

模块六 立体几何（测试）

（考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

第 I 卷

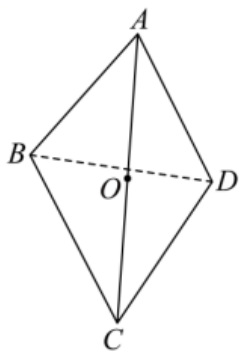
一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在四面体 $ABCD$ 中， $AB \perp BC$, $AB=1$, $AD=CD=2\sqrt{2}$, $BC=\sqrt{15}$ ，则四面体 $ABCD$ 外接球的体积为（ ）

- A. 16π B. $\frac{16\pi}{3}$ C. 32π D. $\frac{32\pi}{3}$

【答案】D

【解析】



因为 $AB \perp BC$ ， $AB=1$ ， $BC=\sqrt{15}$ ，所以 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4$ 。

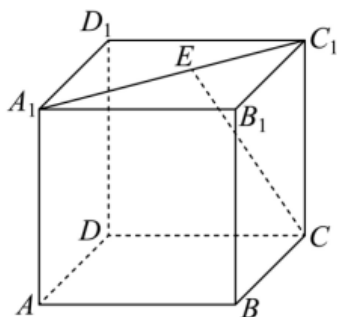
又 $AD=CD=2\sqrt{2}$ ，所以 $AD^2+CD^2=AC^2$ ，故 $AD \perp CD$ 。

取 AC 的中点 O ，则 O 到四面体 $ABCD$ 四个顶点的距离均为 2，即四面体 $ABCD$ 外接球的半径为 2，则四面

体 $ABCD$ 外接球的体积为 $\frac{4\pi}{3} \times 2^3 = \frac{32\pi}{3}$ 。

故选：D。

2. 如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为线段 A_1C_1 上的动点，则下列直线中与直线 CE 夹角为定值的直线为（ ）



A. 直线 AC

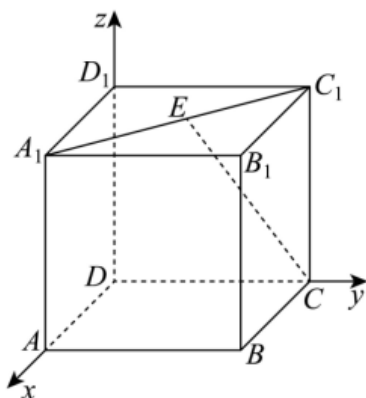
B. 直线 A_1D

C. 直线 BD

D. 直线 A_1A

【答案】C

【解析】



设正方体的棱长为 1，

如图，以 D 为原点，分别以 DA, DC, DD_1 为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系，

$A(1,0,0)$ ， $D(0,0,0)$ ， $C(0,1,0)$ ， $B(1,1,0)$ ， $A_1(1,0,1)$ ，

设 $E(1-x, x, 1)$ ， $x \in [0, 1]$ ，则 $\vec{CE} = (1-x, x-1, 1)$ ， $\vec{AC} = (-1, 1, 0)$ ， $\vec{A_1D} = (-1, 0, -1)$ ， $\vec{BD} = (-1, -1, 0)$ ，

$\vec{A_1A} = (0, 0, -1)$ ，

$$|\cos \langle \vec{CE}, \vec{AC} \rangle| = \frac{|\vec{CE} \cdot \vec{AC}|}{|\vec{CE}| |\vec{AC}|} = \frac{|2x-2|}{\sqrt{2(1-x)^2+1} \times \sqrt{2}}，\text{不是定值，故 A 错；}$$

$$|\cos \langle \vec{CE}, \vec{A_1D} \rangle| = \frac{|\vec{CE} \cdot \vec{A_1D}|}{|\vec{CE}| |\vec{A_1D}|} = \frac{|x-2|}{\sqrt{2(1-x)^2+1} \times \sqrt{2}}，\text{不是定值，故 B 错；}$$

