

初三相似三角形难题集

【章节训练】第 27 章 相似-8

一、选择题 1. 梯形 ABCD 中 $AB \parallel CD$, $\angle ADC + \angle BCD = 90^\circ$, 以 AD、AB、BC 为斜边向外作等腰直角三角形, 其面积分别是 S_1 、 S_2 、 S_3 , 且 $S_1 + S_3 = 4S_2$, 则 $CD =$

A. $\frac{1}{2}AB$ B. $3AB$ C. $2AB$ D. $4AB$ 2. 如图, $n+1$ 个边长为 2 的等边三角形有一条边在同一直线上, 设 $\triangle B_1D_1C_1$ 面积为 S_1 , $\triangle B_2D_2C_2$

面积为 S_2 , \dots , $\triangle B_{n+1}D_nC_n$ 面积为 S_n , 则 S_n 等于

A. $\frac{1}{2}AC$ B. $\frac{1}{3}AC$ C. $\frac{1}{4}AC$ D. $\frac{1}{5}AC$ 3. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $AC \perp BC$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D, $DE \perp AD$ 交 AB 于点 E, M 为 AE 的中点, $BF \perp BC$ 交 CM 的延长线于点 F, $BD=4$, $CD=3$. 下列结论: ① $\angle AED = \angle ADC$; ② $AE = 2DE$; ③ $AC \cdot BE = 12$; ④ $3BF = 4AC$. 其中结论正确的个数有

A. 1 个 C. 3 个 D. 4 个 4. 如图, 正方形 ABCD 中, 在 AD 的延长线上取点 E、F, 使 $DE=AD$, $DF=BD$; BF 分别交 CD, CE 于 H、G 点, 连接 DG, 下列结论: ① $\angle GDH = \angle GHD$; ② $\triangle GDH$ 为正三角形; ③ $EG=CH$; ④ $EC=2DG$; ⑤ $S_{\triangle CGH} : S_{\triangle DBH} = 1 : 2$. 其中正确的是

B. 2 个

初三相似三角形难题集

①②③ ④ ③④⑤ ⑤ A. B. ② ③ C. D. ① ③

5. 如图，在矩形 ABCD 中，对角线 AC, BD 相交于点 G, E 为 AD 的中点. 连接 BE 交 AC 于点 F, 连接 FD. 若 $\angle BFA=90^\circ$, 则下列四对三角形: $\triangle BEA$ 与 $\triangle ACD$; $\triangle FED$ 与 $\triangle DEB$; $\triangle CFD$ 与 $\triangle ABG$; $\triangle ADF$ 与 $\triangle CFB$, 其中相似的有

A. B. C. D. 6. 已知: $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, D 为 BC 中点, $CF \perp AD$. 下列结论: ① $\angle ADF=45^\circ$; ② $\angle ADC=\angle BDF$; ③ $AF=2BF$; ④ $CF=3DF$.

正确的有

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个 7. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, 点 P, Q, R 分别在 AB, BC, CA 边上, 且 $AP=$ 的面积是 19cm , 则 $\triangle ABC$ 的面积是

2

, $BQ=BC$, $CR=CA$, 已知阴影 $\triangle PQR$

A. 38 C. D. 4 8. 如图, AB 为等腰直角 $\triangle ABC$ 的斜边, O 为 AB 的中点, P 为 AC 延长线上的一个动点, 线段 PB 的垂直平分线交线段 OC 于点 E, D 为垂足, 当 P 点运动时, 给出下列四个结论: ① E 为 $\triangle ABP$ 的外心; ② $\triangle PBE$ 为等腰直角三角形; ③ $PC \cdot OA = OE \cdot PB$; ④ $CE+PC$ 的值不变.

B. 4

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个 9. 如图, D 为

初三相似三角形难题集

⊙O 的直径 AB 上任一点， $CD \perp AB$ ，若 AD、BD 的长分别等于 a 和 b，则通过比较线段 OC 与 CD 的大小，可以得到关于正数 a 和 b 的一个性质，你认为这个性质是

A. B. C. D. 10. 如图，四边形 EFGH 是矩形 ABCD 的内接矩形，且 $EF:FG=3:1$ ， $AB:BC=2:1$ ，则 $\tan \angle AHE$ 的值为

A. B. C. D. 11. 如图，把矩形纸片 ABCD 沿 EF 折叠，使点 B 落在 AD 边上的点 B' 处，点 A 落在点 A' 处. 设 $AE=a$ ， $AB=b$ ， $BF=c$ ，下列结论：

- ① $B'E=BF$ ； ② 四边形 $B'CFE$ 是平行四边形； ③ $a+b=c$ ；
④ $\triangle A'B'E \sim \triangle B'CD$ ； 其中正确的是

