福建省 2021 届高中毕业班数学学科二轮备考关键问题指导系列八

立体几何典型问题剖析与资源推送

（福建省高三毕业班复习教学指导组　陈金瑞执笔整理）

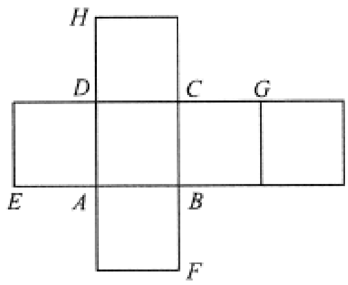
一、典型问题剖析

典型问题一：几何体的平面展开图

【例题 1】(2021 适应性考试)（多项）如图是一个正方体的平面展开图，则在该正方体中（　　）

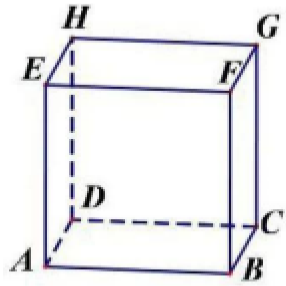
A．$AE // CD$　　　　B．$CH // BE$

C．$DG \perp BH$　　　　D．$BG \perp DE$



【解析】由图易知 $AE \perp CD, CH // BE$，A 错误，B 正确；

连结 CH，易知 $CH \perp DG, BC \perp DG, CH \cap BC = C$，所以 $DG \perp 平面BCH$，所以 $DG \perp BH$，C 正确；



连结 AH，易知 $BG // AH$，又 $DE \perp AH$，所以 $BG \perp DE$，D 正确．

故选 BCD.

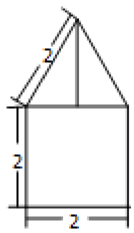
【评析】本题考查通过一个几何的平面展开图来研究原几何体线线的位置关系，解题的关键在于还原原来几何体的形状，本题明确是正方体，关键是字母的所处的位置，又是多项选择题学生极易出现漏选。

典型问题二：三视图

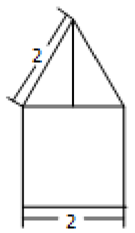
【例题 2】一空间几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为(　)

A．$2\pi+2\sqrt{3}$　B．$4\pi+2\sqrt{3}$

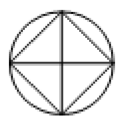
C．$2\pi+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　D．$4\pi+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$



正（主）视图



侧（左）视图



俯视图

【解析】:由如图可知该空间几何体为一圆柱和一四棱锥组成的，圆柱的底面半径为 1，高为 2，体积为2π；四棱锥的底面边长为$\sqrt{2}$，高为$\sqrt{3}$，所以体积为$\dfrac{1}{3}\times\left(\sqrt{2}\right)^2\times\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，所以该几何体的体积为$2\pi+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，　故选 C.

【评析】本题主要考查：“三视图”的理解，几何体的表面积、体积的求解，关键在于能对几何体还原．应注意由于还原不清楚而引起的失分．还原时除了熟悉一些常见几何体的三视图，同时要注意线段的虚实，比如三视图改为如图（37），则该几何体则变成由一个长方体和一个四棱锥组成，其中，长方体的长、宽、高分别为$\sqrt{2},\sqrt{2},2$，四棱锥的底面为边长为$\sqrt{2}$的正方形，高为$\sqrt{3}$，故几何体的体积为$4+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$；再如三视图改为如图(38)，则该几何体则变成由由一个圆柱和一个圆锥组成，体积为$2\pi+\dfrac{\sqrt{3}\pi}{3}$．

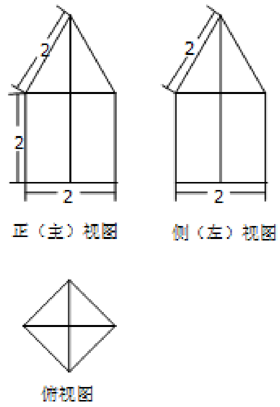


图 37

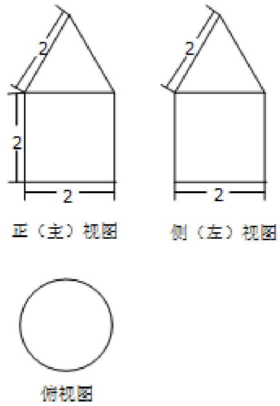


图 38

典型问题三：　几何体的体积

【例题 3】一个球与一个正三棱柱的三个侧面和两个底面都相切，若该球的体积为$\dfrac{32\pi}{3}$，则这个三棱柱的体积是_____________.

【解析】答案　$48\sqrt{3}$　. 由条件可求得球的半径$R=2$，设正三棱柱的底面边长为a．

方法一：根据图形特征可知$R=2=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{\sqrt{3}}{6}a$，$\therefore a=4\sqrt{3}$，从而$V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\cdot 2R=48\sqrt{3}$．

方法二：把内切球的球心与各顶点连接，可分割得到 3 个四棱锥和 2 个三棱锥，且它们的高都是球的半径$R=2$，则这 5 个棱锥的体积之和就是该三棱柱的体积，从而得到$\dfrac{1}{3}\cdot S_{全面积}\cdot R=V_{三棱柱}$，则有

$\dfrac{1}{3}\cdot\left(12a+2\cdot\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}\right)\cdot R=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}\cdot 2R$，解得$a=4\sqrt{3}$，从而三棱柱的体积$V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\cdot 2R=48\sqrt{3}$．

【评析】：本题根据球的体积定义求出球的半径，从而进一步求出正三棱柱的底面边长为a，然后根据三棱柱的体积公式直接求出结果。或者把几何体进行分割同时需要进行体积转化，根据公式再直接求出结果．事实上，在与球有关问题中，球的体积与表面积定义占有重要地位，当然这种定义的应用其实就是提供棱相等的条件，因此，问题往往可以简化，可只画其他几何体，这样可以减少干扰因素，有利学生解决问题．

典型问题四：几何体与球的切接问题

【例题 4.1】（2015 年全国课标Ⅱ理 9）已知A,B是球O的球面上两点，$\angle AOB=90^0$, C为该球面上的动点，若三棱锥$O-ABC$体积的最大值为 36，则球O的表面积为（　　）