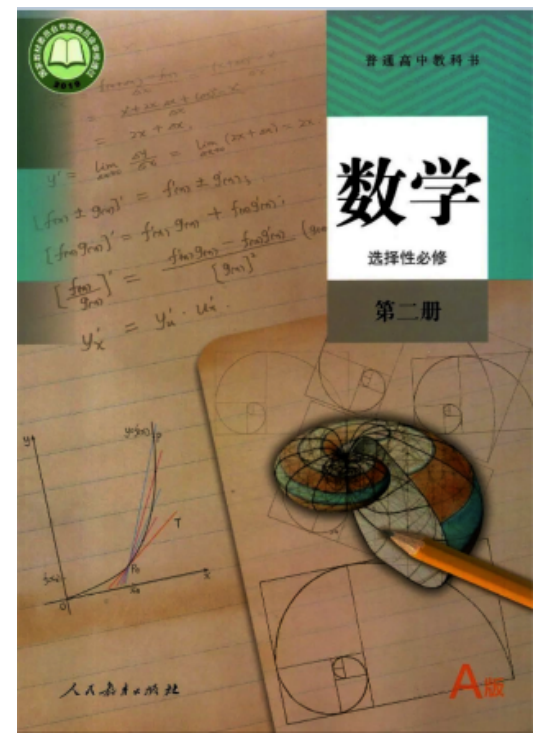


人教A版2019选择性必修第二册

第 4 章 数列

4.1 数列（第1课时）



学习目标：

- 1.通过日常生活和数学中的实例，了解**数列的概念、表示方法**（列表、图象、通项公式）以及**数列的分类**。
- 2.了解数列是一种特殊函数，并能通过函数思想研究**数列的性质**。

第四章 数列

对数列的研究源于现实生产、生活的需要。例如，一棵树在某一时刻的高度是 $2m$ ，如果在每年的同一时刻都记录下这棵树的高度，并按先后顺序排列起来，就得到一系列数。人们常用这样的一系列数有序地表达一类事物，或者记录一个过程。像这样按照确定的顺序排列的一系列数称为数列。

如果用正整数表示事物发展过程的先后顺序，并且把这样的正整数看作自变量的取值，把事物的对应值看作相应的函数值，那么数列就是定义在正整数集(或正整数集的有限子集)上的一类离散函数，数列无论在理论研究还是在实际应用中都非常重要。

本章我们将学习数列的概念和表示方法，并研究两类特殊的数列——等差数列和等比数列，探索它们的取值规律，建立它们的通项公式、前 n 项和公式，并应用它们解决一些问题. 我们将把数列看成一类特殊的函数，并用函数的思想方法研究数列. 我们还将学习数学归纳法，这是一种证明与正整数有关的数学命题的特殊方法.

在本章的学习中，我们可以体验通过数学抽象获得一个数学对象，并通过数学运算、逻辑推理等进行研究的过程和方法；通过建立数学模型刻画具有递推规律的事物，提高解决实际问题的能力.

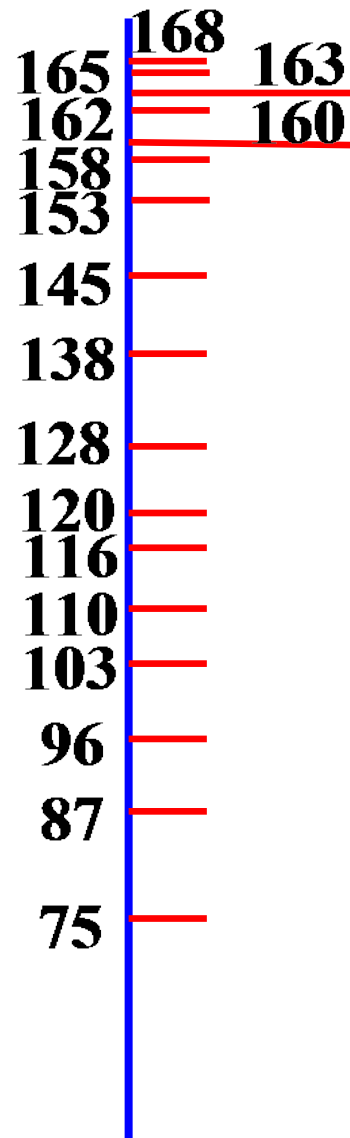
在现实生活和数学学习中,我们经常需要根据问题的意义,通过对一些数据按特定顺序排列的方法来刻画研究对象.例如:

