

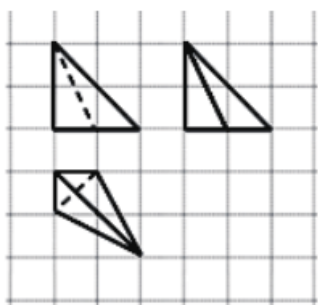
北京市朝阳区 2024-2025 学年高三 5 月质量分析联合考试数学试题

注意事项:

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

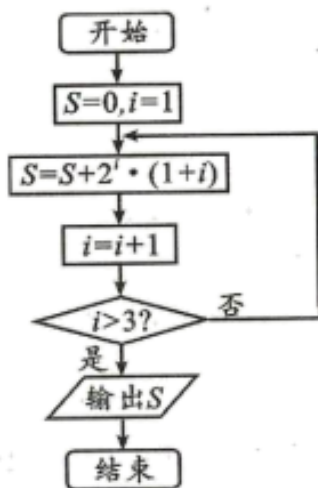
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 网格纸上小正方形边长为 1 单位长度，粗线画出的是某几何体的三视图，则此几何体的体积为 ()



- A. 1 B. $\frac{4}{3}$ C. 3 D. 4

2. 执行如图所示的程序框图, 则输出 S 的值为 ()



- A.** 16 **B.** 48 **C.** 96 **D.** 128

3. 复数 $\frac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数是

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$

4. 若复数 z 满足 $(1+i)z = |3+4i|$, 则 z 对应的点位于复平面的 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $C = \frac{\pi}{3}$, 若 $\vec{m} = (c - \sqrt{6}, a - b)$, $\vec{n} = (a - b, c + \sqrt{6})$, 且 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. 3 B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$

6. 设 O 为坐标原点, P 是以 F 为焦点的抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 上任意一点, M 是线段 PF 上的点, 且 $|PM| = 2|MF|$, 则直线 OM 的斜率的最大值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

7. 下列判断错误的是 ()

A. 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, \sigma^2)$, $P(\xi \leq 4) = 0.78$, 则 $P(\xi \leq -2) = 0.22$

B. 已知直线 $l \perp$ 平面 α , 直线 $m \parallel$ 平面 β , 则“ $\alpha \parallel \beta$ ”是“ $l \perp m$ ”的充分不必要条件

C. 若随机变量 ξ 服从二项分布: $\xi \sim B\left(4, \frac{1}{4}\right)$, 则 $E(\xi) = 1$

D. $am > bm$ 是 $a > b$ 的充分不必要条件

8. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, $g(x) = xe^{-x}$. 若存在 $x_1 \in (0, +\infty)$, $x_2 \in \mathbb{R}$ 使得 $f(x_1) = g(x_2) = k (k < 0)$ 成立, 则

$\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 e^k$ 的最大值为 ()

- A. e^2 B. e
C. $\frac{4}{e^2}$ D. $\frac{1}{e^2}$

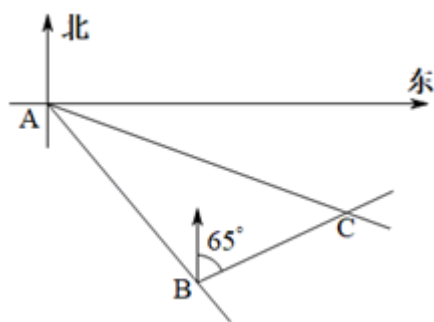
9. 设集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x \mid -2x^2 + 5x + 3 > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{0, 1\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

10. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 S_n 为前 n 项和, $2a_9 = a_{11} + 12$, 则 S_{13} 的值是 ()

- A. 156 B. 124 C. 136 D. 180

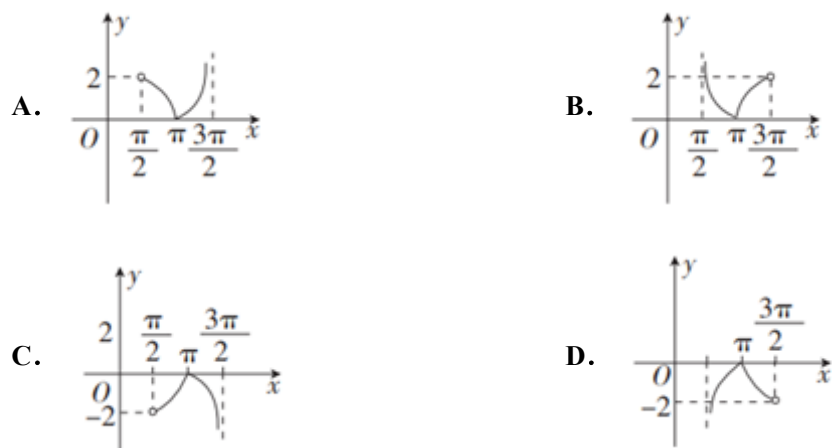
11. 一艘海轮从 A 处出发, 以每小时 24 海里的速度沿南偏东 40° 的方向直线航行, 30 分钟后到达 B 处, 在 C 处有一座灯塔, 海轮在 A 处观察灯塔, 其方向是南偏东 70° , 在 B 处观察灯塔, 其方向是北偏东 65° , 那么 B, C 两点间的距离是 ()



