

实验案例赶上火车的概率

1 实验案例1.1 赶上火车的概率1.1.1 问题描述

如图，一列火车从A站开往B站，某人每天赶往B站上这趟火车。他已了解到：

- (1) 火车从A站到B站的运行时间是均值为30分钟，标准差为2分钟的 随机变量；
- (2) 火车在下午大约1点离开A站，离开时刻的频率分布如下：

出发时刻	午后1:00	午后1:05	午后1:10
频率	0.7	0.2	0.1

此人到达B站的时刻频率分布为：

时刻	午后1:28	午后1:30	午后1:32	午后1:34
频率	0.3	0.4	0.2	0.1

问他能赶上火车的概率是多少？

1.1.2 变量说明

T :火车从A站出发的时刻；

气： 火车从A站到B站的运行时间； 单位： 分钟

τ_3 ： 他到达B站的时刻

1.1.3 问题分析与假设

此问题包含多个随机因素。

这里假设 L 、 t_2 、 T 都是随机变量，其中 t_2 服从正态分布。

1.1.4 模型建立

很显然，他能及时赶上火车的条件是： $T_3 < T * t_2$ 。为了简化计算，将下午1点记为初始时刻。

T 和 t_3 的分布律如下：

T / min	28	30	32	34
$P(T)$	0.3	0.4	0.2	0.1

为了模拟随机变量。如果 r 为在（0，1）均匀分布的随机数，为了模拟随机变量

t_1 、 t_3 ，可以通过如下方法。

$$t_3 = \begin{cases} 28, & 0 < r < 0.3 \\ 30, & 0.3 < r < 0.7 \\ 32, & 0.7 < r < 0.9 \\ 34, & 0.9 < r < 1 \end{cases}$$

其中， r_1 和 r_3 分别用来模拟随机变量 T_1 和 T_3

1.1.5 模拟算法

变量说明：

临时变量，存储当前累计模拟次数

count 存储赶上火车的次数

第1步 输入模拟次数n

第 2 步 k=1, count=0

第3步 当k<=n, 执行第4步, 否则执行第12步

第4步 生成均匀分布随机数赋给r

第5步 由r及公式确定T1模拟火车出发时刻

第6步 生成均匀分布随机数赋给r;

第7步 由r及公式确定T3模拟人达到时刻

第8步 生成正态分布随机数T2模拟火车运行时间

第 9 步 IF T1+T2 > T3, count二count+1, END

第 10 步 k = k + 1

第11步执行第3步

第12步输出赶上火车频率p=count/n

1.1.6 模拟程序

%sim_train.m

total二input (' 输入模拟次数: ') ;

count=0;

for i=1:total,

%模拟随机变量t1 (火车从A站出发的时刻)

rt1=rand;

```
if rt1<0.7
```

```

        T1=0;

elseif rt1>=0.7 & rt1<0.9

        T1=5;

else

        T1=10;

end

%模拟随机变量t2 （火车的运行时间） T2=30+randn*2;

%模拟随机变量t3 （他到达B站的时刻） rt3=rand;

if rt3<0.3

        T3=28;

elseif rt3>=0.3 & rt3<0.7

        T3=30;

elseif rt3>=0.7 & rt3<0.9

        T3=32;

else

        T3=34;

end

if T3 < T1 + T2,%赶上了

        count二count+1;

end

end%for prob二count/total

```

1.1.7 模拟结果

命令行中输入以下语句： `simtrain`

运行结果输出：

输入模拟次数：100 prob =

0.6302

此次运行结果显示赶上火车的近似概率为0.6左右。下面列表给出多次运行模拟程序的结果。

序号	模拟次数	近似概率p
1	500	0.6280
2	500	0.6920
3	1000	0.6530
4	1000	0.6490
5	5000	0.6260
6	5000	0.6288

1.1.8 评价与改进方向

为了计算赶上火车的概率，本文采用了随机系统模拟的方法。如果能够从模型出发，对赶上火车的概率进行[近似计算](#)，然后与模拟结果进行对比，这样模拟会更有说明力。

1.1.9 思考题

- （1） 请思考用其它方法计算赶上火车的概率或近似概率。
- （2） 如果要使得他赶上火车的概率大于95%，你有什么办法？结合上面的数学模型及模拟程序来思考。
- （3） 通过该问题的建模求解，你能归纳出一般系统模拟的方法步骤么？

1 实验案例1.1 案例：理发店模拟

例子：一个理发店有两位服务员A和B，顾客们随机到达店内，其中60%的顾客仅需剪发，每位花5分钟时间，另外40%顾客既要剪发又要洗发，每位用时8分钟。

理发店是个含有多种随机因素的系统，请对该系统进行模拟，并对其进行评判。

（准备怎么做）

可供参考内容

“排队论”，“系统模拟”，“离散系统模拟”，“事件调度法”

理发店系统包含诸多随机因素，为了对其进行评判就是要研究其运行效率，从理发店自身利益来说，要看服务员工作负荷是否合理，是否需要增加员工等考虑。从顾客角度讲，还要看顾客的等待时间，顾客的等待队长，如等待时间过长或者等待的人过多，则顾客会离开。理发店系统是一个典型的排队系统，可以用排队论有关知识来研究。

1.1.2 模型假设

- 1. 60%的顾客只需剪发，40%的顾客既要剪发，又要洗发；
- 2. 每个服务员剪发需要的时间均为5分钟，既剪发又洗发则花8分钟；
- 3. 顾客的到达间隔时间服从指数分布；
- 4. 服务中服务员不休息。

1.1.3 变量说明

u：剪发时间（单位：分钟），u=5m；

v：既剪发又理发花的时间（单位：分钟），v=8m；

T：顾客到达的间隔时间，是随机变量，服从参数为*的指数分布，（单位：分钟）

1

T：顾客到达的平均间隔时间（单位：秒）， $T = \frac{1}{\lambda}$

1.1.4 模型建立

由于该系统包含诸多随机因素，很难给出解析的结果，因此可以借助计算机模拟对该系统进行模拟。

考虑一般理发店的工作模式，一般是上午9：00开始营业，晚上10：00左右结束，且一般是连续工作的，因此一般营业时间为13小时左右。

这里以每天运行12小时为例，进行模拟。

这里假定顾客到达的平均间隔时间T服从均值3分钟的指数分布，

则有

3小时到达人数约为

6小时到达人数约为 $\frac{6 \times 60}{3} = 120$ 人

10小时到达人数约为 $\frac{6 \times 60}{3} = 200$ 人,

这里模拟顾客到达数为60人的情况。

（如何选择模拟的总人数或模拟总时间

1. 1.5 系统模拟

根据系统模拟的一般方法，需要考虑系统的如下数据、参数。

1. 状态（变量）

(1)	等待服务的顾客数；
(2)	A是否正在服务；
(3)	B是否正在服务；

2. 实体：两名服务员、顾客们

3. 事件：

(1)	一名新顾客的到达；
(2)	A开始服务；
(3)	A结束服务；
(4)	B开始服务；
(5)	B结束服务；

4. 活动：

(1)	顾客排队时间
(2)	顾客们到达的间隔时间
(3)	A的服务时间
(4)	B的服务时间；

在系统模拟时，为了研究系统的整体情况，这里考虑顾客到达后不离开，且等待队长不限。

要考虑如果服务员均空闲时，顾客先选择谁服务？

要考虑模拟的时间设置还有顾客数目。

模拟终止条件是根据顾客数目还是根据营业时间终止？

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/146235201030010105>