$$|\cos \langle \vec{CE}, \vec{BD} \rangle| = \frac{|\vec{CE} \cdot \vec{BD}|}{|\vec{CE}| |\vec{BD}|} = 0，\text{所以直线 } CE \text{ 与直线 } BD \text{ 所成角为 } \frac{\pi}{2}，\text{故 C 正确；}$$

$$\left| \cos \langle \overrightarrow{CE}, \overrightarrow{A_1A} \rangle \right| = \frac{\left| \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{A_1A} \right|}{\left| \overrightarrow{CE} \right| \left| \overrightarrow{A_1A} \right|} = \frac{|-1|}{\sqrt{2(1-x)^2 + 1} \times \sqrt{2}}, \text{ 不是定值, 故 D 错.}$$

故选: C.

3. 若平面 α 截球 O 所得截面圆的面积为 12π , 且球心 O 到平面 α 的距离为 $\sqrt{2}$, 则球 O 的表面积为 ()

- A. 48π B. 50π C. 56π D. 64π

【答案】C

【解析】由平面 α 截球 O 所得截面圆的面积为 12π , 得此截面小圆半径 $r = 2\sqrt{3}$, 而球心到此小圆距离 $d = \sqrt{2}$,

因此球 O 的半径 R , 有 $R^2 = r^2 + d^2 = 14$,

所以球 O 的表面积 $S = 4\pi R^2 = 56\pi$.

故选: C

4. 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 是等边三角形, D 是棱 BC 的中点, E 在棱 BB_1 上, 且 $BE = 3B_1E$. 若 $AA_1 = 2AB$, 则异面直线 AC 与 DE 所成角的余弦值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{20}$
C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

【答案】B

【解析】取 AB 中点 F , 连接 DF , EF ,

因为 D 是 BC 的中点, 所以 $DF \parallel AC$,

即异面直线 AC 与 DE 所成角就是平面 $\angle EDF$ 或补角,

假设 $AB = 2$, 因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $DF = 1$,

因为 $BE = 3B_1E$, $AA_1 = 2AB$,

所以 $A_1A = 4, BE = 3$,

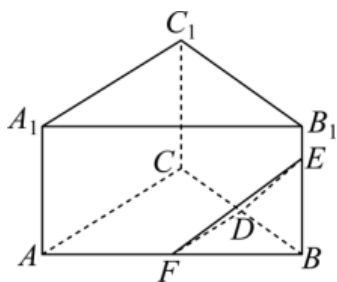
因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC , 则 $ABC-A_1B_1C_1$ 为直三棱柱,

所以 $DE = \sqrt{10}$, $EF = \sqrt{10}$,

在 $\triangle DEF$ 中, $\cos \angle EDF = \frac{DE^2 + DF^2 - EF^2}{2DE \cdot DF} = \frac{10 + 1 - 10}{2 \times \sqrt{10} \times 1} = \frac{\sqrt{10}}{20}$,

故异面直线 AC 与 DE 所成角余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{20}$.

故选: B.

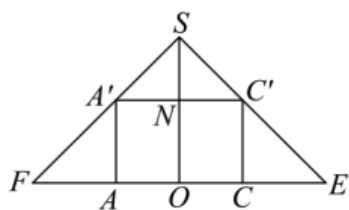


5. 《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的一部不朽之作，书中称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥，若直角圆锥底面圆的半径为1，则其内接正方体的棱长为（ ）

- A. $\sqrt{2}-1$ B. $\sqrt{2}+1$ C. $2-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】



沿正方体上底面的对角线作圆锥的轴截面，如图所示，

由题知 $\triangle VSEF$ 为等腰直角三角形， $OE=1$ ， $\therefore SO=1$ ，

设正方体的棱长 $CC'=\sqrt{2}x$ ，

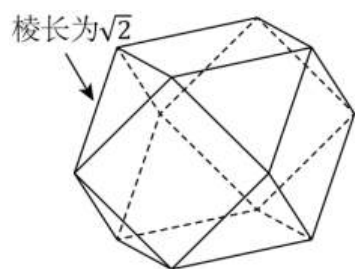
则 $NC'=\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}x=x$ ， $SN=1-\sqrt{2}x$ ，

则由 $\triangle SNC'$ 与 $\triangle SOE$ 相似可得 $\frac{NC'}{OE}=\frac{SN}{SO}$ ，即 $\frac{x}{1}=\frac{1-\sqrt{2}x}{1}$ ，

$\therefore x=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$ ，所以正方体棱长为 $2-\sqrt{2}$ 。

故选：C.

