四川省大竹县观音中学2023-2024学年高三下学期第一周综合自测数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

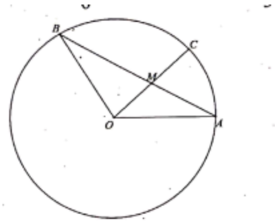
3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知ΔABC是边长为1的等边三角形，点D，E分别是边AB，BC的中点，连接DE并延长到点F，使得$DE=2EF$，则$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}$的值为（　　）

A．$\dfrac{11}{8}$　　B．$\dfrac{5}{4}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{8}$

2．点A,B,C是单位圆O上不同的三点，线段OC与线段AB交于圆内一点M，若$\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB},(m>0,n>0),m+n=2$，则$\angle AOB$的最小值为（　　）



A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．$\dfrac{2\pi}{3}$

3．在明代程大位所著的《算法统宗》中有这样一首歌谣，“放牧人粗心大意，三畜偷偷吃苗青，苗主扣住牛马羊，要求赔偿五斗粮，三畜户主愿赔偿，牛马羊吃得异样．马吃了牛的一半，羊吃了马的一半．”请问各畜赔多少？它的大意是放牧人放牧时粗心大意，牛、马、羊偷吃青苗，青苗主人扣住牛、马、羊向其主人要求赔偿五斗粮食（1斗=10升），三畜的主人同意赔偿，但牛、马、羊吃的青苗量各不相同．马吃的青苗是牛的一半，羊吃的青苗是马的一半．问羊、马、牛的主人应该分别向青苗主人赔偿多少升粮食？（　　）

A．$\dfrac{25}{7},\dfrac{50}{7},\dfrac{100}{7}$　　B．$\dfrac{25}{14},\dfrac{25}{7},\dfrac{50}{7}$　　C．$\dfrac{100}{7},\dfrac{200}{7},\dfrac{400}{7}$　　D．$\dfrac{50}{7},\dfrac{100}{7},\dfrac{200}{7}$

4．设非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，满足$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}|=1$，且$\vec{b}$与$\vec{a}$的夹角为θ，则“$|\vec{b}-\vec{a}|=\sqrt{3}$”是“$\theta=\dfrac{\pi}{3}$”的（　　）．

A．充分非必要条件　　B．必要非充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

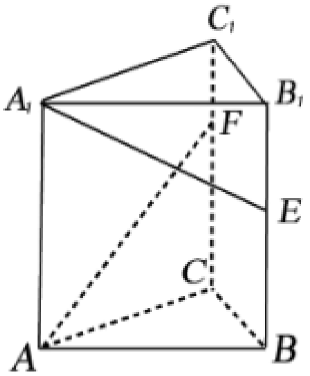
5．复数$\dfrac{1}{i}+i=$（　　）

A．$-2i$　B．$\dfrac{1}{2}i$　C．0　　D．$2i$

6．若变量x, y，满足$\begin{cases} x+y\le 2 \\ 2x-3y\le 9 \\ x\ge 0 \end{cases}$，则$x^2+y^2$的最大值为（　　）

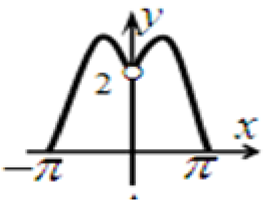
A．3　　　　**B．2**　　　　**C．**$\dfrac{81}{13}$　　　　**D．10**

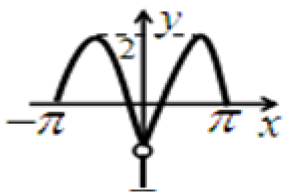
7. 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，底面为正三角形，侧棱垂直底面，$AB=4$，$AA_1=8$.若E，F分别是棱BB_1，CC上的点，且$BE=B_1E$，$C_1F=\dfrac{1}{4}CC_1$，则异面直线A_1E与AF所成角的余弦值为（　　）