- A. $6\sqrt{2}$ 海里 B. $6\sqrt{3}$ 海里 C. $8\sqrt{2}$ 海里 D. $8\sqrt{3}$ 海里

12. 已知函数 $f(x) = 2 \tan(\omega x)$ ($\omega > 0$) 的图象与直线 $y = 2$ 的相邻交点间的距离为 π ，若定义 $\max\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \geq b \\ b, & a < b \end{cases}$,

则函数 $h(x) = \max\{f(x), f(x) \cos x\}$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 内的图象是()



二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

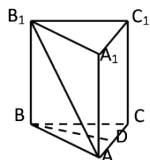
13. 在如图所示的三角形数阵中，用 $a_{i,j}$ ($i \geq j$) 表示第 i 行第 j 个数 ($i, j \in \mathbb{N}^*$)，已知 $a_{i,1} = 1 - \frac{1}{2^{i-1}}$ ($i \in \mathbb{N}^*$)，且当 $i \geq 3$ 时，每行中的其他各数均等于其“肩膀”上的两个数之和，即 $a_{i,j} = a_{i-1,j-1} + a_{i-1,j}$ ($2 \leq j \leq i-1$)，若 $a_{m,2} > 2019$ ，则正整数 m 的最小值为_____.

$$\begin{array}{ccccccc}
& & & & 0 & & \\
& & & & & & \\
& & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & \\
& & \frac{3}{4} & & 1 & & \frac{3}{4} \\
& \frac{7}{8} & & \frac{7}{4} & & \frac{7}{4} & \frac{7}{8} \\
\frac{15}{16} & & \frac{21}{8} & & \frac{7}{2} & & \frac{21}{8} & \frac{15}{16} \\
& \dots & & \dots & & \dots & \\
1 - \frac{1}{2^{n-1}} & & \dots & & \dots & & \dots & 1 - \frac{1}{2^{n-1}}
\end{array}$$

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-2^x, & x \geq 0, \\ 2^{-x}, & x < 0, \end{cases}$ ，则 $f(\lg \frac{1}{5}) + f(\lg \frac{1}{2}) + f(\lg 2) + f(\lg 5)$ 的值为 ____

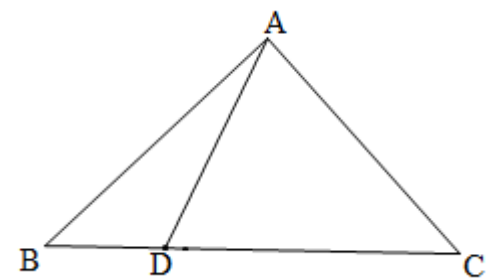
15. 已知函数 $f(x) = \ln x + x^2$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为_____.

16. 如图所示，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， D 是 AC 的中点， $AA_1 : AB = \sqrt{2} : 1$ ，则异面直线 AB_1 与 BD 所成的角为_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$ ， D 是边 BC 上一点，且 $AD = 5$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$.



- (1) 求 BD 的长；
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 14，求 AC 的长.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x + a| + |2x - 1|$ ($a \in \mathbf{R}$).

- (1) $a = -1$ 时，求不等式 $f(x) \geq 2$ 解集；

(2) 若 $f(x) \leq 2x$ 的解集包含于 $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$ ，求 a 的取值范围.