6. 阿基米德多面体是由边数不全相同的正多边形为面围成的多面体，它体现了数学的对称美.将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥，共可截去八个三棱锥，得到的阿基米德多面体，如图所示.则该多面体所在正方体的外接球表面积为（ ）



A. 16π B. 9π C. 8π D. 12π **【答案】D**

【解析】将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥，截面三角形边长为 $\sqrt{2}$ ，
 则原正方体棱长的一半为1，即多面体所在正方体的棱长为2，
 可得正方体体对角线长 $2\sqrt{3}$ ，外接球半径为 $\sqrt{3}$ ，
 所以外接球表面积为 $4\pi \times (\sqrt{3})^2 = 12\pi$ 。

故选：D.

7. 甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为 2π ，两圆锥的表面积分别为 S_1 和 S_2 ，内切

球半径分别为 b_1 和 b_2 。若 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{2}$ ，则 $\frac{b_1}{b_2}$ 的值是（ ）

A. $\frac{25}{4}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ D. $\sqrt{10}$ **【答案】C**

【解析】两圆锥的母线长为 l ，甲圆锥底面半径为 r_1 ，乙圆锥底面半径为 r_2 ，

由圆心角之和为 2π ，得 $\frac{2\pi r_1}{l} + \frac{2\pi r_2}{l} = 2\pi$ ，则 $r_1 + r_2 = l$ ，

又 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi r_1^2 + \pi r_1 l}{\pi r_2^2 + \pi r_2 l} = \frac{5}{2}$ ，即 $2r_1^2 + 2r_1 l = 5r_2^2 + 5r_2 l$ ，将 $r_1 + r_2 = l$ 代入，

所以 $2r_1^2 + 2r_1(r_1 + r_2) = 5r_2^2 + 5r_2(r_1 + r_2)$ ，

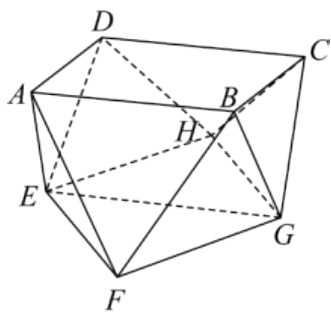
即 $4r_1^2 - 3r_1 r_2 - 10r_2^2 = 0$ ，所以 $r_1 = 2r_2$ ，从而 $r_1 = \frac{2}{3}l$ ， $r_2 = \frac{1}{3}l$ 。

由圆锥内切球半径公式得， $b_1 = \frac{3V_1}{S_1} = \frac{\pi r_1^2 h}{\pi r_1^2 + \pi r_1 l} = \frac{r_1 h}{r_1 + l} = \frac{r_1 \sqrt{l^2 - r_1^2}}{r_1 + l}$ ，

所以 $\frac{b_1}{r_1} = \frac{\sqrt{l^2 - r_1^2}}{r_1 + l}$ ，将 $r_1 = \frac{2}{3}l$ 代入 $\frac{b_1}{\frac{2}{3}l} = \frac{\frac{\sqrt{5}l}{3}}{\frac{2}{3}l + l}$ ，解得 $b_1 = \frac{2\sqrt{5}}{15}l$ ，同理可得 $b_2 = \frac{\sqrt{2}}{6}l$ ，所以 $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$ 。

故选：C.

