

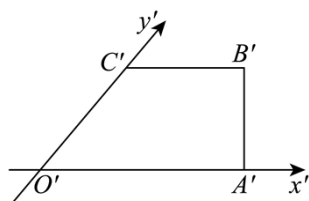
湖南省长沙市长郡中学 2023-2024 学年高一下学期期末考试数

学试题

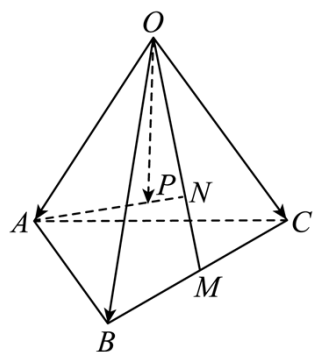
学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 若复数 z 的模为 10, 虚部为 -8 , 则复数 z 的实部为 ()
A. -6 B. 6 C. ± 6 D. 36
2. 掷两枚质地均匀的骰子, 设 A = “第一枚出现奇数点”, B = “第二枚出现偶数点”, 则 A 与 B 的关系为 ().
A. 互斥 B. 互为对立
C. 相互独立 D. 相等
3. 如图, 一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是直角梯形 $O'A'B'C'$, 且 $O'A' \parallel B'C'$, $O'A' = 2B'C' = 2$, $A'B' = 1$, 则该平面图形的高为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. $2\sqrt{2}$ D. 2
4. 已知一组样本数据: 8, 9, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 18, 20, 则这组样本数据的第 70 百分位数与中位数之和是 ()
A. 29 B. 30 C. 31 D. 32
5. 已知 M 是四面体 $OABC$ 的棱 BC 的中点, 点 N 在线段 OM 上, 点 P 在线段 AN 上, 且 $MN = \frac{1}{2}ON$, $AP = \frac{3}{4}AN$, 以 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ 为基底, 则 $\vec{OP}$ 可以表示为 ()



A. $\vec{OP} = \frac{1}{2}\vec{OA} + \frac{1}{4}\vec{OB} + \frac{1}{4}\vec{OC}$

B. $\vec{OP} = \frac{1}{2}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB} + \frac{1}{3}\vec{OC}$

C. $\vec{OP} = \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB} + \frac{1}{3}\vec{OC}$

D. $\vec{OP} = \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{1}{4}\vec{OB} + \frac{1}{4}\vec{OC}$

6. 已知非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - 2\vec{b}|$, 且 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $\frac{2}{3}\vec{a}$, 则 $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = ()$

A. $\frac{1}{2}$

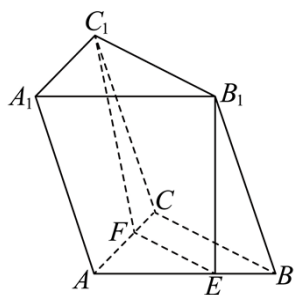
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 2

D. $\sqrt{3}$

7. 如图所示, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 若点 E , F 分别满足 $\vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AB}$, $\vec{AF} = \frac{2}{3}\vec{AC}$,

三棱柱高为 3, S_{ABC} 面积为 $3\sqrt{3}$, 则几何体 $B_1C_1 - BCFE$ 的体积为 ()



A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

B. $3\sqrt{3}$

C. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{11\sqrt{3}}{3}$

8. 有能力互异的 3 人应聘同一公司, 他们按照报名顺序依次接受面试, 经理决定“不录用第一个接受面试的人, 如果第二个接受面试的人比第一个能力强, 就录用第二个人, 否则就录用第三个人”, 记该公司录用到能力最强的人的概率为 p , 录用到能力中等的人的概率为 q , 则 $(p, q) = ()$

A. $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right)$

B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{6}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

二、多选题

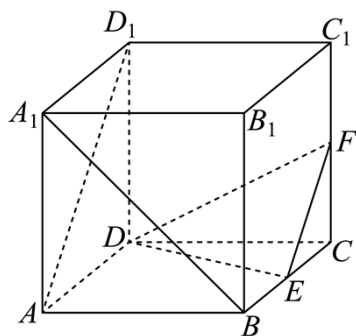
9. 下列说法正确的有 ()