1.王芳从1岁到17岁,每年生日那天测量身高,将这些身高数据(单位: *cm*)依次排成一系列数:

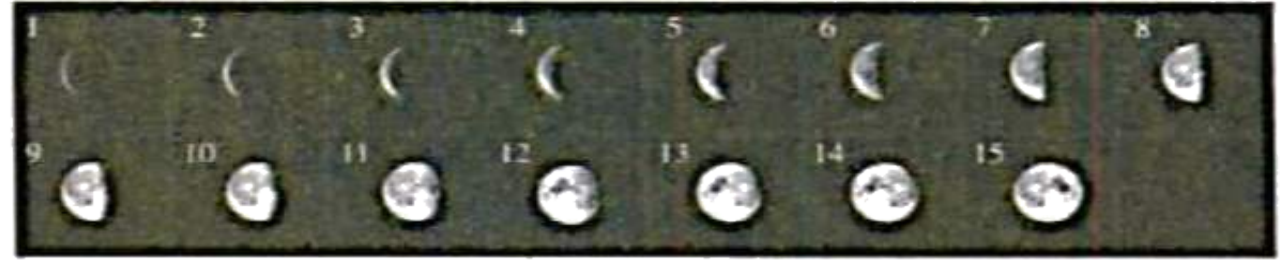
75, 87, 96, 103, 110, 116, 120, 128, 138,
145, 153, 158, 160, 162, 163, 165, 168. ①

记王芳第*i*岁时的身高为 h_i ,那么 $h_1=75$, $h_2=87$, ..., $h_{17}=168$. 我们发现, h_i 中的*i*反映了身高按岁数从1到17的顺序排列时的确定位置, 即 $h_1=75$ 是排在第1位的数, $h_2=87$ 是排在第2位的数, ..., $h_{17}=168$ 是排在第17位的数, 它们之间不能交换位置.

所以, ①是具有确定顺序的一系列数.



2. 在两河流域发掘的一块泥版(编号 K90, 约产生于公元前 7 世纪)上, 有一列依次表示一个月中从第 1 天到第 15 天每天月亮可见部分的数:



5, 10, 20, 40, 80, 96, 112, 128,
144, 160, 176, 192, 208, 224, 240. ②

记第 i 天月亮可见部分的数为 s_i , 那么 $s_1=5, s_2=10, \dots, s_{15}=240$. 反映了月亮可见部分的数按日期从 1 到 15 的顺序排列时的确定位置, 即 $s_1=5$ 是排在第 1 位的数, $s_2=10$ 是排在第 2 位的数, \dots , $s_{15}=240$ 是排在第 15 位的数. 它们之间不能交换位置.

所以, ②也是具有确定顺序的一列数.

3. $-\frac{1}{2}$ 的 n 次幂按 1 次幂、2 次幂、3 次幂、4 次幂 L 依次排成一列数. $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \text{L} \dots$ ③

思考? 你能仿照上面的叙述, 说明③也是具有确定顺序的一列数吗?

记 $-\frac{1}{2}$ 的第 i 次幂为 p_i , 即 $p_1 = -\frac{1}{2}$ 是排在第 1 位的数, $p_2 = \frac{1}{4}$ 是排在第 2 位的数, $p_3 = -\frac{1}{8}$ 是排在第 3 位的数, L p_i 中的 i 反映了 $-\frac{1}{2}$ 的 i 次幂按指数从小到大的顺序排列时的确定位置, 所以, ③也是具有确定顺序的一列数.

归纳:上面三个例子的共同特征是什么?

一、数列的概念

一般地,我们把按照确定的顺序排列的一列数称为**数列**.数列中的每一个数都叫做数列的**项**.

数列的第一个位置上的数叫做这个数列的**第1项**(或首项),常用符号 a_1 表示,第二个位置上的数叫做这个数列的**第2项**,用符号 a_2 表示 \cdots ,第 **n** 个位置上的数叫做这个数列的**第 n 项**,用符号 a_n 表示.

数列的一般形式是: $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 简记为 $\{a_n\}$.

