第五章　圆

专题4　圆中常见的阴影面积的计算方法

温馨提示：点击 进入讲评

答案呈现

1

2

3

4

5

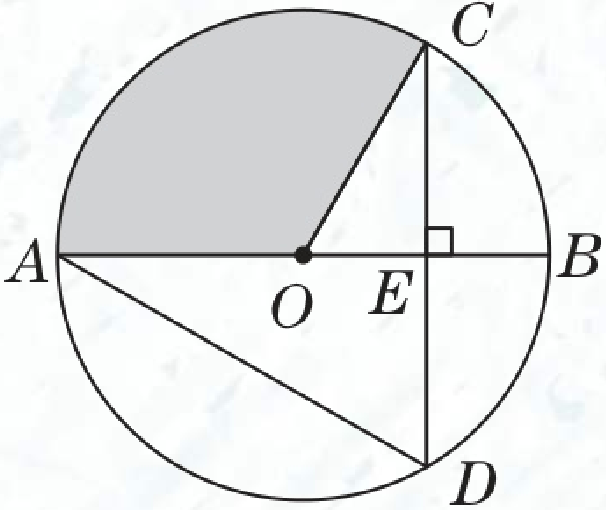
6

7 $\pi-1$

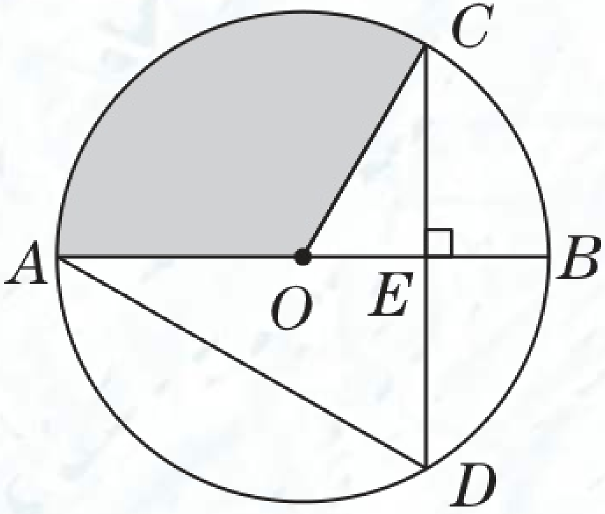
8

方法1 公式法

1.如图，AB是$\odot O$的直径，弦$CD\perp AB$于点E，$OC=2$.



（1）若$\angle ADC=60°$，求扇形AOC（图中阴影部分）的面积；



解：$\because \angle ADC=60°$，

$\therefore \angle AOC=2\angle ADC=2\times 60°=120°$，

$\therefore S_{扇形AOC}=\frac{120\pi}{360}\times 2^2=\frac{4}{3}\pi$．

（2）若$BE=1$，求弦CD的长.

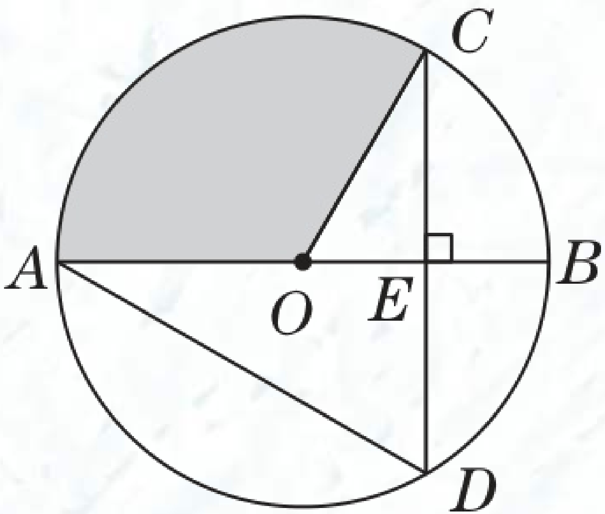
解：$\because OB=OC=2$，$BE=1$，

$\therefore OE=OB-BE=2-1=1.$

在Rt$\triangle OCE$中，根据勾股定理得

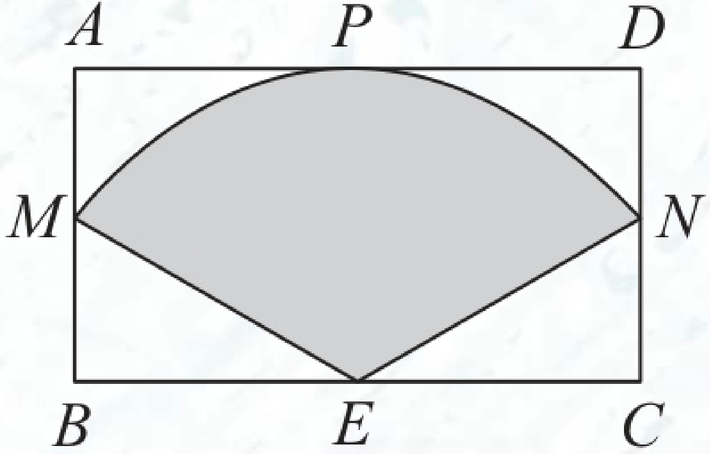
$CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