- 2
2
2

②④ ②③ A. B. ①④ C. D. ①③ 12. 如图，O 为矩形 ABCD 的中心，将直角 $\triangle OPQ$ 的直角顶点与 O 重合，一条直角边 OP 与 OA 重合，使三角板沿逆时针方向绕点 O 旋转，两条直角边始终与边 BC、AB 相交，交点分别为 M、N. 若 $AB=4$ ， $AD=6$ ， $BM=x$ ， $AN=y$ ，则 y 与 x 之间的函数图象是

A. B. C. D. 13. 如图，ABCD、CEFG 是正方形，E 在 CD 上，直线 BE、DG 交于 H，且 $HE \perp HB$ ，BD、AF 交于 M，当 E 在线段 CD 上运动时，下列四个结论：① $BE \perp GD$ ； ②

初三相似三角形难题集

AF、GD 所夹的锐角为 45° ; ③GD=; ④若 BE 平分 $\angle DBC$, 则正方形 ABCD 的面积为 4. 其中正确的结论个数有

A. 1 个 C. 3 个 D. 4 个 14. 如图, 点 O 为正方形 ABCD 的中心, BE 平分 $\angle DBC$ 交 DC 于点 E, 延长 BC 到点 F, 使 $FC=EC$, 连接 DF 交 BE 的延长线于点 H, 连接 OH 交 DC 于点 G, 连接 HC. 则以下四个结论中正确结论的个数为

①OH=BF; ② $\angle CHF=45^\circ$; ③GH=BC; ④DH=HE?HB.

2

B. 2 个

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个 15. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle AFG$ 是两个全等的等腰直角三角形, $\angle BAC=\angle F=90^\circ$, BC 分别与 AF, AG 相交于点 D, E. 则图中不全等的相似三角形有

A. 0 对 C. 2 对 D. 3 对 二、填空题 16. 如图, 在 Rt $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, $\angle ABC=90^\circ$, 点 D 是 AB 的中点, 连接 CD, 过点 B 作 $BG \perp CD$, 分别交 CD, CA 于点 E, F, 与过点 A 且垂直于 AB 的直线相交于点 G, 连接 DF, 给出以下五个结论: ①=

; ② $\angle ADF=\angle CDB$; ③点 F 是 GE 的中点; ④AF=AB; ⑤ $S_{\triangle ABC}=5S_{\triangle BDF}$,

B. 1 对 其中正确结论的序号是 _____ .

17. 如图, 直角梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, \angle

初三相似三角形难题集

$\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = AC$, CE 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 E , F 为 BC 上一点, $BF = AE$, 连接 AF 交 CE 于点 G , 连接 DG 交 AC 于点 H . 下列结论:

- ① $AF \perp CE$; ② $\triangle ABF \sim \triangle DGA$; ③ $AF = DH$; ④.

其中正确的结论有 _____ .

18. 如图, n 个边长为 1 的相邻正方形的一边均都在同一直线上, 点 $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ 分别为边 $B_1B_2, B_2B_3, B_3B_4, \dots, B_nB_{n+1}$ 的中点, $\triangle B_1C_1M_1$ 的面积为 S_1 , $\triangle B_2C_2M_2$ 的面积为 S_2 , $\dots, \triangle B_nC_nM_n$ 的面积为 S_n , 则 $S_n =$ _____ .

19. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, E 为 AB 上一点, 且 ED 平分 $\angle ADC$, EC 平分 $\angle BCD$, 则下列结论: ① $DE \perp EC$; ② 点 E 是 AB 中点; ③ $AD \cdot BC = BE \cdot DE$; ④ $CD = AD + BC$. 其中正确的有 _____ .

20. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别为 AD, AB 的中点, 连接 DF, CE , DF 与 CE 交于点 H , 则下列结论: ① $DF \perp CE$; ② $DF = CE$; ③ _____ ; ④ _____ . 其中正确结论的序号有 _____ .