A. 某班有 40 名学生, 若采用简单随机抽样从中抽取 4 人代表本班参加社区活动, 那么学号为 04 的学生被抽到的可能性为 10%

B. 已知一组数据 1, 2, m , 6, 7 的平均数为 4, 则这组数据的方差是 5

- C. 将一组数据中的每个数据都乘以 3 后，方差也变为原来的 3 倍
- D. 若一个样本容量为 8 的样本的平均数为 5，方差为 2. 现样本中又加入一个新数据 5，此时样本容量为 9，平均数不变，方差变小

10. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E ， F 分别为 BC ， CC_1 的中点，则下列结论正确的是（ ）



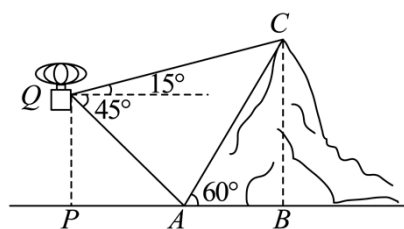
- A. 直线 A_1B 与 EF 所成的角的大小为 60°
- B. 直线 $AD_1 \parallel$ 平面 DEF
- C. 平面 $DEF \perp$ 平面 BCC_1B_1
- D. 直线 CD 与平面 DEF 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$
11. 点 O 在 $\triangle ABC$ 所在的平面内，则以下说法正确的有（ ）
- A. 若 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA}$ ，则点 O 为 $\triangle ABC$ 的外心（外接圆圆心）
- B. 若 $\vec{AO} = \lambda \left(\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}| \sin B} + \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}| \sin C} \right)$ ($\lambda \in \mathbf{R}$)，则动点 O 的轨迹一定通过 $\triangle ABC$ 的重心
- C. 若 $2\vec{OA} + \vec{OB} + 3\vec{OC} = \vec{0}$ ， $S_{\triangle AOC}$ ， $S_{\triangle ABC}$ 分别表示 $\triangle AOC$ ， $\triangle ABC$ 的面积，则 $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle ABC} = 1:6$
- D. 若 $\vec{OA} \cdot \left(\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} + \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} \right) = \vec{OB} \cdot \left(\frac{\vec{BA}}{|\vec{BA}|} + \frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|} \right) = \vec{OC} \cdot \left(\frac{\vec{CB}}{|\vec{CB}|} + \frac{\vec{CA}}{|\vec{CA}|} \right) = 0$ ，则点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心

三、填空题

12. 复数 $z = \frac{i}{3+4i}$ ，则 $z + \bar{z} =$ _____.

13. 如图，一架无人机距离地面的高度 $PQ = 200\text{m}$ ，在 Q 处观测到岳麓山山顶 C

的仰角为 15° ，地面上 A 处的俯角为 45° ，若 $\angle BAC = 60^\circ$ ，则岳麓山的高度 BC 为_____m.



14. 已知在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA=4$, $BC=2\sqrt{6}$, $PB=PC=3$, $PA \perp$ 平面 PBC , 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积是_____.

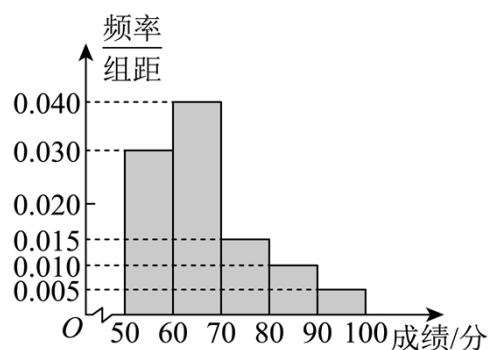
四、解答题

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $2b \cos C + c = 2a$.

(1)求角 B ;

(2)若 D 为 AC 的中点, 且 $BD = \frac{5}{2}$, $b=3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

16. 对 800 名参加竞赛选拔学生的成绩作统计 (满分: 100 分), 将数据分成五组, 从左到右依次记为 $[50,60)$, $[60,70)$, $[70,80)$, $[80,90)$, $[90,100]$, 并绘制成如图所示的频率分布直方图.

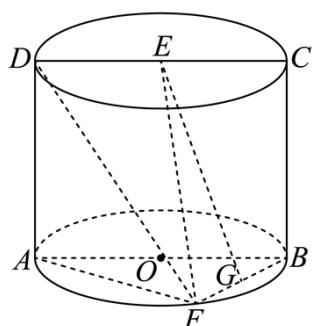


(1)根据频率分布直方图估计这 800 名学生成绩的众数和平均数 (求平均数时同一组数据用该组区间的中点值作代表);

(2)现从以上各组中采用按比例分配的分层随机抽样的方法抽取 40 人.若分数在区间 $[70,90)$

的学生实际成绩的平均数与方差分别为 78 分和 $\frac{277}{5}$, 第三组 $[70,80)$ 的学生实际成绩的平均数与方差分别为 72 分和 1, 求第四组 $[80,90)$ 的学生实际成绩的平均数与方差.