$\because AB\perp CD$，$\therefore CD=2CE=2\sqrt{3}.$



返回

2.如图，在矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=2\sqrt{3}$，以BC的中点E为圆心画$\overset{\frown}{MN}$与AD相切，切点为P，点M，N分别在AB，CD上，求扇形MEN的面积.



解：连接PE，

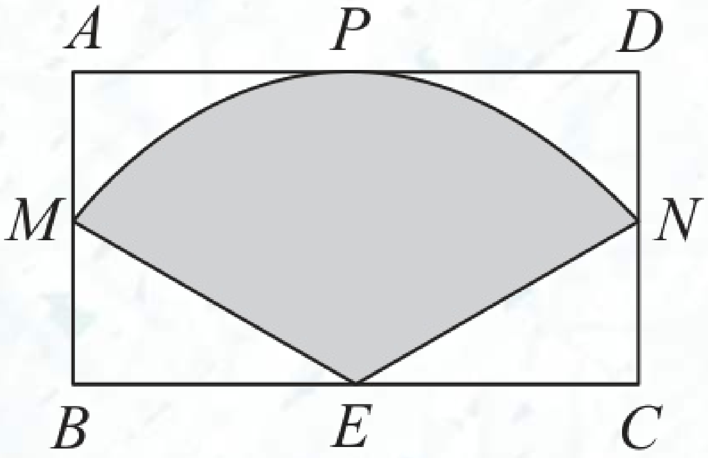
$\because \overset{\frown}{MN}$与$AD$相切，切点为$P$，

$\therefore PE \perp AD.$

易知四边形$ABEP$，四边形$PECD$都为矩形.

$\therefore ME = NE = PE = AB = 2.$

在矩形$ABCD$中，$BC = 2\sqrt{3}$，E为BC的中点，



$\therefore BE=\frac{1}{2}BC=\sqrt{3}.$

$\therefore$ 在Rt△BME中，

$\cos\angle MEB=\frac{BE}{ME}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

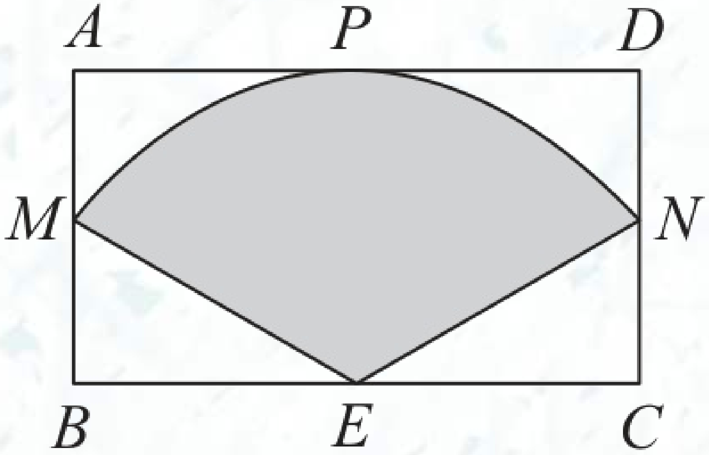
$\therefore \angle MEB=30°$.同理可得

$\angle NEC=30°$ ，

$\therefore \angle MEN=180°-\angle MEB-$

$\angle NEC=120°$.

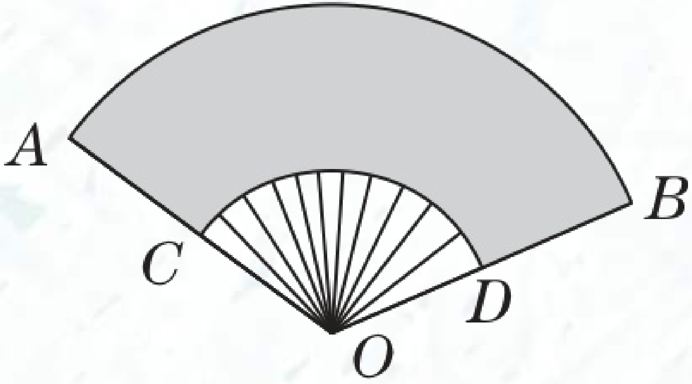
$\therefore S_{扇形MEN}=\frac{120\pi\times2^2}{360}=\frac{4\pi}{3}.$



