

备战 2024 中考数学一轮复习

第四章三角形

第 6 讲尺规作图

No 考向解读

① 考点精析

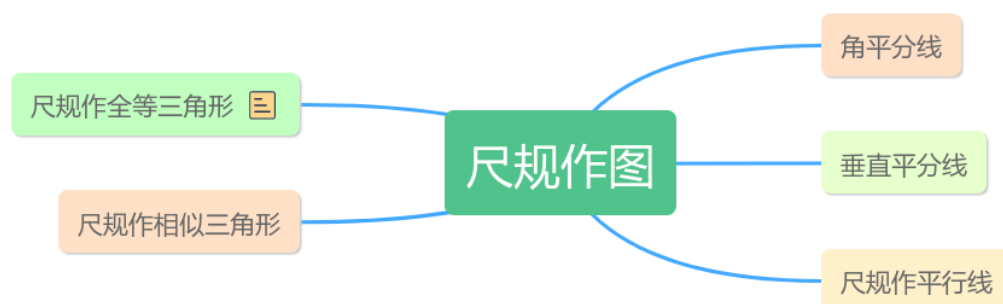
② 真题精讲

③ 题型突破

④ 专题精练

第 6 讲尺规作图

→①考点精析←



→②真题精讲←

考向一尺规作平行线

考向二尺规作角平分线

考向三尺规作垂直平分线

考向四尺规作全等三角形

考向五尺规作相似三角形

第 6 讲尺规作图

→①考点精析←

一、尺规作图

1. 尺规作图的定义:在几何里,把限定用没有刻度的直尺和圆规来画图称为尺规作图.

2. 五种基本作图

1) 作一条线段等于已知线段; 2) 作一个角等于已知角; 3) 作一个角的平分线; 4) 作一条线段的垂直平分线; 5) 过一点作已知直线的垂线.

3. 根据基本作图作三角形

1) 已知三角形的三边, 求作三角形; 2) 已知三角形的两边及其夹角, 求作三角形;
3) 已知三角形的两角及其夹边, 求作三角形; 4) 已知三角形的两角及其中一角的对边, 求作三角形;
5) 已知直角三角形一直角边和斜边, 求作直角三角形.

4. 与圆有关的尺规作图

1) 过不在同一直线上的三点作圆 (即三角形的外接圆); 2) 作三角形的内切圆.

5. 有关中心对称或轴对称的作图以及设计图案是中考常见类型.

6. 作图题的一般步骤

(1) 已知; (2) 求作; (3) 分析; (4) 作法; (5) 证明; (6) 讨论.

其中步骤 (3) (4) (5) (6) 一般不作要求, 但作图中一定要保留作图痕迹.

二、尺规作图的方法

1. 尺规作图的关键

1) 先分析题目, 读懂题意, 判断题目要求作什么; 2) 读懂题意后, 再运用几种基本作图方法解决问题.

2. 根据已知条件作等腰三角形或直角三角形

求作三角形的关键是确定三角形的三个顶点, 作图依据是三角形全等的判定, 常借助基本作图来完成, 如作直角三角形就先作一个直角.

尺规作图是指用没有刻度的直尺和圆规作图. 尺规作图可以作出许多基本图形, 如线段、角、等腰三角形、矩形、正方形、正五边形、正六边形等.

一、平行线的尺规作法:

已知直线 a 和直线外一点 A , 过点 A 作已知直线的平行线 b .

1. 用直尺以点 A 为圆心, 适当长为半径画弧, 交直线 a 于点 C 和点 D .
2. 分别以点 C 、 D 为圆心, 大于二分之一 CD 的长为半径画弧, 两弧相交于点 E .
3. 连接 AE , 并延长 AE 交直线 b 于点 B .
4. 直线 AB 就是所求作的平行线.

已知直线 a 和直线外一点 A , 过点 A 作已知直线的平行线 b .

1. 用直尺以点 A 为圆心, 适当长为半径画弧, 交直线 a 于点 C 和点 D .
2. 分别以点 C 、 D 为圆心, 大于二分之一 CD 的长为半径画弧, 两弧相交于点 E .