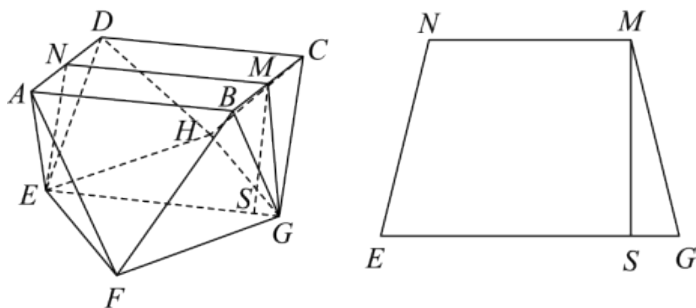
8. 半正多面体是由边数不全相同的正多边形为面的多面体，如图所示的多面体 $ABCD-EFGH$ 就是一个半正多面体，其中四边形 $ABCD$ 和四边形 $EFGH$ 均为正方形，其余八个面为等边三角形，已知该多面体的所有棱长均为2，则平面 $ABCD$ 与平面 $EFGH$ 之间的距离为（ ）



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt[4]{8}$ C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

【答案】B

【解析】分别取 BC, AD 的中点 M, N ，连接 MN, MG, NE, EG ，



根据半正多面体的性质可知，四边形 $EGMN$ 为等腰梯形；

根据题意可知 $BC \perp MN, BC \perp MG$ ，

而 $MN \cap MG = M, MN, MG \subset$ 平面 $EGMN$ ，

故 $BC \perp$ 平面 $EGMN$ ，又 $BC \subset$ 平面 $ABCD$ ，

故平面 $ABCD \perp$ 平面 $EGMN$ ，则平面 $EFGH \perp$ 平面 $EGMN$ ，

作 $MS \perp EG$ ，垂足为 S ，平面 $EFGH \cap$ 平面 $EGMN = EG$ ，

$MS \subset$ 平面 $EGMN$ ，故 $MS \perp$ 平面 $EFGH$ ，

则梯形 $EGMN$ 的高即为平面 $ABCD$ 与平面 $EFGH$ 之间的距离；

$$MG = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, SG = \frac{2\sqrt{2}-2}{2} = \sqrt{2}-1,$$

$$\text{故 } MS = \sqrt{MG^2 - SG^2} = \sqrt{3 - (\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt[4]{8},$$

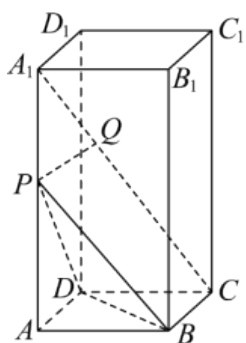
即平面 $ABCD$ 与平面 $EFGH$ 之间的距离为 $\sqrt[4]{8}$ ，

故选：B

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1 = 2AB$ ， P 为 AA_1 的中点， Q 为 A_1C

上的动点，下列结论正确的是（ ）



A. 若 $PQ \parallel$ 平面 $ABCD$ ，则 $A_1Q = \frac{1}{4}A_1C$ B. 若 $PQ \parallel$ 平面 $ABCD$ ，则 $A_1Q = \frac{1}{2}A_1C$

C. 若 $PQ \perp$ 平面 PBD ，则 $A_1Q = \frac{1}{4}A_1C$ D. 若 $PQ \perp$ 平面 PBD ，则 $A_1Q = \frac{1}{3}A_1C$

【答案】BD

【解析】如图建立空间直角坐标系，令 $AA_1 = 2AB = 2$ ，则 $D(0,0,0)$ ， $C(0,1,0)$ ， $B(1,1,0)$ ， $P(1,0,1)$ ，

$A_1(1,0,2)$ ，

则 $\vec{DB} = (1,1,0)$ ， $\vec{DP} = (1,0,1)$ ， $\vec{A_1C} = (-1,1,-2)$ ， $\vec{PA_1} = (0,0,1)$ ，

设平面 PBD 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$ ，则 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{DP} = x + z = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{DB} = x + y = 0 \end{cases}$ ，取 $\vec{n} = (1, -1, -1)$ ，