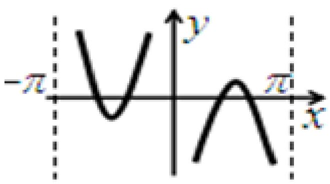


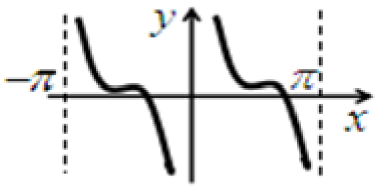
A．$\dfrac{\sqrt{2}}{10}$　　　　**B．**$\dfrac{\sqrt{26}}{13}$　　　　**C．**$\dfrac{\sqrt{13}}{13}$　　　　**D．**$\dfrac{\sqrt{13}}{10}$

8．函数$f(x)=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)\sin x$ $(-\pi\le x\le\pi$ 且 $x\ne 0)$的图象是（　　）

A．


B．


C．


D．


9．在ΔABC中，“$\sin A>\sin B$”是“$\tan A>\tan B$”的（　　）

A．充分不必要条件　**B．**必要不充分条件　**C．**充要条件　**D．**既不充分也不必要条件

10．已知函数$f(x)$的定义域为$[0,2]$，则函数$g(x)=f(2x)+\sqrt{8-2^x}$的定义域为（ ）

A．$[0,1]$　　　　**B．**$[0,2]$

C．$[1,2]$　　　　**D．**$[1,3]$

11．若函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $A>0$，$|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}$）图象的一个对称中心为($\dfrac{\pi}{3}$，0)，其相邻一条对称轴方程为 $x=\dfrac{7\pi}{12}$，该对称轴处所对应的函数值为 -1，为了得到 $g(x)=\cos 2x$ 的图象，则只要将 $f(x)$ 的图象( )

A．向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度　　B．向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度

C．向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度　　D．向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度

12．抛掷一枚质地均匀的硬币，每次正反面出现的概率相同，连续抛掷 5 次，至少连续出现 3 次正面朝上的概率是（　　）

A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{5}{32}$　　D．$\dfrac{3}{16}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若双曲线 *C*：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的顶点到渐近线的距离为 $\dfrac{b}{2}$，则 $\dfrac{b^2+1}{\sqrt{3}a}$ 的最小值________.

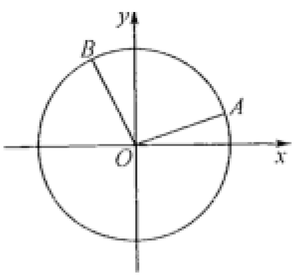
14．在回归分析的问题中，我们可以通过对数变换把非线性回归方程 $y=c_1e^{c_2x}$，（$c_1>0$）转化为线性回归方程，即两边取对数，令 $z=\ln y$，得到 $z=c_2x+\ln c_1$.受其启发，可求得函数 $y=x^{\log_3(9x)}$（$x>0$）的值域是________.

15．设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}1+\log_2\left(2-x\right),x<1\\2^{x-1},x\geq 1\end{cases}$，则 $f\left(-2\right)+f\left(\log_2 3\right)=$______.

16．已知 $f(x)=\left|x+\dfrac{1}{x}-a\right|(a\in R)$,若存在 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n\in[\dfrac{1}{2},2]$，使得 $f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_{n-1})=f(x_n)$ 成立的最大正整数 n 为 6，则 a 的取值范围为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(12 分) 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,以 x 轴正半轴为始边的锐角 α 的终边与单位圆 O 交于点 A,且点 A 的纵坐标是 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.



（1）求 $\cos\left(\alpha-\dfrac{3\pi}{4}\right)$ 的值:

（2）若以 x 轴正半轴为始边的钝角 β 的终边与单位圆 O 交于点 B,且点 B 的横坐标为 $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$,求 $\alpha+\beta$ 的值.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=ax^2+ax+1-e^{2x}$.

（1）若函数 $g(x)=f'(x)$，试讨论 $g(x)$ 的单调性；

（2）若 $\forall x\in(0,+\infty)$，$f(x)<0$，求 a 的取值范围.

19.（12 分）设 $P(n,\ m)=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k\dfrac{m}{m+k}$，$Q(n,\ m)=C_{n+m}^{n}$，其中 m，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）当 $m=1$ 时，求 $P(n,1)\cdot Q(n,1)$ 的值；

（2）对 $\forall m\in\mathbf{N}^+$，证明：$P(n,\ m)\cdot Q(n,\ m)$ 恒为定值.