项数有限的数列叫做**有穷数列**,项数无限的数列叫做**无穷数列**

数列 $\{a_n\}$ 中的每一项 a_n 与它的序号 n 有下面的对应关系:

序号	1	2	3	...	n	...
	↓	↓	↓		↓	
项	a_1	a_2	a_3	...	a_n	...

所以数列 $\{a_n\}$ 是从正整数集 N^* (或它的有限子集 $\{1, 2, \dots, n\}$)到实数集 R 的函数, 其自变量是序号 n , 对应的函数值是数列的第 n 项 a_n , 记为 $a_n = f(n)$.

也就是说, 当自变量从1开始, 按照从小到大的顺序依次取值时, 对应的一系列函数值 $f(1), f(2), \dots, f(n), \dots$ 就是数列 $\{a_n\}$.

另一方面,对于函数 $y = f(x)$,如果 $f(n)(n \in N^*)$ 有意义,那么

$f(1), f(2), \dots, f(n), \dots$
构成了一个数列 $\{f(n)\}$.

以前我们学习过的函数的自变量是连续变化的,而数列是自变量为离散的数的函数.

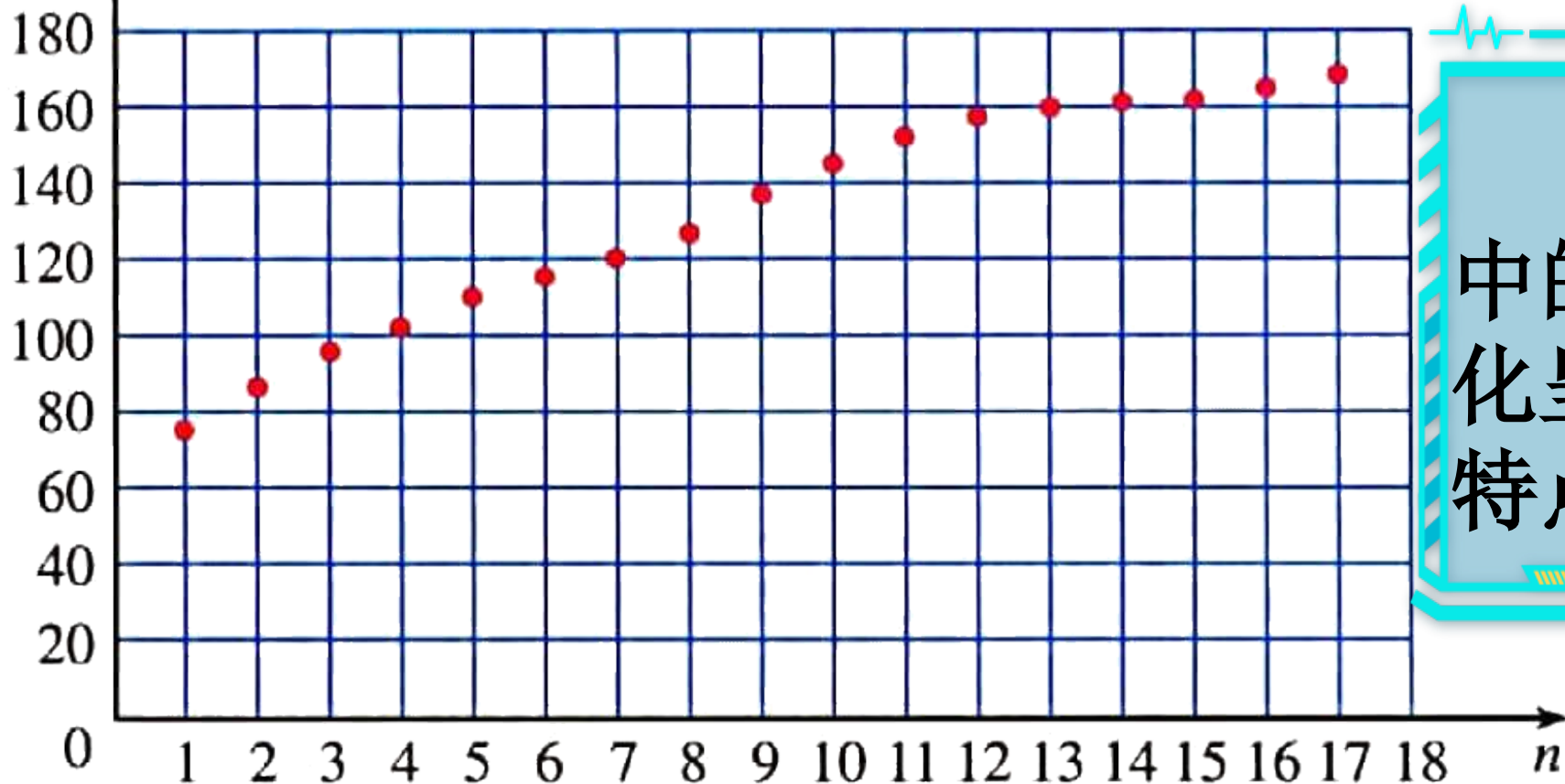
与其他函数一样,数列也可以用表格和图像来表示,例如,数列①可以用表格表示为:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
a_n	75	87	96	103	110	116	120	128	138	145	153	158	160	162	163	165	168