19. (12 分) 诚信是立身之本，道德之基，我校学生会创设了“诚信水站”，既便于学生用水，又推进诚信教育，并用“ $\frac{\text{周实际回收水费}}{\text{周投入成本}}$ ”表示每周“水站诚信度”，为了便于数据分析，以四周为一周期，如表为该水站连续十二周（共三个周期）的诚信数据统计：

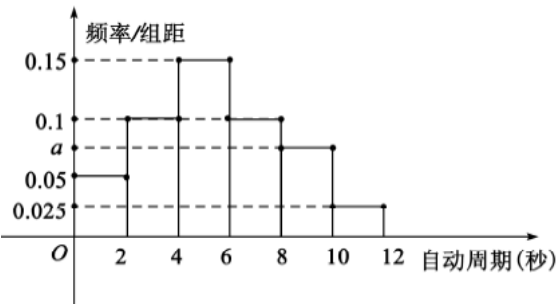
	第一周	第二周	第三周	第四周
第一周期	95%	98%	92%	88%
第二周期	94%	94%	83%	80%
第三周期	85%	92%	95%	96%

- (Ⅰ) 计算表中十二周“水站诚信度”的平均数 $\bar{x}$ ；
- (Ⅱ) 若定义水站诚信度高于 90% 的为“高诚信度”，90% 以下为“一般信度”则从每个周期的前两周中随机抽取两周进行调研，计算恰有两周是“高诚信度”的概率；
- (Ⅲ) 已知学生会分别在第一个周期的第四周末和第二个周期的第四周末各举行了一次“以诚信为本”的主题教育活动，根据已有数据，说明两次主题教育活动的宣传效果，并根据已有数据陈述理由.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - x \ln x + ax$ ， $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数，函数 $f'(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得最小值.

- (1) 求证： $\ln x_0 + x_0 = 0$ ；
- (2) 若 $x \leq x_0$ 时， $f(x) \geq 1$ 恒成立，求 a 的取值范围.

21. (12 分) 我国在贵州省平塘县境内修建的 500 米口径球面射电望远镜（FAST）是目前世界上最大单口径射电望远镜.使用三年来，已发现 132 颗优质的脉冲星候选体，其中有 93 颗已被确认为新发现的脉冲星，脉冲星是上世纪 60 年代天文学的四大发现之一，脉冲星就是正在快速自转的中子星，每一颗脉冲星每两脉冲间隔时间（脉冲星的自转周期）是-定的，最小小到 0.0014 秒，最长的也不过 11.765735 秒.某-天文研究机构观测并统计了 93 颗已被确认为新发现的脉冲星的自转周期，绘制了如图的频率分布直方图.



(1) 在 93 颗新发现的脉冲星中，自转周期在 2 至 10 秒的大约有多少颗？

(2) 根据频率分布直方图，求新发现脉冲星自转周期的平均值.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = 2|x+1| - |x-m| (m > 0)$

(1) 当 $m = 2$ 时，求不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集；

(2) $g(x) = f(x) - 2$, $g(x)$ 的图象与两坐标轴的交点分别为 A, B, C ，若三角形 ABC 的面积大于 12，求参数 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. A

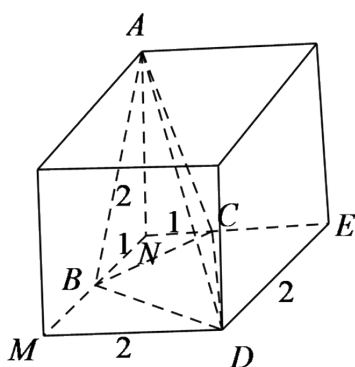
【解析】

采用数形结合，根据三视图可知该几何体为三棱锥，然后根据锥体体积公式，可得结果.

【详解】

根据三视图可知：该几何体为三棱锥

如图



该几何体为三棱锥 $A-BCD$ ，长度如上图

$$\text{所以 } S_{\triangle MBD} = S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1, S_{\triangle BCN} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{所以 } S_{\triangle BCD} = 2 \times 2 - S_{\triangle MBD} - S_{\triangle DEC} - S_{\triangle BCN} = \frac{3}{2}$$

$$\text{所以 } V_{A-BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle BCD} \cdot AN = 1$$

故选：A

本题考查根据三视图求直观图的体积，熟悉常见图形的三视图：比如圆柱，圆锥，球，三棱锥等；对本题可以利用长方体，根据三视图删掉没有的点与线，属中档题.

2. B

【解析】

列出每一次循环，直到计数变量 i 满足 $i > 3$ 退出循环.

【详解】

第一次循环： $S = 2^1(1+1) = 4, i = 2$ ；第二次循环： $S = 4 + 2^2(1+2) = 16, i = 3$ ；

第三次循环： $S = 16 + 2^3(1+3) = 48, i = 4$ ，退出循环，输出的 S 为 48.

故选：B.

本题考查由程序框图求输出的结果，要注意在哪一步退出循环，是一道容易题.

3. B

【解析】

分析：化简已知复数 z ，由共轭复数的定义可得.

详解：化简可得 $z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+i$

$\therefore z$ 的共轭复数为 $1-i$.

故选 B.