21. 在直角坐标系中, 正方形 $A_1B_1C_1O_1, A_2B_2C_2O_2, \dots, A_nB_nC_nO_n$ 按如图所示的方式放置, 其中点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 均在一次函数 $y = kx + b$ 的图象上, 点 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ 均在 x 轴上. 若点 B_1

初三相似三角形难题集

的坐标为，点 B2 的坐标为，则点 An 的坐标为 _____ .

22. 已知菱形 ABCD 中，对角线 $AC=8\text{cm}$ ， $BD=6\text{cm}$ ，在菱形内部任取一点 P，得到 $\triangle ACP$

2

并涂成黑色，使黑色部分的面积大于 6cm^2 的概率为 _____ .

23. 已知：在面积为 7 的梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AD=3$ ， $BC=4$ ，P 为边 AD 上不与 A、D 重合的一动点，Q 是边 BC 上的任意一点，连接 AQ、DQ，过 P 作 $PE \parallel DQ$ 交 AQ 于 E，作 $PF \parallel AQ$ 交 DQ 于 F，则 $\triangle PEF$ 面积最大值是 _____ .

三、解答题

2

24. 如图，直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 B、点 C，经过 B、C 两点的抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴的另一个交点为 A，顶点为 P. 求该抛物线的解析式；

在该抛物线的对称轴上是否存在点 M，使以 C、P、M 为顶点的三角形为等腰三角形？若存在，请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标；若不存在，请说明理；

连接 AC，在 x 轴上是否存在点 Q，使以 P、B、Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似？若存在，请求出点 Q

初三相似三角形难题集

的坐标；若不存在，请说明理；

当 $0 < x < 3$ 时，在抛物线上求一点 E，使 $\triangle CBE$ 的面积有最大值。（图供画图探究）

25. 已知菱形 ABCD 的边长为 1. $\angle ADC = 60^\circ$ ，等边 $\triangle AEF$ 两边分别交边 DC、CB 于点 E、F.

特殊发现：如图 1，若点 E、F 分别是边 DC、CB 的中点. 求证：菱形 ABCD 对角线 AC、BD 交点 O 即为等边 $\triangle AEF$ 的外心；

若点 E、F 始终分别在边 DC、CB 上移动. 记等边 $\triangle AEF$ 的外心为点 P. ①猜想验证：如图 2. 猜想 $\triangle AEF$ 的外心 P 落在哪一直线上，并加以证明； ②拓展运用：如图 3，当 $\triangle AEF$ 面积最小时，过点 P 任作一直线分别交边 DA 于点 M，交边 DC 的延长线于点 N，试判断

是否为定值？若是，请求出该定值；若不是，请说明理.

26. 情境观察

将矩形 ABCD 纸片沿对角线 AC 剪开，得到 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'C'D$ ，如图 1 所示. 将 $\triangle A'C'D$ 的顶点 A' 与点 A 重合，并绕点 A 按逆时针方向旋转，使点 D、A、B 在同一条直线上，如图 2 所示. 观察图 2 可知：与 BC 相等的线段是 _____， $\angle CAC' =$ _____ $^\circ$.

问题探究 如图 3， $\triangle ABC$ 中， $AG \perp BC$ 于点

初三相似三角形难题集

G, 以 A 为直角顶点, 分别以 AB、AC 为直角边, 向 $\triangle ABC$ 外作等腰 $Rt\triangle ABE$ 和等腰 $Rt\triangle ACF$, 过点 E、F 作射线 GA 的垂线, 垂足分别为 P、Q. 试探究 EP 与 FQ 之间的数量关系, 并证明你的结论. 拓展延伸 如图 4, $\triangle ABC$ 中, $AG \perp BC$ 于点 G, 分别以 AB、AC 为一边向 $\triangle ABC$ 外作矩形 ABME 和矩形 ACNF, 射线 GA 交 EF 于点 H. 若 $AB=kAE$, $AC=kAF$, 试探究 HE 与 HF 之间的数量关系, 并说明理.

27. 如图 1, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AC 的中点, 点 P 是线段 DC 上的动点, 连接 BP. 将 $\triangle ABP$ 绕点 P 按顺时针方向旋转 α 角, 得到 $\triangle A_1B_1P$, 连接 AA_1 , 射线 AA_1 分别交射线 PB、射线 B_1B 于点 E、F. 如图 1, 当 $0^\circ < \alpha < 60^\circ$ 时, 在 α 角变化过程中, $\triangle BEF$ 与 $\triangle AEP$ 始终存在 _____ 关系, 并说明理; 如图 2, 设 $\angle ABP = \beta$. 当 $60^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 在 α 角变化过程中, 是否存在 $\triangle BEF$ 与 $\triangle AEP$ 全等? 若存在, 求出 α 与 β 之间的数量关系; 若不存在, 请说明理;

如图 3, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 点 E、F 与点 B 重合. 已知 $AB=4$, 设 $DP=x$, $\triangle A_1BB_1$ 的面积为 S, 求 S 关于 x 的函数关系式.

28. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, AD 和过 C 点的切线互相垂直, 垂足为 D. 求证: AC 平分 $\angle DAB$;

过点 O 作线段 AC 的垂线 OE, 垂足为 E;

初三相似三角形难题集

若 $CD=4$, $AC=4$, 求垂线段 OE 的长.

29. 如图, BD 为 $\odot O$ 的直径, $AB=AC$, AD 交 BC 于点 E , $AE=2$, $ED=4$, 求证: $\triangle ABE \sim \triangle ADB$; 求 AB 的长;

延长 DB 到 F , 使得 $BF=BO$, 连接 FA , 试判断直线 FA 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理.

30. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为, $\triangle AOB$ 的面积是. 求点 B 的坐标;

求过点 A 、 O 、 B 的抛物线的解析式;

在中抛物线的对称轴上是否存在点 C , 使 $\triangle AOC$ 的周长最小? 若存在, 求出点 C 的坐标; 若不存在, 请说明理;

在中 x 轴下方的抛物线上是否存在一点 P , 过点 P 作 x 轴的垂线, 交直线 AB 于点 D , 线段 OD 把 $\triangle AOB$ 分成两个三角形, 使其中一个三角形面积与四边形 $BPOD$ 面积比为 $2:3$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理.

【章节训练】第 27 章 相似-8

参考答案与试题解析

一、选择题 1. 梯形 $ABCD$ 中 $AB \parallel CD$, $\angle ADC + \angle BCD = 90^\circ$, 以 AD 、 AB 、 BC 为斜边向外作等腰直角三角形, 其面积分别是 S_1 、 S_2 、 S_3 , 且 $S_1 + S_3 = 4S_2$, 则 $CD =$

A. $\frac{1}{2}AB$ B. $3AB$ 考点: 勾股定理; 等腰直角三角形; 相似三角形的判定与性质. 专题:

初三相似三角形难题集

计算题；证明题；压轴题. 分析：过点 B 作 $BM \parallel AD$ ，根据 $AB \parallel CD$ ，求证四边形 $ADMB$ 是平行四边形，再利用 $\angle ADC + \angle BCD = 90^\circ$ ，求证 $\triangle MBC$ 为 $Rt \triangle$ ，再利用勾股定理得出 $MC^2 = MB^2 + BC^2$ ，在利用相似三角形面积的比等于相似比的平方求出 MC 即可. 解答：解：过点 B 作 $BM \parallel AD$ ， $\because AB \parallel CD$ ， \therefore 四边形 $ADMB$ 是平行四边形， $\therefore AB = DM$ ， $AD = BM$ ，又 $\because \angle ADC + \angle BCD = 90^\circ$ ， $\therefore \angle BMC + \angle BCM = 90^\circ$ ，即 $\triangle MBC$

C. $3.5AB$

D. $4AB$

4. 如图，正方形 $ABCD$ 中，在 AD 的延长线上取点 E 、 F ，使 $DE = AD$ ， $DF = BD$ ； BF 分别交 CD ， CE 于 H 、 G 点，连接 DG ，下列结论：① $\angle GDH = \angle GHD$ ；② $\triangle GDH$ 为正三角形；③ $EG = CH$ ；④ $EC = 2DG$ ；⑤ $S_{\triangle CGH} : S_{\triangle DBH} = 1 : 2$. 其中正确的是

①②③ A. 考点：④ B. ② ③ 正方形的性质；相似三角形的性质. 压轴题. 本题为选择题，做选择题是要有技巧，像排除法，假设法都可以用，先看选项因为都有③选项故③可作为已知条件求解， $\triangle DHB \sim \triangle CHG$ 根据面积比等于相似比的平方③④⑤ C. ⑤ D. ① ③ 专题：分析：方
可得 $S_{\triangle CGH} : S_{\triangle DBH} = 1 : 2$ 故选项有⑤，然后再看①④中间哪个正确，先看①过 G 作 $GO \perp CD$ 于 O ，设正方形边长为 1 ，