3. 连接 AE ，并延长 AE 交直线 b 于点 B 。

4. 直线 AB 就是所求作的平行线。

原理：以上两种方法都是利用了同位角相等，两直线平行的原理。

二、角平分线的尺规作法：

以已知角顶点为圆心，以适当长为半径画弧，交角的两边于点 M, N 。

分别以点 M, N 为圆心，大于二分之一 MN 的长为半径画弧，两弧相交于点 P 。

连接 AP ，交角的另一边于点 B 。

射线 BP 就是所求作的角平分线。

原理：角平分线上的点到角两边的距离相等。

三、垂直平分线的尺规作法：

已知线段 AB ，作线段 AB 的垂直平分线。

1. 分别以点 A, B 为圆心，大于二分之一 AB 的长为半径画弧，两弧相交于点 C, D 。

2. 连接 CD ，则 CD 就是线段 AB 的垂直平分线。

原理：线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等。

四、全等三角形的尺规作法：

已知线段 a, b ，求作线段 AB ，使线段 AB 等于线段 a 加线段 b 。

1. 作射线 AM 。

2. 在射线 AM 上截取线段 AC 等于线段 a 。

3. 在射线 CM 上截取线段 CB 等于线段 b 。

4. 连接线段 AB 。

则线段 AB 就是所求作的线段，且线段 AB 等于线段 a 加线段 b 。

原理：两点之间线段最短。

五、相似三角形的尺规作法：

已知线段 a, b ，求作线段 AB ，使线段 AB 等于线段 a 乘线段 b 。

1. 作射线 AM 。

2. 在射线 AM 上截取线段 AC 等于线段 a 。

3. 在射线 CM 上截取线段 CB 等于线段 b 。

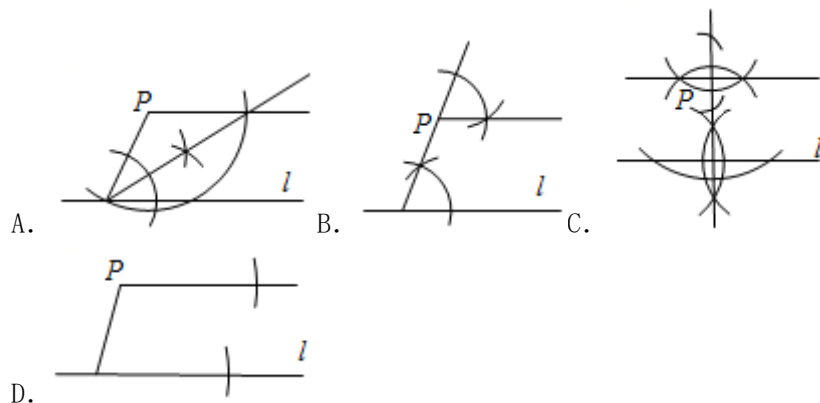
4. 连接线段 AB 。

则线段 AB 就是所求作的线段，且线段 AB 等于线段 a 乘线段 b 。

原理：在比例中，两个外项的积等于两个内项的积。

题型一 尺规作平行线

1. (2022·东海县二模) 过直线 l 外一点 P 作直线 l 的平行线, 下列尺规作图中错误的是 ()



【考点】作图—复杂作图；平行线的判定．版权所有

【专题】线段、角、相交线与平行线；应用意识．

【答案】D

【分析】根据平行线的判定方法一一判断即可．

【解答】解：A、本选项作了角的平分线与等腰三角形，能得到一组内错角相等，从而可证两直线平行，故本选项不符合题意．

B、本选项作了一个角等于已知角，根据同位角相等两直线平行，能判断是过点 P 且与直线 l 的平行直线，本选项不符合题意．

C、由作图可知，垂直于同一条直线的两条直线平行，本选项不符合题意．

D、作图只截取了两条线段相等，而无法保证两直线平行的位置关系，本选项符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查作图 - 复杂作图，平行线的判定等知识，解题的关键是读懂图象信息，属于中考常考题型．