点睛：本题考查复数的代数形式的运算，涉及共轭复数，属基础题.

4. D

【解析】

利用复数模的计算、复数的除法化简复数 z ，再根据复数的几何意义，即可得答案；

【详解】

$$Q (1+i)z = |3+4i| = 5 \Rightarrow z = \frac{5}{1+i} = \frac{5(1-i)}{2} = \frac{5}{2} - \frac{5}{2}i,$$

$\therefore z$ 对应的点 $(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2})$,

$\therefore z$ 对应的点位于复平面的第四象限.

故选：D.

本题考查复数模的计算、复数的除法、复数的几何意义，考查运算求解能力，属于基础题.

5. C

【解析】

由 $\vec{m} \perp \vec{n}$ ，可得 $(a-b)^2 = (c-\sqrt{6})(c+\sqrt{6})$ ，化简利用余弦定理可得 $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{1}{2}$ ，解得 ab ．即可得出三角形面积.

【详解】

解：由 $\vec{m} = (c-\sqrt{6}, a-b)$ ， $\vec{n} = (a-b, c+\sqrt{6})$ ，且 $\vec{m} \perp \vec{n}$ ，

$$\therefore (a-b)^2 = (c-\sqrt{6})(c+\sqrt{6})，化为：a^2+b^2-c^2=2ab-6.$$

$$\therefore \cos \frac{\pi}{3} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{2ab-6}{2ab} = \frac{1}{2}，解得 ab=6.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

故选：C.

本题考查了向量共线定理、余弦定理、三角形面积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

6. C

【解析】

试题分析：设 $P(\frac{y_0^2}{2p}, y_0)$ ，由题意 $F(\frac{p}{2}, 0)$ ，显然 $y_0 < 0$ 时不符合题意，故 $y_0 > 0$ ，则

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{OF} + \frac{1}{3}\overrightarrow{FP} = \overrightarrow{OF} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OF}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{OP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OF} = (\frac{y_0^2}{6p} + \frac{p}{3}, \frac{y_0}{3}), \text{ 可得:}$$

$$k_{OM} = \frac{\frac{y_0}{3}}{\frac{y_0^2}{6p} + \frac{p}{3}} = \frac{2}{\frac{y_0}{p} + \frac{2p}{y_0}} \leq \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 当且仅当 } y_0^2 = 2p^2, y_0 = \sqrt{2}p \text{ 时取等号, 故选 C.}$$

考点：1. 抛物线的简单几何性质；2. 均值不等式.

【方法点睛】本题主要考查的是向量在解析几何中的应用及抛物线标准方程方程，均值不等式的灵活运用，属于中档

题. 解题时一定要注意分析条件，根据条件 $|PM| = 2|MF|$ ，利用向量的运算可知 $M(\frac{y_0^2}{6p} + \frac{p}{3}, \frac{y_0}{3})$ ，写出直线的斜率，

注意均值不等式的使用，特别是要分析等号是否成立，否则易出问题.

7. D

【解析】

根据正态分布、空间中点线面的位置关系、充分条件与必要条件的判断、二项分布及不等式的性质等知识，依次对四个选项加以分析判断，进而可求解.

【详解】

对于 A 选项，若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, \sigma^2)$ ， $P(\xi \leq 4) = 0.78$ ，根据正态分布曲线的对称性，有

$$P(\xi \leq -2) = P(\xi \geq 4) = 1 - P(\xi \leq 4) = 1 - 0.78 = 0.22, \text{ 故 A 选项正确, 不符合题意;}$$

对于 B 选项，已知直线 $l \perp$ 平面 α ，直线 $m \parallel$ 平面 β ，则当 $\alpha \parallel \beta$ 时一定有 $l \perp m$ ，充分性成立，而当 $l \perp m$ 时，不一定有 $\alpha \parallel \beta$ ，故必要性不成立，所以“ $\alpha \parallel \beta$ ”是“ $l \perp m$ ”的充分不必要条件，故 B 选项正确，不符合题意；

对于 C 选项，若随机变量 ξ 服从二项分布： $\xi \sim B(4, \frac{1}{4})$ ，则 $E(\xi) = np = 4 \times \frac{1}{4} = 1$ ，故 C 选项正确，不符合题意；

对于 D 选项， $Q am > bm$ ，仅当 $m > 0$ 时有 $a > b$ ，当 $m < 0$ 时， $a > b$ 不成立，故充分性不成立；若 $a > b$ ，仅当 $m > 0$ 时有 $am > bm$ ，当 $m < 0$ 时， $am > bm$ 不成立，故必要性不成立.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/145311032020011314>