返回

方法2 和差法

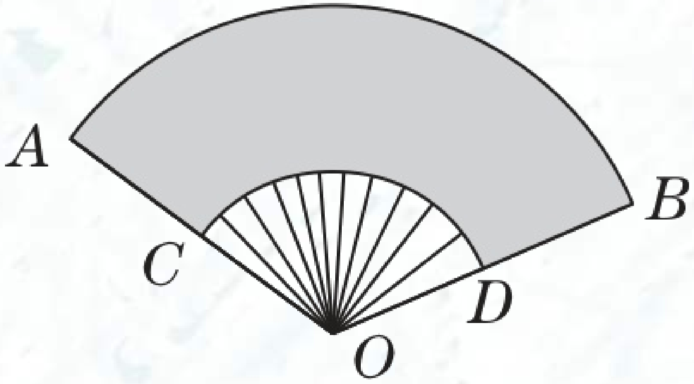
3.如图，扇形纸扇完全打开后，外侧两竹条OA，OB的夹角为120°，OA的长为18 cm,AC的长为9 cm,求图中阴影部分的面积S.



解：$\because OA=18\text{ cm},AC=9\text{ cm},$

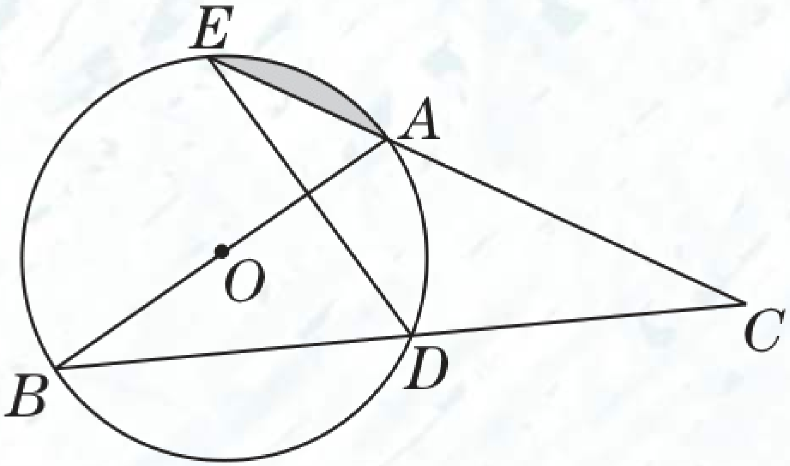
$\therefore OC=OA-AC=18-9=9(\text{cm}),$

$\therefore S=S_{扇形AOB}-S_{扇形COD}=\frac{120\pi\times18^2}{360}-\frac{120\pi\times9^2}{360}=81\pi(\text{cm}^2).$

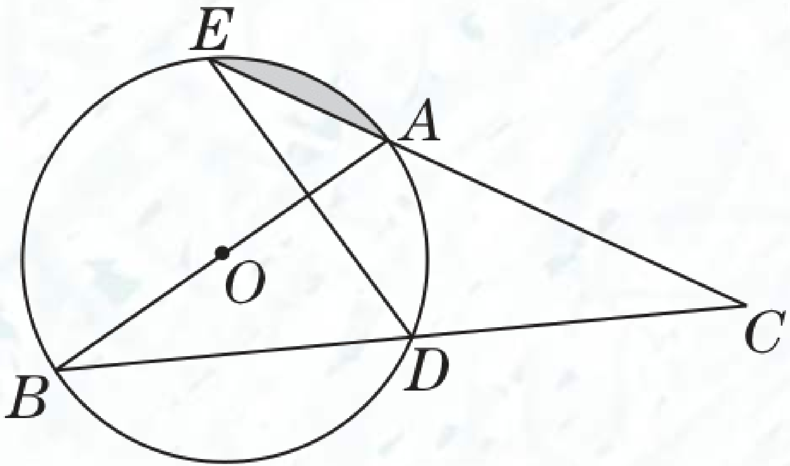


返回

4.如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，以AB为直径的$\odot O$交BC于点D，交CA的延长线于点E，连接DE.



（1）求证：D为线段BC的中点；



证明：连接AD.

$\because AB$为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ADB = 90°$.

又$\because AB = AC$，

$\therefore BD = CD$，即D为线段BC的中点.

(2) 若$BC=6\sqrt{3}$，$AE=3$，求$\odot O$的半径及阴影部分的面积