2. (2022·湖北) 已知四边形 $ABCD$ 为矩形，点 E 是边 AD 的中点，请仅用无刻度的直尺完成下列作图，不写作法，保留作图痕迹．

(1) 在图 1 中作出矩形 $ABCD$ 的对称轴 m ，使 $m \parallel AB$ ；

(2) 在图 2 中作出矩形 $ABCD$ 的对称轴 n ，使 $n \parallel AD$ ．

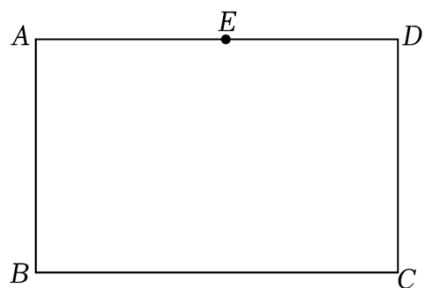


图1

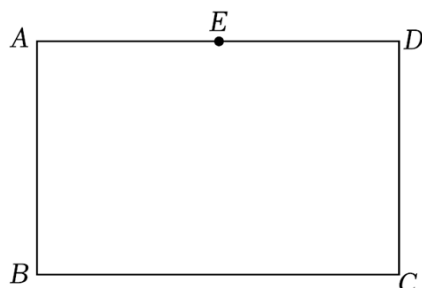


图2

【考点】作图—应用与设计作图．版权所有

【专题】作图题；几何直观．

【答案】（1）（2）作图见解析部分．

【分析】（1）如图 1 中，连接 AC，BD 交于点 O，作直线 OE 即可；

（2）如图 2 中，同法作出点 O，连接 BE 交 AC 于点 T，连接 DT，延长 TD 交 AB 于点 R，作直线 OR 即可．

【解答】解：（1）如图 1 中，直线 m 即为所求；

（2）如图 2 中，直线 n 即为所求；

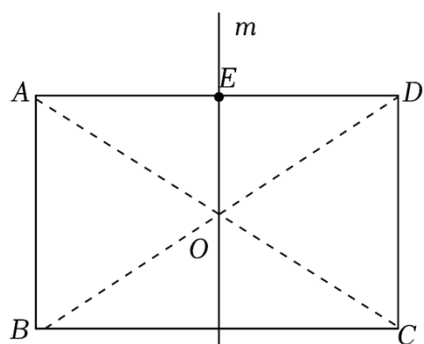


图1

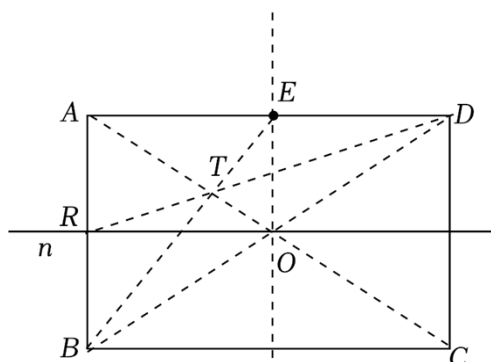
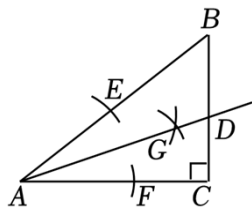


图2

【点评】本题考查作图 - 应用与设计作图，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

题型二尺规作角平分线

3. （2023•辽宁）如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=5$ ， $BC=3$ ，以点 A 为圆心，适当长为半径作弧，分别交 AB，AC 于点 E，F，分别以点 E，F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle BAC$ 的内部相交于点 G，作射线 AG，交 BC 于点 D，则 BD 的长为（ ）



A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{3}$

D. $\frac{5}{3}$

【考点】作图—基本作图；角平分线的性质；勾股定理．版权所有

【专题】等腰三角形与直角三角形；运算能力；推理能力．

【答案】D

【分析】由角平分线的性质定理推出 $CD=MD$ ，由勾股定理求出 AC 的长，由 $\triangle ABC$ 的面积 = $\triangle ACD$ 的面积 + $\triangle ABD$ 的面积，得到 $\frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AC \cdot CD + \frac{1}{2}AB \cdot MD$ ，因此 $4 \times 3 = 4CD + 5CD$ ，即可求出 CD 的长，得到 DB 的长．

【解答】解：作 $DM \perp AB$ 于 M ，

由题意知 AD 平分 $\angle BAC$ ，

$\because DC \perp AC$ ，

$\therefore CD = DM$ ，

$\because \angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ，

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 4$ ，

$\because \triangle ABC$ 的面积 = $\triangle ACD$ 的面积 + $\triangle ABD$ 的面积，

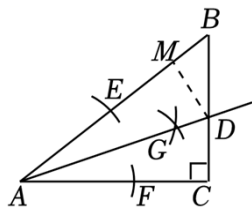
$\therefore \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AC \cdot CD + \frac{1}{2}AB \cdot MD$ ，