20.（12 分）第 7 届世界军人运动会于 2019 年 10 月 18 日至 27 日在湖北武汉举行，赛期 10 天，共设置射击、游泳、田径、篮球等 27 个大项，329 个小项.共有来自 100 多个国家的近万名现役军人同台竞技.前期为迎接军运会顺利召开，武汉市很多单位和部门都开展了丰富多彩的宣传和教育活动，努力让大家更多的了解军运会的相关知识，并倡议大家做文明公民.武汉市体育局为了解广大民众对军运会知识的知晓情况，在全市开展了网上问卷调查，民众参与度极高，现从大批参与者中随机抽取 200 名幸运参与者，他们得分（满分 100 分）数据，统计结果如下：

组别	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$
频数	5	30	40	50	45	20	10

（1）若此次问卷调查得分整体服从正态分布，用样本来估计总体，设 μ，σ 分别为这 200 人得分的平均值和标准差（同一组数据用该区间中点值作为代表），求 μ，σ 的值（μ，σ 的值四舍五入取整数），并计算 $P(51<X<93)$；

（2）在（1）的条件下，为感谢大家参与这次活动，市体育局还对参加问卷调查的幸运市民制定如下奖励方案：得分低于 μ 的可以获得 1 次抽奖机会，得分不低于 μ 的可获得 2 次抽奖机会，在一次抽奖中，抽中价值为 15 元的纪念品 *A* 的概率为 $\dfrac{2}{3}$，抽中价值为 30 元的纪念品 *B* 的概率为 $\dfrac{1}{3}$.现有市民张先生参加了此次问卷调查并成为幸运参与者，记 *Y* 为他参加活动获得纪念品的总价值，求 *Y* 的分布列和数学期望，并估算此次纪念品所需要的总金额.

（参考数据：$P(\mu-\delta<X\le\mu+\delta)\approx0.6827$；$P(\mu-2\delta<X\le\mu+2\delta)\approx0.9545$；

$P(\mu-3\delta<X\le\mu+3\delta)\approx0.9973$.）

21.（12 分）等差数列 $\{a_n\}\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$ 中，a_1，a_2，a_3 分别是下表第一、二、三行中的某一个数，且其中的任何两个数不在下表的同一列.

	第一列	第二列	第三列
第一行	5	8	2

第二行	**4**	**3**	**12**
第三行	**16**	**6**	**9**

（1）请选择一个可能的$\{a_1,a_2,a_3\}$组合，并求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记（1）中您选择的$\{a_n\}$的前n项和为S_n，判断是否存在正整数k，使得a_1，a_k，S_{k+2}成等比数列，若有，请求出k的值；若没有，请说明理由.

22.（10 分）在ΔABC中，内角A,B,C的边长分别为a,b,c，且$c=2$.

（1）若$\mathrm{A}=\dfrac{\pi}{3}$，$b=3$，求$\sin C$的值；

（2）若$\sin A\cos^2\dfrac{B}{2}+\sin B\cos^2\dfrac{A}{2}=3\sin C$，且$\Delta ABC$的面积$S=\dfrac{25}{2}\sin C$，求$a$和$b$的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

设$\overrightarrow{BA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，作为一个基底，表示向量$\overrightarrow{DE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)$，$\overrightarrow{DF}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{DE}=\dfrac{3}{4}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)$，$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{3}{4}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=-\dfrac{5}{4}\vec{a}+\dfrac{3}{4}\vec{b}$，然后再用数量积公式求解.

【详解】

设$\overrightarrow{BA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，

所以$\overrightarrow{DE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)$，$\overrightarrow{DF}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{DE}=\dfrac{3}{4}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)$，$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{3}{4}\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=-\dfrac{5}{4}\vec{a}+\dfrac{3}{4}\vec{b}$，

所以$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}=-\dfrac{5}{4}\vec{a}\cdot\vec{b}+\dfrac{3}{4}\vec{b}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{8}$.

故选：**D**

【点睛】

本题主要考查平面向量的基本运算，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

2、**D**

【解析】

由题意得$1=m^2+n^2+2mn\cos\angle AOB$，再利用基本不等式即可求解.