17. 如图, 四边形 $ABCD$ 是圆柱 OE 的轴截面, 点 F 在底面圆 O 上, 圆 O 的半径为 1, $AF = \sqrt{3}$, 点 G 是线段 BF 的中点.



(1)证明： $EG \parallel$ 平面 DAF ；

(2)若直线 DF 与圆柱底面所成角为 45° ，求三棱锥 $C - ADF$ 的体积.

18. 据《人民网》报道，“美国国家航空航天局（NASA）发文称，相比 20 年前世界变得更绿色了，卫星资料显示中国和印度的行动主导了地球变绿。”据统计，中国新增绿化面积的 420/0 来自植树造林，下表是中国十个地区在 2017 年植树造林的相关数据。（造林总面积为人工造林、飞播造林、新封山育林、退化林修复、人工更新的面积之和）单位：公顷

		按造林方式分				
地区	造林总面积	人工造林	飞播造林	新封山育林	退化林修复	人工更新
内蒙	618484	311052	74094	136006	90382	6950
河北	583361	345625	33333	135107	65653	3643
河南	149002	97647	13429	22417	15376	133
重庆	226333	100600		62400	63333	
陕西	297642	184108	33602	63865	16067	
甘肃	325580	260144		57438	7998	
新疆	263903	118105	6264	126647	10796	2091
青海	178414	16051		159734	2629	
宁夏	91531	58960		22938	8298	1335
北京	19064	10012		4000	3999	1053

(I) 请根据上述数据, 分别写出在这十个地区中人工造林面积与造林总面积的比值最大和最小的地区;

(II) 在这十个地区中, 任选一个地区, 求该地区人工造林面积与造林总面积的比值不足 50% 的概率是多少?

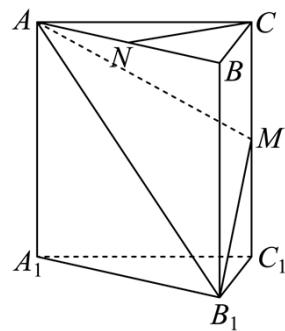
(III) 从上表新封山育林面积超过十万公顷的地区中, 任选两个地区, 求至少有一个地区退化林修复面积超过五万公顷的概率.

19. 空间的弯曲性是几何研究的重要内容, 用曲率刻画空间的弯曲性, 规定: 多面体顶点的曲率等于 2π 与多面体在该点的面角之和的差, 其中多面体的面的内角叫做多面体的面角,

角度用弧度制. 例如: 正四面体每个顶点均有 3 个面角, 每个面角均为 $\frac{\pi}{3}$, 故其各个顶点的

曲率均为 $2\pi - 3 \times \frac{\pi}{3} = \pi$. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 点 A 的曲率为 $\frac{2\pi}{3}$, N , M 分别

为 AB , CC_1 的中点, 且 $AB = AC$.



(1) 证明: $CN \perp$ 平面 ABB_1A_1 ;

(2) 若 $AA_1 = \sqrt{2}AB$, 求二面角 $B_1 - AM - C_1$ 的余弦值;

(3) 表面经过连续变形可以变为球面的多面体称为简单多面体. 关于简单多面体有著名欧拉定理: 设简单多面体的顶点数为 D , 棱数为 L , 面数为 M , 则有: $D - L + M = 2$. 利用此定理试证明: 简单多面体的总曲率 (多面体有顶点的曲率之和) 是常数.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	C	C	C	D	B	A	D	AD	ABD
题号	11									
答案	BCD									

1. C

【分析】设 $z = x - 8i, x \in \mathbb{R}$ ，根据模长的计算公式，即可求得答案.

【详解】设复数 $z = x - 8i, x \in \mathbb{R}$ ，则 $\sqrt{x^2 + (-8)^2} = 10, \therefore x = \pm 6$ ，

故选：C

2. C

【分析】根据互斥、对立、独立事件的定义判断即可.