初三相似三角形难题集

则，可求得 $CH=OC= \frac{1}{2}AC$ ，所以，

初三相似三角形难题集

OD=1, 又

∴所, 以 DH=DO=DH - OH=1 - , 可解答: 得 DO=OH, △DGH 为等腰三角形, ∠GDH=∠GHD, ①正确. 解: ∵选项都有③, 故可确定 EG=CH. 题意可得四边形 BCED 为平行四边形, 进而推出△DHB∽△CHG, ∴, ∵面积比等于相似比的平方 ∴ S△CGH: S△DBH=1: 2. 先看①设正方形边长为 1. 则求得 CH=OD=1 - =H=, 所以, 又 ∴D. DO=可=DH - OH=1 - ∴可得

DO=OH, △DGH 为等腰三角形, 即得 ∠GDH=∠GHD, ①正确 故选 D. 点评: 本题考查的知识点比较多, 正方形四边相等的性质及等腰三角形两底角相等的性质, 面积比等于相似比的平方, 相似三角形的比例关系要熟练掌握, 另外还要掌握做选择题的一些方法, 可是选择题的解答即快又准. 5. 如图, 在矩形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 G, E 为 AD 的中点. 连接 BE 交 AC 于点 F, 连接 FD. 若 ∠BFA=90°, 则下列四对三角形: △BEA 与△ACD; △FED 与△DEB; △CFD 与△ABG; △ADF 与△CFB, 其中相似的有

A. B. 考点: 矩形的性质; 相似三角形的判定与性质. 专题: 计算题; 压轴题. 分析: 根据题意, 分别寻找各对三角形相似的条件, 运用判定方法判断. ∠EFC=∠ADC=90° C. D.

$$\therefore \angle DCA + \angle FED = 180^\circ \quad \because \angle FED + \angle AEB = 180^\circ \quad \therefore \angle AEB =$$

初三相似三角形难题集

$$\angle DCA, \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ \quad \therefore \angle DAC = \angle ABE \therefore \triangle$$

初三相似三角形难题集

$BEA \sim \triangle ACD$. 再利用相似三角形相似的判定证明 $\triangle FED$ 与 $\triangle DEB$, $\triangle CFD$ 与 $\triangle ABG$ 相似, 而不成立. 解: \because 矩形 $ABCD$, $\therefore \angle EAB = \angle CDA = 90^\circ$, $\therefore \angle BAF + \angle CAD = 90^\circ$, 又 $\angle BFA = 90^\circ$, $\therefore \angle BAF + \angle ABF = 90^\circ$, $\therefore \angle CAD = \angle ABF$, $\therefore \triangle BEA$ 与 $\triangle ACD$ 相似; 故此选项正确; $\triangle FED$ 与 $\triangle DEB$ 相似. 理: $DE = AE = EF = EB$, $\angle DEF = \angle BED$; 故此选项正确 $\triangle CFD$ 与 $\triangle ABG$ 相似. 理: $\angle CDF = 90^\circ - \angle EDF$, $\angle AGB = 90^\circ - \angle EBG$, 的结论得: $\angle EDF = \angle EBD$, 故 $\angle CDF = \angle AGB$; $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle DCF = \angle BAG$; 故此选项正确; 22 解答:

$\triangle ADF$ 与 $\triangle CFB$ 不具备相似条件. 故选 D. 点评: 本题主要考查了三角形相似的判定. 6. 已知: $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D 为 BC 中点, $CF \perp AD$. 下列结论: ① $\angle ADF = 45^\circ$; ② $\angle ADC = \angle BDF$; ③ $AF = 2BF$; ④ $CF = 3DF$.

正确的有

A. 1 个 考点: B. 2 个 相似三角形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质. C. 3 个 D. 4 个 专题: 分析: 解答: 压轴题. 根据已知对结论进行分析, 从而得到答案. 解: 作 $BG \perp CG$, 交 CF 的延长线于点 G, $\because \angle CGB = 90^\circ$, $CF \perp AD \therefore \angle 1 = \angle 2 \because AC = BC \therefore \triangle ACD \cong \triangle CBG \therefore CD = BG$, $\angle CDA = \angle CBG \because CD = BD \therefore BG = BD \therefore \angle 3 = \angle 4$, $BF = BF \therefore \triangle BFG \cong \triangle BFD \therefore \angle FGB = \angle FDB \therefore \angle$