【详解】

将$\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}$平方得$1=m^2+n^2+2mn\cos\angle AOB$，

$$\cos\angle AOB=\frac{1-m^2-n^2}{2mn}=\frac{1-(m+n)^2+2mn}{2mn}=-\frac{3}{2mn}+1\le-\frac{3}{2\times(\frac{m+n}{2})^2}+1=-\frac{1}{2}$$

（当且仅当$m=n=1$时等号成立），

$\because 0<\angle AOB<\pi$，

$\therefore\angle AOB$的最小值为$\frac{2\pi}{3}$，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查平面向量数量积的应用，考查基本不等式的应用，属于中档题.

3、D

【解析】

设羊户赔粮a_1升,马户赔粮a_2升,牛户赔粮a_3升,易知a_1,a_2,a_3成等比数列,$q=2,a_1+a_2+a_3=50$,结合等比数列的性质可求出答案.

【详解】

设羊户赔粮a_1升,马户赔粮a_2升,牛户赔粮a_3升,则a_1,a_2,a_3成等比数列,且公比$q=2,a_1+a_2+a_3=50$,则$a_1(1+q+q^2)=50$,故$a_1=\frac{50}{1+2+2^2}=\frac{50}{7},a_2=2a_1=\frac{100}{7},a_3=2^2a_1=\frac{200}{7}$.

故选:D.

【点睛】

本题考查数列与数学文化,考查了等比数列的性质,考查了学生的运算求解能力,属于基础题.

4、C

【解析】

利用数量积的定义可得θ，即可判断出结论.

【详解】

解：$|\vec{b}-\vec{a}|=\sqrt{3}$，$\therefore\vec{b}^2+\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}=3$，$\therefore 2^2+1-2\times2\times1\times\cos\theta=3$，

解得$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$，$\theta\in[0，\pi]$，解得$\theta=\dfrac{\pi}{3}$，

$\therefore$ “$|\vec{b}-\vec{a}|=\sqrt{3}$”是“$\theta=\dfrac{\pi}{3}$”的充分必要条件.

故选：**C**.

【点睛】

本题主要考查平面向量数量积的应用，考查推理能力与计算能力，属于基础题.

5、**C**

【解析】略

6、**D**

【解析】

画出约束条件的可行域，利用目标函数的几何意义求解最大值即可.

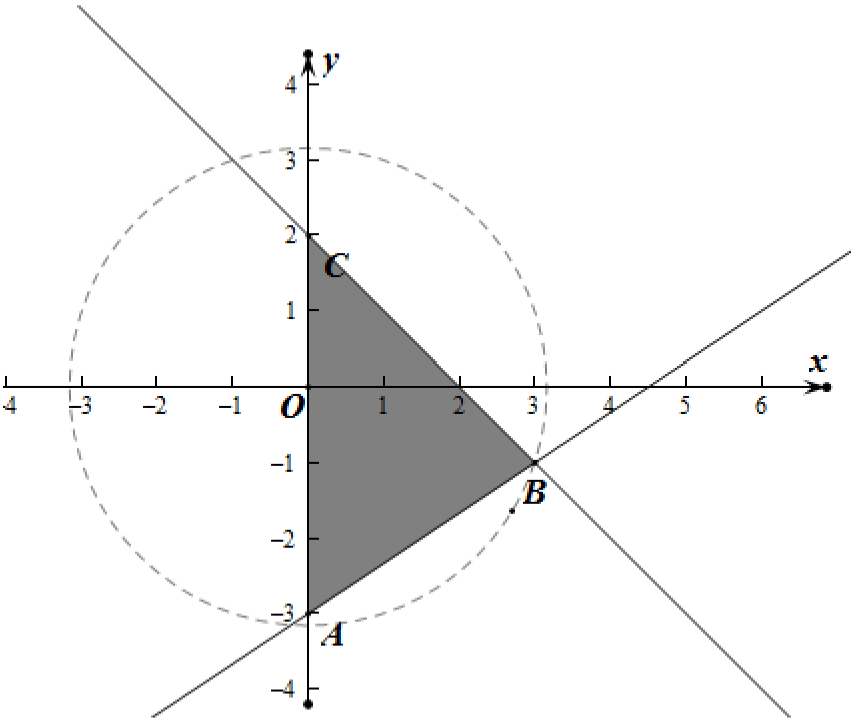
【详解】

解：画出满足条件$\begin{cases}x+y\le 2\\2x-3y\le 9\\x\ge 0\end{cases}$的平面区域，如图示：

如图点坐标分别为$A(0,-3),B(3,-1),C(0,2)$，

目标函数x^2+y^2的几何意义为，可行域内点(x,y)与坐标原点$(0,0)$的距离的平方，由图可知$B(3,-1)$到原点的距离最大，故$\left(x^2+y^2\right)_{\max}=3^2+(-1)^2=10$.