【详解】解：掷两枚质地均匀的骰子，设 $A =$ “第一枚出现奇数点”， $B =$ “第二枚出现偶数点”，

事件 A 与 B 能同时发生，故事件 A 与 B 既不是互斥事件，也不是对立事件，故选项 A，B 错误；

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad P(AB) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}, \quad P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

因为 $P(A) \cdot P(B) = P(AB)$ ，所以 A 与 B 独立，故选项 C 正确；

事件 A 与 B 不相等，故选项 D 错误.

故选：C.

3. C

【分析】过点 C' 作 $C'D' \parallel A'B'$ ，在直角 $\triangle O'C'D'$ 中，求得 $O'C' = \sqrt{2}$ ，结合斜二测画法的规则，即可求得原平面图形的高，得到答案.

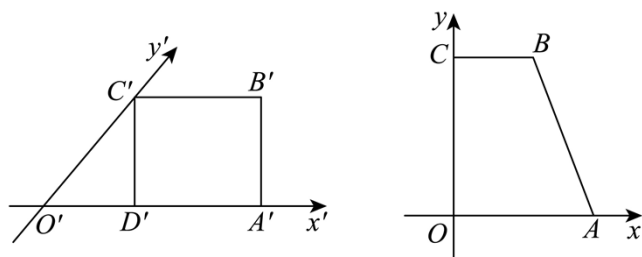
【详解】如图所示，过点 C' 作 $C'D' \parallel A'B'$ ，

因为四边形 $O'A'B'C'$ 为直角梯形，且 $O'A' = 2B'C' = 2$ ， $A'B' = 1$ ，可得 $C'D' = A'B' = 1$ ，

在直角 $\triangle O'C'D'$ 中，可得 $O'C' = \frac{C'D'}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}$ ，

根据斜二测画法的规则，可得原平面图形的高为 $OC = 2O'C' = 2\sqrt{2}$.

故选：C.



4. C

【分析】根据题意，利用百分位数和众数的定义和计算方法，求得第 70 百分位数与中位数，即可求解.

【详解】由一组样本数据：8，9，9，11，12，13，15，16，17，18，18，20，共有 12 个，可得 $12 \times 70\% = 8.4$ ，所以第 9 个数据为第 70 百分位数，即为 17，

又由中位数的定义和计算方法，可得中位数为 $\frac{13+15}{2} = 14$ ，

所以这组样本数据的第 70 百分位数与中位数之和是 $17+14=31$.

故选:C.

5. D

【分析】根据空间向量的线性运算求得正确答案.

【详解】依题意， $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP} = \vec{OA} + \frac{3}{4}\vec{AN} = \vec{OA} + \frac{3}{4}(\vec{ON} - \vec{OA}) = \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{3}{4}\vec{ON}$
 $= \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}\vec{OM} = \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OM} = \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}(\vec{OB} + \vec{OC}) = \frac{1}{4}\vec{OA} + \frac{1}{4}\vec{OB} + \frac{1}{4}\vec{OC}$.

故选：D

6. B

【分析】设 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的夹角为 θ ，由题意可得 $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} \cdot \cos \theta = \frac{1}{2}$ ， $\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \cdot \cos \theta = \frac{2}{3}$ ，解方程即可得出答案.

【详解】设 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的夹角为 θ ，

由 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - 2\vec{b}|$ 可得： $\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta = \vec{a}^2 + 4\vec{b}^2 - 4|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \theta$ ，

$\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} \cdot \cos \theta = \frac{1}{2}$ ，所以 $\cos \theta = \frac{|\vec{b}|}{2|\vec{a}|}$ ，

$\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量为 $\frac{2}{3}\vec{r}$ ，则 $|\vec{b}| \cdot \cos \theta \cdot \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{2}{3}\vec{r}$ ，

$$\text{所以 } \frac{|b|}{|a|} \cdot \cos \theta = \frac{2}{3}, \text{ 即 } \frac{|b|}{|a|} \cdot \frac{|b|}{2|a|} = \frac{2}{3}, \text{ 则 } \frac{|a|}{|b|} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故选：B.

7. A

【分析】由题意确定几何体 $AEF-A_1B_1C_1$ 为三棱台，再结合棱台的体积公式求出三棱台

$AEF-A_1B_1C_1$ 的体积和棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积之间的关系，即可求得答案.