又平面 $ABCD$ 的法向量可以为 $\vec{m} = (0, 0, 1)$ ，

设 $\vec{A_1Q} = \lambda \vec{A_1C}$ ， $\lambda \in [0, 1]$ ，则 $\vec{PQ} = \vec{PA_1} + \vec{A_1Q} = \vec{PA_1} + \lambda \vec{A_1C} = (-\lambda, \lambda, 1 - 2\lambda)$ ，

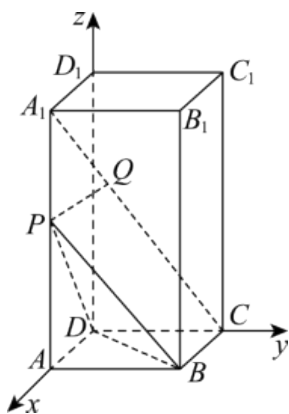
若 $PQ \parallel$ 平面 $ABCD$ ，则 $\vec{PQ} \perp \vec{m}$ ，即 $\vec{PQ} \cdot \vec{m} = 1 - 2\lambda = 0$ ，解得 $\lambda = \frac{1}{2}$ ，

即 $A_1Q = \frac{1}{2}A_1C$ ，故 A 错误，B 正确；

若 $PQ \perp$ 平面 PBD ，则 $\vec{PQ} \parallel \vec{n}$ ，则 $\vec{PQ} = t\vec{n}$ ，即 $(-\lambda, \lambda, 1 - 2\lambda) = t(1, -1, -1)$ ，

所以 $\begin{cases} -\lambda = t \\ \lambda = -t \\ 1 - 2\lambda = -t \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} \lambda = \frac{1}{3} \\ t = -\frac{1}{3} \end{cases}$ ，即 $A_1Q = \frac{1}{3}A_1C$ ，故 C 错误，D 正确。

故选：BD



10. 关于空间向量，以下说法正确的是 ()

- A. 已知任意非零向量 $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$
- B. 若对空间中任意一点 O , 有 $\vec{OP} = \frac{1}{6}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OC}$, 则 P, A, B, C 四点共面
- C. 设 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是空间中的一组基底, 则 $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}\}$ 也是空间的一组基底
- D. 若空间四个点 P, A, B, C , $\vec{PC} = \frac{1}{4}\vec{PA} + \frac{3}{4}\vec{PB}$, 则 A, B, C 三点共线

【答案】BD

【解析】对于 A: 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$,

且 $x_2, y_2, z_2 \neq 0$, 故 A 错误;

对于 B, 若对空间中任意一点 O ,

有 $\vec{OP} = \frac{1}{6}\vec{OA} + \frac{1}{3}\vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OC}$, $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$,

$\therefore P, A, B, C$ 四点共面, 故 B 正确;

对于 C, $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是空间中的一组基底,

且 $\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) - \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$, $\therefore \vec{a} + \vec{b}, \vec{b}, \vec{a} - \vec{b}$ 共面,

不可以构成空间的一组基底, 故 C 错误;

对于 D, 若空间四个点 P, A, B, C , $\vec{PC} = \frac{1}{4}\vec{PA} + \frac{3}{4}\vec{PB}$,

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$, $\therefore A, B, C$ 三点共线, 故 D 正确.

故选: BD

11. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = BC = 3$, $CD = 1$, 点 O_1, O_2, E 分别为 CD, AB, BC 的中点, 以 O_1O_2

所在直线为旋转轴，将梯形旋转 180° 得到一旋转体，则（ ）

A. 该旋转体的侧面积为 6π

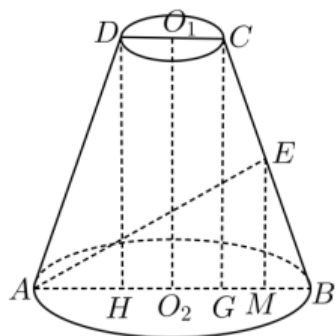
B. 该旋转体的体积为 $\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$

C. 直线 AE 与旋转体的上底面所成角的正切值为 $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

D. 该旋转体的外接球的表面积为 $\frac{27\pi}{2}$

【答案】ACD

【解析】由题意可知，所得到的旋转体是圆台，如图.



