

第五章 一元函数的导数及其应用 章末测试（基础）

一、单选题(每题 5 分, 每题只有一个选项为正确答案, 8 题共 40 分)

1. (2022·天津中) 若 $f(x) = x^2 - 2x - 4\ln x$, 则 $f'(x) > 0$ 的解集为 ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)$

2. (2021·四川省) $f(x) = x^2 + x + 3$, 则 $f'(1) =$ ()

- A. 6 B. 5 C. 3 D. 2

3. (2022·全国·高三阶段练习(文)) 函数 $y = (x+1)e^x - \frac{x^2}{2} - 2x$ 的极小值为 ()

- A. $2 - \frac{1}{e^2}$ B. 1 C. 2 D. e

4. (2022·黑龙江) 曲线 $f(x) = (x+1)e^x$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 ()

- A. $2x + y + 1 = 0$ B. $2x + y - 1 = 0$
C. $2x - y + 1 = 0$ D. $2x - y - 1 = 0$

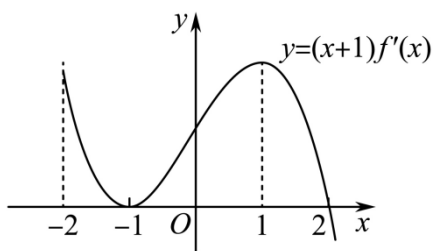
5. (2022·江西) 已知函数 $f(x) = (a-3)x - ax^3$ 在 $[-1, 1]$ 上的最小值为 -3 , 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $[12, +\infty)$ C. $[-1, 12]$ D. $\left[-\frac{3}{2}, 12\right]$

6. (2022·福建·莆田第三中学高三期中) 已知函数 $f(x) = e^x - x^2 + 2ax$, 若 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增, 求实数 a 的取值范围 ()

- A. $(-\infty, \ln 2]$ B. $(-\infty, \ln 2 - 1]$ C. $[\ln 2, +\infty)$ D. $[\ln 2 - 1, +\infty)$

7. (2022·河南) 如图是函数 $f(x)$ 的图象, 则函数 $f(x)$ 的解析式可以为 ().



- A. $x = -1$ 是 $f(x)$ 的零点
- B. $x = 2$ 是 $f(x)$ 的极大值点
- C. $f(x)$ 在区间 $(-2, -1)$ 上单调递减
- D. $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上不存在极小值

12. (2022·浙江·绍兴一中) 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $f(x) - (x^2 + x)f'(x) > 0$ 恒成立, 则 ()

- A. $4f(1) < 3f(2)$
- B. $9f(2) > 8f(3)$
- C. $3f(1) > 2f(3)$
- D. $16f(3) > 15f(4)$

三、填空题(每题 5 分, 4 题共 20 分)

13. (河南省豫南九校 2023-2024 学年高三上学期第一次联考数学(文)试题) 若曲线 $f(x) = a \ln x + x^3 - 2x$ 在 $x = 1$ 处的切线与直线 $x + 4y - 7 = 0$ 相互垂直, 则 $a =$ _____.

14. (2022·浙江杭州) 已知 $f(x) = x^3 - x$, 过点 $(1, t)$ 可作曲线 $y = f(x)$ 的三条切线, 则 t 的范围是 _____.

15. (2022·天津·大港一中) 若函数 $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2m}$ 在 $(-\infty, -1)$ 上是减函数, 则实数 m 的取值范围为 _____.

16. (2022·湖北) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} mx, & x \leq 0 \\ e^x, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $h(x) = f(x) + f(-x)$ 的零点一共有 3 个, 则实数 m

的取值为_____.

四、解答题（17题10分，其余每题12分，6题共70分）

17.（2022·湖北）已知函数 $f(x) = \frac{3-2x}{x^2+a}$.

(1)若 $a=0$ ，求 $y=f(x)$ 的单调区间；

(2)若函数 $f(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极值，求 $f(x)$ 的最大值和最小值.

18.（2023·四川资阳）已知函数 $f(x) = x^3 - ax + 1$.

(1)当 $a=1$ 时，过点 $(1,0)$ 作曲线 $y=f(x)$ 的切线 l ，求 l 的方程；

(2)当 $a \leq 0$ 时，对于任意 $x > 0$ ，证明： $f(x) > \cos x$.

19.（2021·陕西·无高二期中（理））已知函数 $f(x) = \frac{3-2x}{x^2+a}$.

(1)若 $a=0$ ，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(2)若 $f(x)$ 在 $x=4$ 处取得极值，求 $f(x)$ 的单调区间，以及其最大值与最小值.

20. (2023·江西) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax + a, a \in \mathbb{R}$.

(1)当 $a=-1$ 时，求 $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上的最值；

(2)讨论 $f(x)$ 的极值点的个数.

21. (山西省吕梁市 2023 届高三上学期阶段性测试数学试题) 函数 $f(x) = x^2 - ax - 3 \ln x$.

(1)当 $a=-1$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值；

(2) 已知直线 $y = -3x + 2$ 是曲线 $y = f(x)$ 的切线，求 a 的值.

22. (2022·海南) 设函数 $f(x) = \ln(2x+3) + x^2$

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right]$ 的最大值和最小值.