【详解】因为在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$ ， $\frac{AF}{AC} = \frac{2}{3}$ ，

故 $EF \parallel BC$ ， $EF = \frac{2}{3}BC$ ， $\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{4}{9}S_{\triangle ABC}$ ，

则 $\frac{EF}{B_1C_1} = \frac{AF}{A_1C_1} = \frac{AE}{A_1B_1} = \frac{2}{3}$ ，故几何体 $AEF-A_1B_1C_1$ 为三棱台；

设三棱台 $AEF-A_1B_1C_1$ 的体积为 V_1 ，几何体 B_1C_1-BCFE 的体积为 V_2 ，

设 h 为三棱柱的高，则 $V_1 = \frac{1}{3}(S_{\triangle AEF} + \sqrt{S_{\triangle AEF} \cdot S_{\triangle A_1B_1C_1}} + S_{\triangle A_1B_1C_1}) \cdot h$ ，

$= \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9}S_{\triangle ABC} + \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ABC}\right) \cdot h = \frac{19}{27}S_{\triangle ABC} \cdot h = \frac{19}{27}V_{ABC-A_1B_1C_1}$ ，

故 $V_2 = V_{ABC-A_1B_1C_1} - V_1 = \frac{8}{27}V_{ABC-A_1B_1C_1} = \frac{8}{27} \times 3\sqrt{3} \times 3 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ ，

故选：A

8. D

【分析】设三人能力分别为强、中、弱，然后列举出三人参加面试的所有次序，再分别找出该公司录用到能力最强的人和录用到能力中等的人的情况，利用古典概型的概率公式可求出 p, q 。

【详解】设三人能力分别为强、中、弱，则三人参加面试的次序为：

(强、中、弱)，(强、弱、中)，(中、强、弱)，(中、弱、强)，(弱、中、强)，(弱、强、中)，总数 $n=6$ ，

按“不录用第一个接受面试的人，如果第二个接受面试的人比第一个能力强，就录用第二个人，否则就录用第三个人”的规定，

该公司录用到能力最强的人包含的结果有：(中、强、弱)，(中、弱、强)，(弱、强、中)，共 3 种情况，

所以该公司录用到能力最强的人的概率 $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ，

该公司录用到能力中等的人包含的结果有：（强、弱、中），（弱、中、强），共 2 种情况，

所以该公司录用到能力中等的人的概率 $q = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故选：D

9. AD

【分析】根据简单随机抽样的特点可判断 A；根据平均数以及方差的计算公式可判断 BD；根据一组数据中的每个数据都乘以一个数后的性质可判断 C.

【详解】对于 A，简单随机抽样是等可能抽样，即每个个体被抽到的可能性均为 $\frac{4}{40} = 10\%$ ，

A 正确；

对于 B，数据 1，2， m ，6，7 的平均数为 4，即 $m = 4 \times 5 - 1 - 2 - 6 - 7 = 4$ ，

故这组数据的方差为 $s^2 = \frac{1}{5}[(1-4)^2 + (2-4)^2 + (4-4)^2 + (6-4)^2 + (7-4)^2] = \frac{26}{5}$ ，B 错误；

对于 C，将一组数据中的每个数据都乘以 3 后，方差也变为原来的 9 倍，C 错误；

对于 D，样本中又加入一个新数据 5，此时样本容量为 9，平均数为 $\frac{8 \times 5 + 5}{9} = 5$ ，

方差为 $\frac{8 \times 2 + (5-5)^2}{9} = \frac{16}{9} < 2$ ，D 正确，

故选：AD

10. ABD

【分析】利用平移法可求出直线 A_1B 与 EF 所成的角，判断 A；根据线面平行的判定定理可判断 B；采用反证法可判断 C；根据线面角的定义求出直线 CD 与平面 DEF 所成角的正弦值，判断 D.

【详解】对于 A，连接 BC_1, C_1A ，则 $BC_1 = A_1B = A_1C_1$ ，即 $\triangle A_1BC_1$ 为正三角形，

又 E, F 分别为 BC, CC_1 的中点，故 $EF \parallel BC_1$ ，

故直线 A_1B 与 EF 所成的角即为 A_1B, BC_1 所成角或其补角，而 $\angle A_1BC_1 = 60^\circ$ ，

故直线 A_1B 与 EF 所成的角的大小为 60° ，A 正确；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/146153114202010215>