数列①可以用**表格**来表示。

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
a_n	75	87	96	103	110	116	120	128	138	145	153	158	160	162	163	165	168

a_n ↑ 数列①可以用**图象**来表示。



思考？ 数列①中的项随序号的变化呈现出什么样的特点？

二、数列的分类：

1. 以项数来分类：

(1) 有穷数列：项数有限的数列；

(2) 无穷数列：项数无限的数列.

2. 以各项的大小关系来分类：

(1) 递增数列：从第2项起，每一项都大于它的前一项的数列.

对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ，总有 $a_{n+1} > a_n$ (或 $a_{n+1} - a_n > 0$).

(2) 递减数列：从第2项起，每一项都小于它的前一项的数列.

对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ，总有 $a_{n+1} < a_n$ (或 $a_{n+1} - a_n < 0$).

(3) 常数列：各项都相等的数列；

(4) 摆动数列：从第2项起,有些项大于它的前一项,有些项小于它的前一项的数列.

练习

下列数列哪些是有穷数列？哪些是无穷数列？哪些是递增数列？

哪些是递减数列？哪些是常数列？

(1) $1, 0.84, 0.84^2, 0.84^3, \dots$;

(2) $2, 4, 6, 8, 10, \dots$;

(3) $7, 7, 7, 7, \dots$;

(4) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$;

(5) $10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1$;

(6) $0, -1, 2, -3, 4, -5, \dots$.

解 (5)是有穷数列；

(1)(2)(3)(4)(6)是无穷数列；

(2)是递增数列；

(1)(4)(5)是递减数列；

(3)是常数列.

三、数列的通项公式

如果数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与与它的序号 n 之间的对应关系可以用一个式子来表示，那么这个式子就叫做这个数列的**通项公式**。