因为 $AB=3, CD=1$,

所以圆台的上、下底面的半径分别满足 $r_1=\frac{1}{2}, r_2=\frac{3}{2}$.

又 $BC=3$,

所以该圆台的侧面积 $S=\pi(r_1+r_2)\cdot BC=\pi\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\times 3=6\pi$, 所以 A 正确.

过点 C, D 分别作 $CG\perp AB$ 于点 $G, DH\perp AB$ 于点 H ,

则 $AH=HG=GB=1$, 所以 $DH=\sqrt{AD^2-AH^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$,

故该圆台的体积 $V=\frac{1}{3}\pi(r_1^2+r_1r_2+r_2^2)\cdot DH=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+\frac{9}{4}\right)\times 2\sqrt{2}=\frac{13\sqrt{2}\pi}{6}$,

所以 B 错误.

易知圆台的上、下底面平行,

所以直线 AE 与圆台的上底面所成的角等于其与圆台的下底面所成的角.

过点 E 作 $EM\perp AB$ 于点 M . 易知 $\angle MAE$ 为直线 AE 与下底面所成的角.

又 $AM=AB-MB=AB-\frac{1}{2}BG=3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$, $EM=\frac{1}{2}CG=\frac{1}{2}DH=\sqrt{2}$,

所以 $\tan\angle MAE=\frac{EM}{AM}=\frac{\sqrt{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$, 所以 C 正确.

设该圆台的外接球的半径为 R ，球心为 $O, OO_2 = m(m > 0)$ 。

当点 O 在线段 O_1O_2 上时， $OO_1 = 2\sqrt{2} - m$ 。由 $R = OB = OC$ ，得 $\sqrt{O_2B^2 + OO_2^2} = \sqrt{O_1C^2 + OO_1^2}$ ，即

$$\sqrt{\frac{9}{4} + m^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + (2\sqrt{2} - m)^2}，解得 m = \frac{3\sqrt{2}}{4}。$$

当点 O 在线段 O_1O_2 的延长线上时， $OO_1 = 2\sqrt{2} + m$ 。由 $R = OB = OC$ ，得 $\sqrt{O_2B^2 + OO_2^2} = \sqrt{O_1C^2 + OO_1^2}$ ，即

$$\sqrt{\frac{9}{4} + m^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + (2\sqrt{2} + m)^2}。$$

化简，得 $4\sqrt{2}m = -6$ ，此时 m 无解。

$$所以 R^2 = \frac{9}{4} + \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \frac{27}{8}，$$

则该旋转体的外接球的表面积 $S = 4\pi R^2 = 4\pi \times \frac{27}{8} = \frac{27\pi}{2}$ ，所以 D 正确。

故选：ACD

12. 如图 1，矩形 B_1BCC_1 由正方形 B_1BAA_1 与 A_1ACC_1 拼接而成。现将图形沿 A_1A 对折成直二面角，如图 2。点 P （不与 B_1, C 重合）是线段 B_1C 上的一个动点，点 E 在线段 AB 上，点 F 在线段 A_1C_1 上，且满足 $PE \perp AB$ ， $PF \perp A_1C_1$ ，则（ ）