$\therefore 4 \times 3 = 4CD + 5CD$ ，

$\therefore CD = \frac{4}{3}$ ，

$\therefore BD = BC - CD = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$ ．

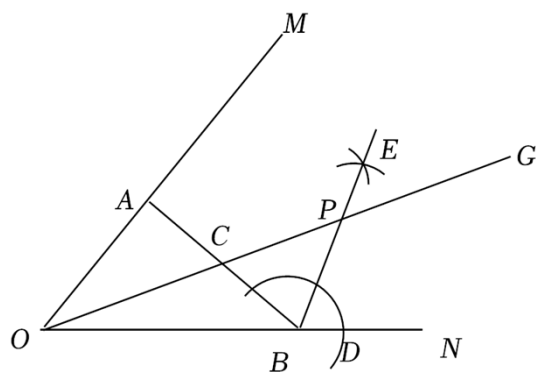
故选：D．



【点评】本题考查勾股定理，角平分线的性质，作图—基本作图，三角形的面积，关键是由

角平分线的性质得到 $CD=MD$ ，由三角形面积公式得到 $\frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AC \cdot CD + \frac{1}{2}AB \cdot MD$ ．

4. (2022•辽宁) 如图, OG 平分 $\angle MON$, 点 A, B 是射线 OM, ON 上的点, 连接 AB . 按以下步骤作图: ①以点 B 为圆心, 任意长为半径作弧, 交 AB 于点 C , 交 BN 于点 D ; ②分别以点 C 和点 D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}CD$ 长为半径作弧, 两弧相交于点 E ; ③作射线 BE , 交 OG 于点 P . 若 $\angle ABN = 140^\circ$, $\angle MON = 50^\circ$, 则 $\angle OPB$ 的度数为 ()



- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

【考点】作图—基本作图. 版权所有

【专题】作图题; 几何直观; 推理能力.

【答案】B

【分析】利用基本作图得到 BP 平分 $\angle ABN$, 则可计算出 $\angle PBN = 70^\circ$, 再利用 OG 平分 $\angle MON$ 得到 $\angle BOP = 25^\circ$, 然后根据三角形外角性质计算 $\angle OPB$ 的度数.

【解答】解: 由作法得 BP 平分 $\angle ABN$,

$$\therefore \angle PBN = \frac{1}{2} \angle ABN = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ,$$

$\because OG$ 平分 $\angle MON$,

$$\therefore \angle BOP = \frac{1}{2} \angle MON = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ,$$

$\therefore \angle PBN = \angle POB + \angle OPB$,

$$\therefore \angle OPB = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ.$$

故选: B.

【点评】解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质, 结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图, 逐步操作.

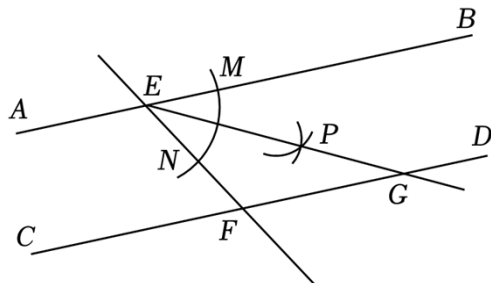
5. (2023•沈阳) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别与 AB, CD 交于点 E, F , 小明同学利用尺规按以下步骤作图:

(1) 以点 E 为圆心, 以任意长为半径作弧交射线 EB 于点 M , 交射线 EF 于点 N ;

(2) 分别以点 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle BEF$ 内交于点 P;

(3) 作射线 EP 交直线 CD 于点 G;

若 $\angle EGF = 29^\circ$, 则 $\angle BEF =$ ____ 度.



【考点】作图—基本作图；平行线的性质．版权所有

【专题】作图题；推理能力．

【答案】58．

【分析】根据角平分线的性质及平行线的性质求解．

【解答】解：由作图得：EG 平分 $\angle BEF$ ，

$$\therefore \angle BEF = 2\angle BEG,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

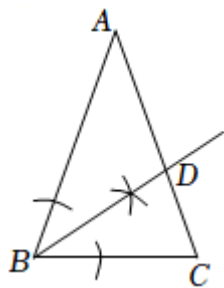
$$\therefore \angle BEG = \angle EGF = 29^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = 2\angle BEG = 58^\circ,$$