第五章 一元函数的导数及其应用 章末测试（基础）

二、单选题(每题5分, 每题只有一个选项为正确答案, 8题共40分)

1. (2022·天津中) 若 $f(x) = x^2 - 2x - 4\ln x$, 则 $f'(x) > 0$ 的解集为 ()

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)$

答案: C

【解析】由 $f(x) = x^2 - 2x - 4\ln x$ 得, $f'(x) = 2x - 2 - \frac{4}{x}$, $x > 0$

令 $2x - 2 - \frac{4}{x} > 0$ 且 $x > 0$, 解得 $x > 2$ 即 $f'(x) > 0$ 的解集为 $(2, +\infty)$ 故选: C.

2. (2021·四川省) $f(x) = x^2 + x + 3$, 则 $f'(1) =$ ()

- A. 6 B. 5 C. 3 D. 2

答案: C

【解析】 $f'(x) = 2x + 1$, 则 $f'(1) = 3$. 故选: C.

3. (2022·全国·高三阶段练习(文)) 函数 $y = (x+1)e^x - \frac{x^2}{2} - 2x$ 的极小值为 ()

- A. $2 - \frac{1}{e^2}$ B. 1 C. 2 D. e

答案: B

【解析】由 $y = f(x) = (x+1)e^x - \frac{x^2}{2} - 2x$, 得 $f'(x) = e^x + (x+1)e^x - x - 2 = (x+2)(e^x - 1)$,

当 $x < -2$ 或 $x > 0$ 时, $f'(x) > 0$, 当 $-2 < x < 0$ 时, $f'(x) < 0$,

所以函数 $y = (x+1)e^x - \frac{x^2}{2} - 2x$ 在 $(-\infty, -2)$ 上单调递增, 在 $(-2, 0)$ 上单调递减, 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

所以函数 $f(x) = (x+1)e^x - \frac{x^2}{2} - 2x$ 的极小值为 $f(0) = 1$.

故选: B.

4. (2022·黑龙江) 曲线 $f(x) = (x+1)e^x$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 ()

- A. $2x + y + 1 = 0$ B. $2x + y - 1 = 0$
C. $2x - y + 1 = 0$ D. $2x - y - 1 = 0$

答案: C

【解析】由 $f(x) = (x+1)e^x$ 得 $f'(x) = (x+2)e^x$,

故 $f'(0) = (0+2)e^0 = 2$, 而 $f(0) = 1$,

故曲线 $f(x) = (x+1)e^x$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y - 1 = 2(x - 0)$, 即 $2x - y + 1 = 0$,

故选：C.

5. (2022·江西) 已知函数 $f(x) = (a-3)x - ax^3$ 在 $[-1, 1]$ 上的最小值为 -3 ，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $[12, +\infty)$ C. $[-1, 12]$ D. $\left[-\frac{3}{2}, 12\right]$

答案：D

【解析】当 $a=0$ 时， $f(x) = -3x$ 在 $[-1, 1]$ 单调递减，

且最小值为 $f(1) = -3$ ，满足条件，故可排除 A, B;

当 $a = -\frac{3}{2}$ 时， $f(x) = \frac{3}{2}x^3 - \frac{9}{2}x$ ， $f'(x) = \frac{9}{2}x^2 - \frac{9}{2} = \frac{9}{2}(x^2 - 1)$ ，

$x \in [-1, 1]$ 时， $f'(x) \leq 0$ ， $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 单调递减，

所以最小值为 $f(1) = -3$ ，满足条件，故可排除 C;

故选：D

6. (2022·福建·莆田第三中学高三期中) 已知函数 $f(x) = e^x - x^2 + 2ax$ ，若 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增，求实数 a 的取值范围 ()

- A. $(-\infty, \ln 2]$ B. $(-\infty, \ln 2 - 1]$ C. $[\ln 2, +\infty)$ D. $[\ln 2 - 1, +\infty)$

答案：D

【解析】 $f'(x) = e^x - 2x + 2a$ ，设 $g(x) = e^x - 2x + 2a$ ，则 $g'(x) = e^x - 2$ ，

当 $x < \ln 2$ 时， $g'(x) < 0$ ；当 $x > \ln 2$ 时， $g'(x) > 0$ ，

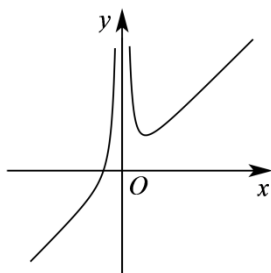
故 $g(x)$ 在 $(-\infty, \ln 2)$ 上为减函数，在 $(\ln 2, +\infty)$ 上为增函数，

故 $g(x)_{\min} = g(\ln 2) = 2 - 2\ln 2 + 2a$ 。

因为 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增，故 $g(x)_{\min} \geq 0$ ，故 $a \geq \ln 2 - 1$ ，

故选：D.

7. (2022·河南) 如图是函数 $f(x)$ 的图象，则函数 $f(x)$ 的解析式可以为 ()。



A. $e^x + \ln|x|$

B. $e^{-x} + e^{2x}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/147042134051006113>