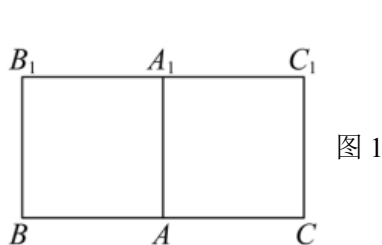


图 1

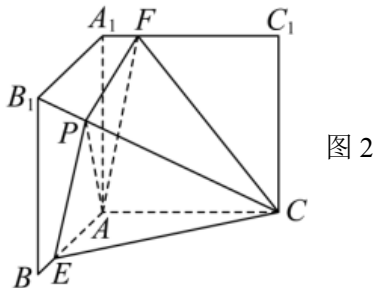


图 2

A. $PE = PF$

B. $B_1C \perp$ 平面 PEF

C. $\angle EPF$ 的最大值为 $\frac{2\pi}{3}$

D. 多面体 $CFAEP$ 的体积为定值

【答案】AC

【解析】设正方形 B_1BAA_1 ， A_1ACC_1 的边长为 1 因为 AB, AC, AA_1 两两垂直，

以 A 为坐标原点，分别以 AB, AC, AA_1 所在直线为 x 轴、 y 轴、 z 轴，建立空间直角坐标系，如图所示，则

$A(0,0,0)$ ， $B(1,0,0)$ ， $B_1(1,0,1)$ ， $A_1(0,0,1)$ ， $C(0,1,0)$ ， $C_1(0,1,1)$ ，设 $P(x,y,z)$ ， $E(x_0,0,0)$ ， $F(0,y_0,1)$ ，

由 $\vec{B_1P} = \lambda \vec{B_1C}$ ($0 < \lambda < 1$)，且 $\vec{FE} \perp \vec{AB}$ ， $\vec{PF} \perp \vec{A_1C_1}$ ，

$$\text{可得} \begin{cases} (x-1, y, z-1) = \lambda(-1, 1, -1) \\ (x_0-x, -y, -z) \cdot (1, 0, 0) = 0 \\ (-x, y_0-y, 1-z) \cdot (0, 1, 0) = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} y = 1-x \\ z = x \\ x_0 = x \\ y_0 = y \end{cases},$$

即 $P(x, 1-x, x) (0 < x < 1)$, $E(x, 0, 0), F(0, 1-x, 1)$,

对于 A 中, $|\vec{PE}| = \sqrt{(1-x)^2 + x^2}, |\vec{PF}| = \sqrt{x^2 + (x-1)^2}$, 可得 $|\vec{PE}| = |\vec{PF}|$,

即 $|\vec{PE}| = |\vec{PF}|$, 所以 A 正确;

对于 B 中, 由 $\vec{PE} \cdot \vec{B_1C} = 2x-1$, 所以当且仅当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $\vec{PE} \cdot \vec{B_1C} = 0$,

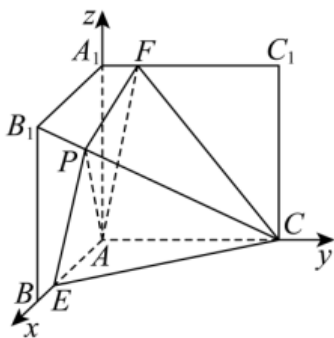
即 $\vec{PE} \perp \vec{B_1C}$, 所以 B 错误;

对于 C 中, 因为 $\cos \langle \vec{PE}, \vec{PF} \rangle = \frac{\vec{PE} \cdot \vec{PF}}{|\vec{PE}| |\vec{PF}|} = \frac{x^2 - x}{x^2 + (1-x)^2} = -\frac{1}{\frac{x}{1-x} + \frac{1-x}{x}} \geq -\frac{1}{2}$,

当且仅当 $x = \frac{1}{2}$ 时等号成立, 由 $\angle EPF$ 为钝角, 所以 $\langle \vec{PE}, \vec{PF} \rangle \in (\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$,

即 $\angle EPF$ 的最大值为 $\frac{2\pi}{3}$, 所以 C 正确;

对于 D 中, 多面体 $CFAEP$ 的体积 $V = V_{P-AEC} + V_{P-AFC} = \frac{1}{6}(x^2 + x)$, 非定值, 所以 D 错误. 故选: AC.



第 II 卷

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 一个正四棱台的下底面周长与上底面周长之差为 16, 且其侧面梯形的高为 $2\sqrt{3}$, 则该正四棱台的高为_____.

【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】 如图: 在正四棱台 $ABCD-EFGH$, EQ, EN 分别为侧面上的高以及棱台的高,

设棱台的上下底面的边长分别为 a, b , 则 $4b - 4a = 16 \Rightarrow b - a = 4$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/155131244123011310>