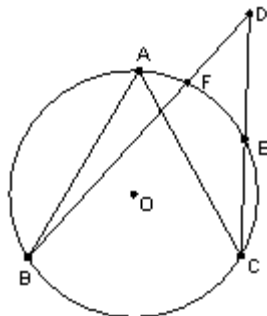
例 3. 如图, $\triangle ABC$ 的顶点都在 $\odot O$ 上, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, AE 是 $\odot O$ 的直径. $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 相似吗? 为什么?



变式: 如图, AD 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$, $\triangle ABF$ 与 $\triangle ACB$ 相似吗?

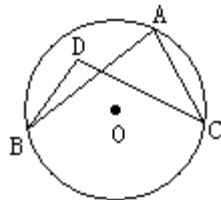


例 4. 如图, 点 A、B、C 在 $\odot O$ 上, 点 D 在圆外, CD、BD 分别交 $\odot O$ 于点 E、F, 比较 $\angle BAC$ 与 $\angle BDC$ 的大小, 并说明理由.



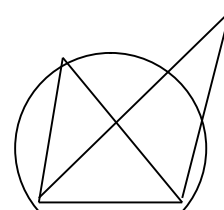
变式训练:

如图, 点 A、B、C 在 $\odot O$ 上, 点 D 在 $\odot O$ 内, 点 A 与点 D 在点 B、C 所在直线的同侧, 比较 $\angle BAC$ 与 $\angle BDC$ 的大小, 并说明理由.



例 5. 船在航行过程中, 船长常常通过测定角度来确定是否会遇到暗礁, 如图, A、B 表示灯塔, 暗礁分布在经过 A、B 两点的一个圆形区域内, C 表示一个危险临界点, $\angle ACB$ 就是“危险角”, 当船与两个灯塔的夹角大于“危险角”时, 就有可能触礁.

- (1) 当船与两个灯塔的夹角 $\angle \alpha$ 大于“危险角”时, 船位于哪个区域? 为什么?
- (2) 当船与两个灯塔的夹角 $\angle \alpha$ 小于“危险角”时, 船位于哪个区域? 为什么?



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/145011003304011331>