故选：**D**



【点睛】

本题考查了简单的线性规划问题，考查数形结合思想，属于中档题.

7、**B**

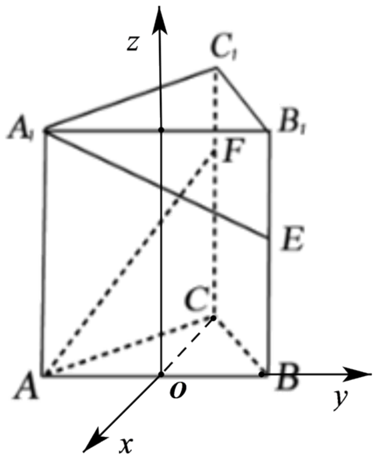
【解析】

建立空间直角坐标系，利用向量法计算出异面直线 A_1E 与 AF 所成角的余弦值.

【详解】

依题意三棱柱底面是正三角形且侧棱垂直于底面.设 AB 的中点为 O，建立空间直角坐标系如下图所示.所以 $A_1(0,-2,8),E(0,2,4),A(0,-2,0),F(-2\sqrt{3},0,6)$，所以 $\overrightarrow{A_1E}=(0,4,-4),\overrightarrow{AF}=(-2\sqrt{3},2,6)$.所以异面直线 A_1E 与 AF 所成角的余弦值为 $\left|\dfrac{\overrightarrow{A_1E}\cdot\overrightarrow{AF}}{\left|\overrightarrow{A_1E}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AF}\right|}\right|=\left|\dfrac{8-24}{4\sqrt{2}\times2\sqrt{13}}\right|=\dfrac{\sqrt{26}}{13}$.

故选：**B**



【点睛】

本小题主要考查异面直线所成的角的求法，属于中档题.

8、**B**

【解析】

先判断函数的奇偶性，再取特殊值，利用零点存在性定理判断函数零点分布情况，即可得解.

【详解】

由题可知 $f(x)$ 定义域为 $[-\pi,0)\cup(0,\pi]$，

$$f(-x)=\left(-x-\frac{1}{-x}\right)\sin(-x)=\left(x-\frac{1}{x}\right)\sin x=f(x),$$

$\therefore f\left(x\right)$是偶函数，关于$y$轴对称，

$\therefore$排除 **C**，**D.**

又$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left(\frac{\pi}{6}-\frac{6}{\pi}\right)\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\pi^2-36}{12\pi}<0$，$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}\right)\sin\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{2}{\pi}>0$，

$\therefore f\left(x\right)$在$\left(0,\pi\right)$必有零点，排除 **A.**

故选：**B.**

【点睛】

本题考查了函数图象的判断，考查了函数的性质，属于中档题.

9、**D**

【解析】

通过列举法可求解，如两角分别为$\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}$时

【详解】

当$A=\frac{2\pi}{3},B=\frac{\pi}{6}$时，$\sin A>\sin B$，但$\tan A<\tan B$，故充分条件推不出；

当$A=\frac{\pi}{6},B=\frac{2\pi}{3}$时，$\tan A>\tan B$，但$\sin A<\sin B$，故必要条件推不出；

所以“$\sin A>\sin B$”是“$\tan A>\tan B$”的既不充分也不必要条件.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查命题的充分与必要条件判断，三角函数在解三角形中的具体应用，属于基础题

10、**A**

【解析】

试题分析：由题意，得$\begin{cases}0\le 2x\le 2\\ 8-2^x\ge 0\end{cases}$，解得$0\le x\le 1$，故选 **A.**

考点：函数的定义域.

11、**B**

【解析】

由函数的图象的顶点坐标求出 *A*，由周期求出ω，由五点法作图求出φ的值，可得$f\left(x\right)$的解析式，再根据函数$y=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$的图象变换规律，诱导公式，得出结论.

【详解】