故答案为：58．

【点评】本题考查了基本作图，掌握角平分线的性质及平行线的性质是解题的关键．

6. (2022•营口) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 36^\circ$, 由图中的尺规作图得到的射线与 AC 交于点 D, 则以下推断错误的是 ()



A. $BD = BC$

B. $AD = BD$

C. $\angle ADB = 108^\circ$

D. $CD = \frac{1}{2}AD$

【考点】作图—基本作图；等腰三角形的性质．版权所有

【专题】等腰三角形与直角三角形；推理能力．

【答案】D

【分析】根据已知条件 $AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$ ，可得 $\triangle ABC$ 是底角为 72° 的等腰三角形，再根据尺规作图可得 BD 平分 $\angle ABC$ ，再根据等腰三角形的性质对各选项进行判断即可。

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 中，

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle ACB.$$

$$\because \angle A=36^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-36^\circ)=72^\circ.$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABD=\angle CBD=36^\circ.$$

$$\therefore \angle ABD=\angle A.$$

$$\therefore AD=BD. \text{ 故选项 B 正确;}$$

$$\because \angle BDC=\angle A+\angle ABD=72^\circ.$$

$$\therefore \angle C=\angle BDC.$$

$$\therefore BD=BC. \text{ 故选项 A 正确;}$$

$$\because \angle BDC=72^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB=108^\circ. \text{ 故选项 C 正确;}$$

在 $\triangle BCD$ 与 $\triangle ACB$ 中，

$$\because \angle CBD=\angle A=36^\circ, \angle C \text{ 为公共角.}$$

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle ACB.$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CD}{BC}.$$

$$\therefore BC^2=AC \cdot CD.$$

$$\because BC=BD=AD, AC=AD+CD.$$

$$\therefore AD^2=(AD+CD) \cdot CD. \text{ 整理得, } CD^2-AD \cdot CD-AD^2=0.$$

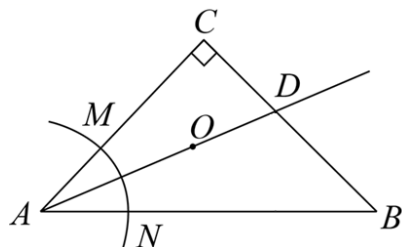
$$\text{解得, } CD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AD.$$

$$\therefore CD \neq \frac{1}{2}AD. \text{ 故选项 D 错误.}$$

故选：D.

【点评】本题考查了顶角为 36° 的等腰三角形的性质，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键。

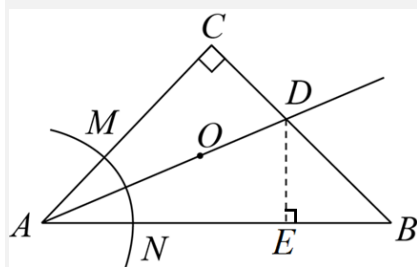
7. (2023·湖南·统考中考真题)如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 按以下步骤作图: ①以点 A 为圆心, 以小于 AC 长为半径作弧, 分别交 AC, AB 于点 M, N ; ②分别以 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 在 $\angle BAC$ 内两弧交于点 O ; ③作射线 AO , 交 BC 于点 D . 若点 D 到 AB 的距离为 1, 则 CD 的长为_____.



【答案】1

【分析】根据作图可得 AD 为 $\angle CAB$ 的角平分线, 根据角平分线的性质即可求解.

【详解】解: 如图所示, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 依题意 $DE = 1$,



根据作图可知 AD 为 $\angle CAB$ 的角平分线,

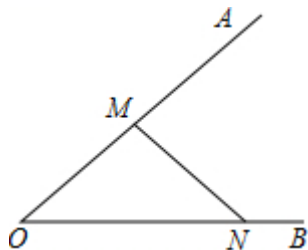
$\because DC \perp AC, DE \perp AB$

$\therefore CD = DE = 1$,

故答案为: 1.

【点睛】本题考查了作角平分线, 角平分线的性质, 熟练掌握基本作图以及角平分线的性质是解题的关键.

8. (2021·无锡模拟) 如图, 在图中求作 $\odot P$, 使 $\odot P$ 满足以线段 MN 为弦且圆心 P 到 $\angle AOB$ 两边的距离相等 (要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹).



【考点】作图—复杂作图; 角平分线的性质. 版权所有

【专题】作图题; 线段、角、相交线与平行线; 尺规作图.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/148000141063006073>