第二章　基本初等函数（Ⅰ）

2.1　指数函数

2.1.1　指数与指数幂的运算

第1学时　根式

1.理解n次方根及根式的概念,掌握根式的性质.

2.能运用根式的性质对根式进行化简.

1　2

1.n次方根

<table>
<tr><td>定义</td><td colspan="4">一般地,如果 $x^n=a$,那么 ___叫做 a 的 ________,其中 $n>1$,且 $n\in\mathbf{N}^*$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">个数</td><td rowspan="2">n 是奇数</td><td>$a>0$</td><td>$x>0$</td><td rowspan="2">x 仅有一个值,记为$\sqrt[n]{a}$</td></tr>
<tr><td>$a<0$</td><td>$x<0$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">n 是偶数</td><td>$a>0$</td><td colspan="2">x 有两个值,且互为相反数,记为$\pm\sqrt[n]{a}$</td></tr>
<tr><td>$a<0$</td><td colspan="2">x 不存在</td></tr>
</table>

归纳总结 **1**.任何实数均有奇次方根,仅有非负数才有偶次方根,负数没有偶次方根.

2. $\sqrt[n]{0}=0$ ($n>1$,且 $n\in\mathbf{N}^*$).

【做一做 1-1】 $\sqrt[3]{-8}$等于(　　)

A.2　B.-2　C.±2　D.-8

【做一做 1-2】 $\sqrt[4]{625}$等于(　　)

A.5　B.-5

C.±5　D.25

【做一做 1-3】 已知 $x^7=5$,则 $x=$__________.

2.根式

(1)定义:式子$\sqrt[n]{a}$叫做根式,这里n叫做________,a叫做__________.

归纳总结正数开方要分清,根指奇偶大不同,
根指为奇根一种,根指为偶双胞生.
负数只有奇次根,算术方根零或正,
正数若求偶次根,符号相反值相似.
负数开方要谨慎,根指为奇才可行,
根指为偶无意义,零取方根仍为零.

(2)性质:($n>1$,且$n\in\mathbf{N}^*$)

①$(\sqrt[n]{a})^n=a$.

②$\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases} a, & n\text{为奇数}, \\ |a|, & n\text{为偶数}. \end{cases}$

【做一做 2-1】 根式$\sqrt{m+1}$的根指数是________，被开方数是________.

【做一做 2-2】 $\sqrt[5]{-2^5}=$________；$\sqrt[4]{(-2)^4}=$________.

1.对$(\sqrt[n]{a})^n$的理解

剖析:$(\sqrt[n]{a})^n$是实数a的n次方根的n次幂,其中实数a的取值范围由n的奇偶性来决定:

(1)当n为大于1的奇数时,$(\sqrt[n]{a})^n=a,a\in\mathbf{R}$.例如,$(\sqrt[3]{27})^3=27,(\sqrt[5]{-32})^5=-32,(\sqrt[7]{0})^7=0$.

(2)当n为大于1的偶数时,若$a\geq0$,则$(\sqrt[n]{a})^n=a$.例如,$(\sqrt[4]{27})^4=27,(\sqrt{3})^2=3,(\sqrt[6]{0})^6=0$;若$a<0$,则式子$(\sqrt[n]{a})^n$无意义.例如,由于$x^2=-2,x^4=-54$均不成立,则$\sqrt{-2},\sqrt[4]{-54}$均无意义,所以$(\sqrt{-2})^2,(\sqrt[4]{-54})^4$均无意义.

由此看来,只要$(\sqrt[n]{a})^n$有意义,其值就恒等于a,即$(\sqrt[n]{a})^n=a$.

2.对$\sqrt[n]{a^n}$的理解

剖析:$\sqrt[n]{a^n}$是实数a^n的n次方根,是一个恒有意义的式子,不受n的奇偶性限制,$a\in\mathbf{R}$.但是这个式子的值受n的奇偶性限制:

(1)当n为大于1的奇数时,其值为a,即$\sqrt[n]{a^n}=a$,例如,$\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$,$\sqrt[5]{6.1^5}=6.1$.

(2)当n为大于1的偶数时,其值为$|a|$,即$\sqrt[n]{a^n}=|a|$.例如,$\sqrt[4]{3^4}=3$,$\sqrt{(-3)^2}=|-3|=3$.

因此,$\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases}a, n\text{为奇数},\\|a|, n\text{为偶数}.\end{cases}$