例如，数列③的通项公式为：
$$a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n.$$

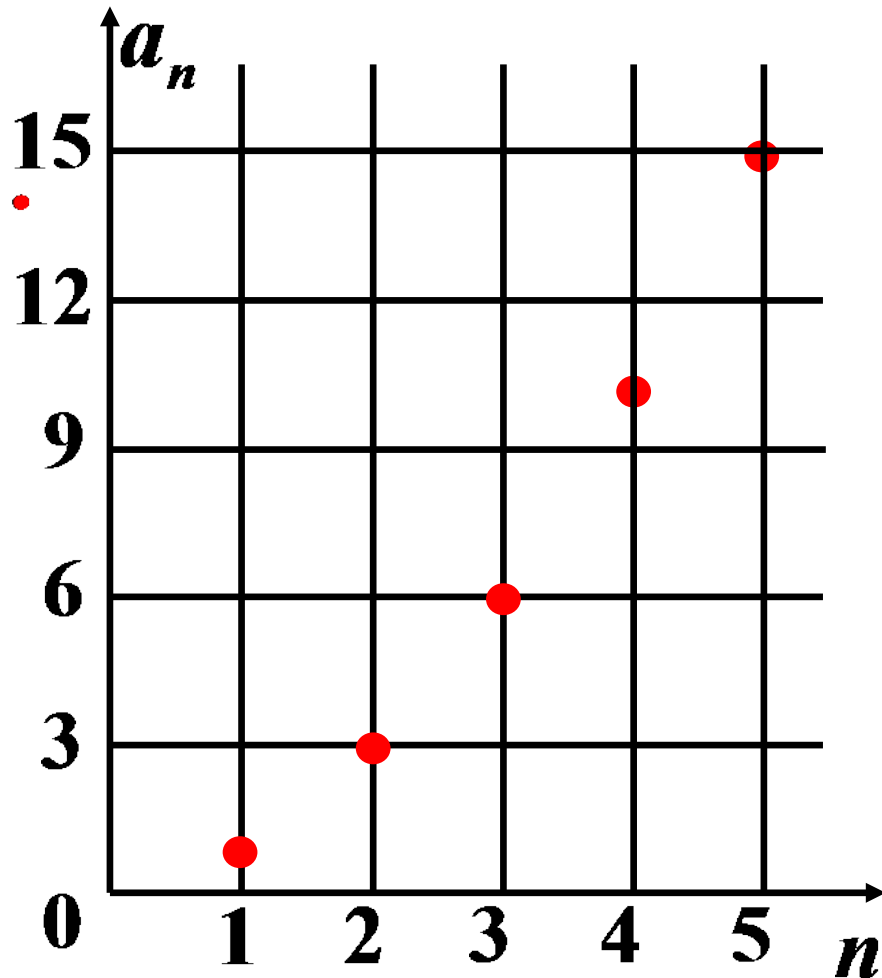
显然，通项公式就是数列的函数解析式，根据通项公式可以写出数列的各项。

四、典例解析

例1 根据下列数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，写出前5项，并画出它们的图象：

$$(1)a_n = \frac{n^2 + n}{2}; \quad (2)a_n = \cos \frac{(n-1)\pi}{2}$$

解：(1)当通项公式中的 $n=1, 2, 3, 4, 5$ 时，数列 $\{a_n\}$ 的前5项依次为1, 3, 6, 10, 15. 图象如图所示.

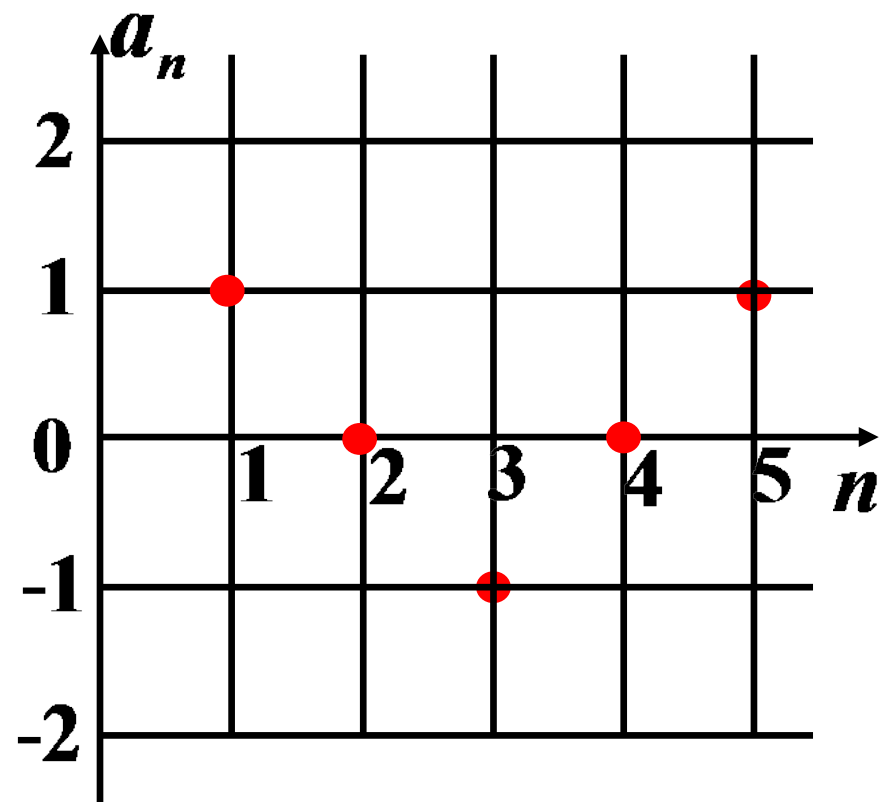


例1 根据下列数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，写出前5项，并画出它们的图象：

$$(2) a_n = \cos \frac{(n-1)\pi}{2} .$$

解：(1) 当通项公式中的 $n=1, 2, 3, 4, 5$ 时，数列 $\{a_n\}$ 的前5项依次为1, 0, -1, 0, 1.

图象如图所示.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/147031136112006135>